

Control Difuso Tipo 2 con Enfoque de Lyapunov Aplicado a un Servomecanismo

Rosalío Farfán Martínez¹, José A. Ruz Hernández², José L. Rullán Lara², William Torres Hernández¹,
Ramón García Hernández²

¹Universidad Tecnológica de Campeche, Carretera Federal 180 s/n, San Antonio Cárdenas, Carmen,
Campeche. México. C.P. 24381. Tel: 01 (938) 3816700, ext. 121
{farfan678, williantorreshernandez}@hotmail.com

²Universidad Autónoma del Carmen, Calle 56, #4 esq. Avenida Concordia, Col. Benito Juárez,
Carmen, Campeche, México. C.P. 24180. Tel: 01 (938) 3811018, ext. 1007
{jruez, jrullan, rghernandez}@pampano.unacar.mx

Resumen—En este trabajo se presenta el diseño de un controlador que utiliza una función candidata de Lyapunov para obtener sistemáticamente las reglas de un controlador difuso tipo 2. El diseño de la base de reglas del controlador utiliza exclusivamente las señales de error y la derivada del error. Una vez que se diseña el controlador difuso tipo 2, se determina la ley de control que permitirá realizar el seguimiento de una referencia senoidal. Así mismo, se presenta el análisis de desempeño para determinar el valor del intervalo de separación de las funciones de membresía tipo 2. Los resultados obtenidos con el controlador propuesto para el seguimiento de la trayectoria se comparan contra los que se obtienen con un controlador clásico PI recomendado por el fabricante para este tipo de aplicaciones. El controlador propuesto muestra mejores índices de desempeño basados en el error para comparar el funcionamiento de los dos controladores. Los resultados se presentan a nivel simulación y son exitosos.

Palabras clave: Control Difuso, Función de Lyapunov, Servomecanismo, Seguimiento, Error.

I. INTRODUCCIÓN

En nuestra vida diaria existen procesos que dependen del control de servomecanismos. La industria de manufactura se detendría de no ser por los sistemas de servocontrol debido a que las líneas de producción no podrían ser controladas, el transporte al interior de las fábricas tendría que detenerse porque las unidades de tracción eléctrica fallarían, las computadoras no podrían funcionar porque los discos duros no operarían sin controlar la velocidad de sus discos internos y las redes de comunicaciones también fallarían porque los servidores de red utilizan discos duros que giran a altas velocidades (Reyes, 2008).

Los sistemas difusos se utilizan en muchas aplicaciones científicas y de ingeniería, principalmente en el área del control automático y el reconocimiento de patrones. Los conjuntos difusos fueron introducidos por L. A. Zadeh a

mediados de los años sesenta (Zadeh, 1965) para procesar datos afectados de incertidumbre no probabilística. Los sistemas difusos tipo 1 pueden manejar las variables lingüísticas y el razonamiento de los expertos y reproducir el conocimiento de los sistemas a controlar, sin embargo, no pueden manejar ciertas incertidumbres tales como dispersiones en las mediciones y distorsiones lingüísticas del conocimiento de los expertos (Kwak, Kim y Park, 2012).

Los sistemas difusos tipo 2 pueden manejar este tipo de incertidumbres y además tienen la capacidad de modelar sistemas complejos no lineales, logrando un mejor desempeño de los controladores diseñados bajo este enfoque. Los conjuntos difusos tipo 2 fueron propuestos originalmente por Zadeh en 1975. En la literatura se reportan diversas aplicaciones de control empleando los sistemas difusos tipo 2, las cuales son aplicadas a diversos sistemas.

En (Maldonado y Castillo, 2012), se realiza un controlador basado en lógica difusa tipo 2 utilizando algoritmos genéticos para controlar la velocidad de un motor de corriente directa. El controlador se programa en un FPGA (Fiel Programmable Gate Array) para su evaluación. El desempeño del controlador propuesto se compara contra un controlador basado en lógica difusa tipo 1 y un controlador PID, mostrando mejor desempeño que los dos controladores mencionados. En este trabajo, los algoritmos genéticos son utilizados para optimizar funciones de membresía triangular y trapezoidal.

En (Yao y Chen, 2011), se diseña un controlador para un vehículo guiado automáticamente. El vehículo debe seguir una línea que se encuentra en el piso del lugar donde se realiza la prueba de desempeño. El controlador propuesto se basa en la lógica difusa tipo 2 y se compara contra el desempeño de un controlador basado en lógica difusa tipo 1. Los resultados obtenidos muestran que el controlador basado en lógica difusa tipo 2 presenta mayor robustez ante el ruido de los sensores y un mejor desempeño del vehículo guiado.

La implementación de un controlador basado en sistemas difusos tipo 2 para el seguimiento de trayectorias de un robot móvil se presenta en (Leottau y Melgarejo, 2011). El controlador se implementa a nivel simulación y

posteriormente en una plataforma que utiliza un controlador de señal digital (DSC). Los resultados muestran que el controlador es robusto y mejora el desempeño de un controlador basado en lógica difusa tipo 1 aplicado al mismo sistema.

Un controlador con lógica difusa tipo 2 aplicado a un sistema de levitación magnética se presenta en (Kumar y Kumar, 2012). Los resultados se analizan a nivel simulación contra el desempeño de un controlador con lógica difusa tipo 1 y un controlador PID. Posteriormente los controladores se validan en tiempo real. Teniendo en cuenta que el sistema es inestable y no lineal, el controlador con lógica difusa tipo 2 muestra mejor desempeño. El diseño de un controlador con lógica difusa tipo 2 aplicado al control del péndulo invertido se aborda en (Sierra, Bulla y Melgarejo, 2011). El controlador se implementa en un microcontrolador de bajo costo y se valida utilizando un hardware para emulación. Los resultados obtenidos muestran mejor desempeño del controlador propuesto.

Con respecto al servomecanismo utilizado en este trabajo, en (Ruz, *et al.*, 2007) se presenta el diseño de dos controladores para el seguimiento de la posición y de la velocidad del servomecanismo. Los controladores se basan en la lógica difusa tipo 1 y el enfoque de Lyapunov para garantizar estabilidad. Esta metodología utiliza una función candidata de Lyapunov para obtener las reglas difusas del controlador de tipo Mamdani. Los resultados son presentados en tiempo real y se comparan con controladores clásicos. El objetivo general de este trabajo consiste en diseñar un controlador difuso tipo 2 estable para el seguimiento de la velocidad del equipo didáctico Servo Trainer CE110 de “TQ Education and Training Ltd” en presencia de variaciones en la carga, para comparar los resultados obtenidos con los de un controlador Proporcional-Integral (PI) diseñado por el fabricante para este sistema.

II. EQUIPO DIDÁCTICO

El equipo didáctico Servo Trainer CE110 de “TQ Education and Training Ltd” constituye una representación del problema de control de servomecanismos y posee gran parte de las características de un sistema real. La Figura 1 muestra al servomecanismo.

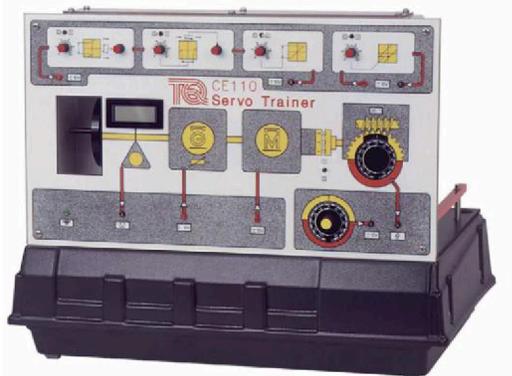


Figura 1. Servomecanismo

Los principales componentes de este equipo son: la carga inercial (tiene conectado de forma permanente un disco y posteriormente se pueden agregar dos discos más); un sensor de velocidad; una carga activa en el caso del generador, G; un motor de corriente directa del servomecanismo, M; un embrague eléctrico con caja de velocidades y un eje de salida con el sensor de posición. El embrague eléctrico permite desconectar el sistema de posición para estudiar el control de velocidad. La caja de velocidades permite disminuir la velocidad e incrementar el par.

El modelo en el espacio de estados del servomotor es el siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{T}x_2 + \frac{G_1 G_2}{T}u \end{aligned} \quad (1)$$

Las variables y parámetros importantes del modelo se muestran en la Tabla 1.

Parámetro	Descripción	Valor
x_1	Posición del Servomotor	[-10,10]volts; [-180°,180°]
x_2	Velocidad del servomotor	[-10,10]volts; [-2000,2000] rpm
G_1	Ganancia del sensor de velocidad	0.9321
G_2	Ganancia del sensor de posición	2.2475 seg.
T	Constante de tiempo del sistema	0.4856 seg. (carga mínima) 1.1051 seg. (carga media) 1.6652 seg. (carga mayor)
u	Señal de control	[-10,10] Volts

Tabla 1. Parámetros del servomotor

El problema de control consiste en lograr que la posición y la velocidad de la flecha del motor sigan una referencia dada para diferentes cargas: pequeña (un disco), media (dos discos) y completa (tres discos). En este trabajo se considera el seguimiento de una trayectoria senoidal de velocidad.

III. DESARROLLO DEL ALGORITMO DE CONTROL

a) Síntesis difusa tipo 2 con enfoque de Lyapunov

El objetivo consiste en diseñar una ley de control, tal que la velocidad del servomecanismo siga una señal de referencia. La señal de referencia y sus derivadas son acotadas y disponibles para el controlador.

Una función candidata de Lyapunov $V(x)$ debe cumplir los siguientes requerimientos (Margaliot y Langholz, 1999):

$$V(0) = 0 \quad (2)$$

$$V(x) > 0, \quad x \in N \setminus \{0\} \quad (3)$$

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \dot{x}_i < 0, \quad x \in N \setminus \{0\} \quad (4)$$

Tomando en cuenta las expresiones (2), (3) y (4), se escoge la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2}(e^2 + \dot{e}^2) \quad (5)$$

donde e es el error de seguimiento. Diferenciando V se tiene:

$$\dot{V} = e\dot{e} + \dot{e}\ddot{e} \quad (6)$$

Sustituyendo $w = \ddot{e}$:

$$\dot{V} = e\dot{e} + \dot{e}w \quad (7)$$

Se requiere entonces que:

$$\dot{V} = e\dot{e} + \dot{e}w < 0 \quad (8)$$

Analizando la ecuación (8), se pueden establecer reglas difusas para w de tal forma que la desigualdad se cumpla:

SI e es positivo y \dot{e} es positivo ENTONCES w es negativo grande

SI e es negativo y \dot{e} es negativo ENTONCES w es positivo grande

SI e es positivo y \dot{e} es negativo ENTONCES w es cero

SI e es negativo y \dot{e} es positivo ENTONCES w es cero

b) Sistemas difusos tipo 2

Un conjunto difuso tipo 2 denotado por \tilde{A} , es caracterizado por una función de membresía tipo 2 (Castro, *et al.*, 2007) $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$, donde $x \in X$, $u \in J_x^u \subseteq [0, 1]$ y $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x, u) \leq 1$ es definido en la ecuación (9).

$$\tilde{A} = \left\{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X \right\} = \left\{ \int_{x \in X} \left[\int_{u \in J_x^u \subseteq [0, 1]} f_x(u) / u \right] / x \right\} \quad (9)$$

Si $f_x(u) = 1, \forall u \in [J_x^u, \bar{J}_x^u] \subseteq [0, 1]$, la función de membresía tipo 2 $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ es expresada por una función inferior de membresía tipo 1 $\underline{J}_x^u = \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ y una función de membresía superior tipo 1 $\bar{J}_x^u = \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)$, entonces es llamada un intervalo difuso tipo 2, denotada por las ecuaciones (10) y (11).

$$\tilde{A} = \left\{ \int_{x \in X} \left[\int_{u \in [\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x), \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)] \subseteq [0, 1]} 1 / u \right] / x \right\} \quad (10)$$

Si \tilde{A} es un singleton difuso tipo 2, la función de membresía es definida por la ecuación (11).

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 1/1 & \text{si } x = x^1 \\ 1/0 & \text{si } x \neq x^1 \end{cases} \quad (11)$$

Los sistemas difusos tipo 2 constan de un fusificador que convierte un valor real a un valor difuso; una máquina de inferencia difusa que aplica un razonamiento difuso para obtener una salida difusa; un procesador de salida que consta de un reductor que transforma un conjunto difuso tipo 2 a un conjunto difuso tipo 1 y un defusificador que traslada una salida a un valor preciso. Esto se puede apreciar en la Figura 2.

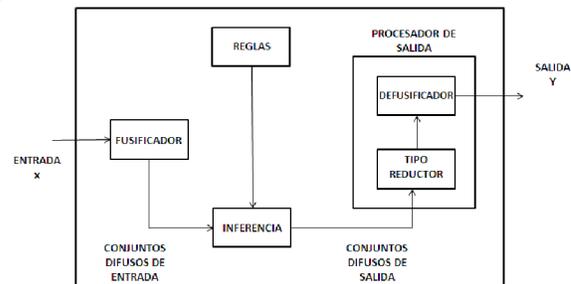


Figura 2. Componentes de un sistema difuso tipo 2

Las funciones de membresía en los sistemas difusos tipo 2 se caracterizan por una función de membresía superior y una función de membresía inferior; el intervalo entre estas dos funciones puede variarse para obtener un desempeño óptimo. Cada una de estas funciones puede representarse como una función de membresía de sistemas difusos tipo 1. En la Figura 3 se aprecia una función de membresía tipo 2.

En este trabajo se utiliza el Toolbox desarrollado en (Castro, *et al.*, 2007) para implementar el sistema difuso tipo 2 que genera el valor de w . En la Figura 4 se aprecian los conjuntos difusos para el error; los conjuntos difusos para la derivada del error se aprecian en la Figura 5; los conjuntos difusos para w se observan en la Figura 6.

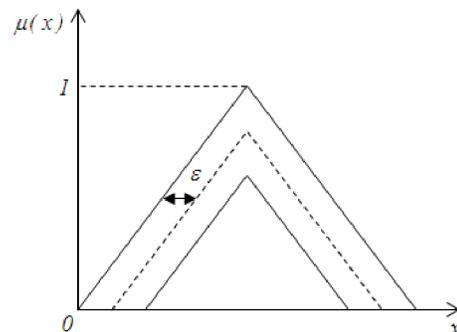


Figura 3. Conjunto difuso tipo 2

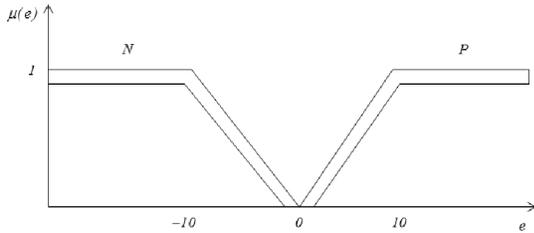


Figura 4: Conjuntos difusos para la señal del error

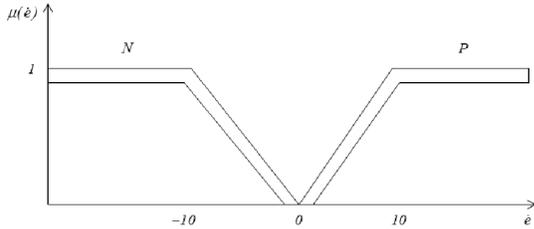


Figura 5: Conjuntos difusos para la señal de la derivada del error

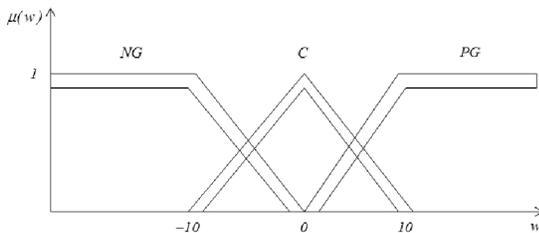


Figura 6: Conjuntos difusos para la señal w

c) Controlador de velocidad tipo Mamdani

El objetivo de control es diseñar una señal u tal que la velocidad angular x_2 siga una señal de referencia deseada y_w . El error se define por $e = x_2 - y_w$, la segunda derivada del error es:

$$\ddot{e} = \ddot{w} = \ddot{x}_2 - \ddot{y}_w \quad (12)$$

De la ecuación (1):

$$\ddot{x}_2 = -\frac{1}{T}\dot{x}_2 + \frac{G_1 G_2}{T}u \quad (13)$$

Combinando las ecuaciones (9) y (10) se tiene:

$$w = -\frac{1}{T}\dot{x}_2 + \frac{G_1 G_2}{T}u - \ddot{y}_w \quad (14)$$

Despejando u , la señal de control se obtiene:

$$u = \frac{T}{G_1 G_2} \int \left(\frac{1}{T}\dot{x}_2 + w + \ddot{y}_w \right) dt \quad (15)$$

El esquema de control implementado en Simulink de Matlab, se aprecia en la Figura 7:

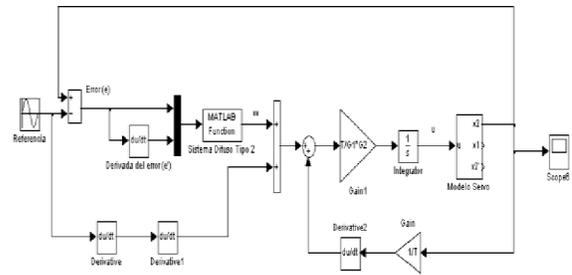


Figura 7: Esquema de control en Simulink de Matlab

d) Resultados

La señal de referencia que se utiliza para la simulación es $y_w = 5 \text{ sen } 0.4t \text{ volts}$, que corresponde a una onda senoidal de amplitud de 1000 r.p.m. , ya que cada volt de entrada al equipo corresponde a 200 r.p.m. La carga utilizada es la mínima (1 disco). El intervalo de separación de los conjuntos difusos ε toma valores en el rango de 0 a 1 con incrementos de 0.1. Se utilizan dos criterios de desempeño para evaluar el comportamiento de ambos controladores; la integral del valor absoluto del error ((IAE), ecuación (13) y la integral del error cuadrático (ISE), ecuación (14).

$$IAE = \int_0^{\infty} |e| dt \quad (16)$$

$$ISE = \int_0^{\infty} [e]^2 dt \quad (17)$$

Los resultados se presentan en la Tabla 2 para los diferentes valores de ε considerados. El intervalo de separación de los conjuntos difusos con mejor desempeño es $\varepsilon = 0.1$.

ε	Controlador difuso tipo 2	
	IAE	ISE
0.1	1.284	0.1022
0.2	3.624	0.6108
0.3	5.275	1.271
0.4	6.597	2.013
0.5	8.374	3.266
0.6	7.894	3.204
0.7	10.38	5.267
0.8	10.16	5.711
0.9	12.15	7.904
1	12.92	9.217

Tabla 2: Desempeño para diferentes valores de separación

Estos resultados son comparados con un controlador clásico Proporcional-Integral (PI) recomendado por el fabricante del equipo didáctico (CE 110 Servo Trainer Handbook) para este tipo de aplicación, en donde la ganancia proporcional es de 0.9 y la ganancia integral de 2.4.

En la Figura 8 se aprecia el seguimiento que realiza el

sistema de la señal de referencia deseada comparando ambos controladores; el controlador difuso se muestra con un mejor desempeño.

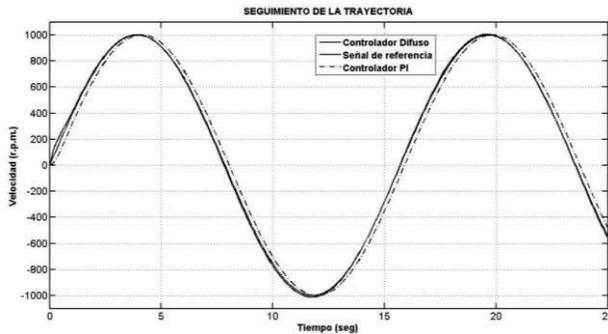


Figura 8. Seguimiento de la trayectoria

En la Figura 9 se observa las señales de control de los dos controladores, las cuales se presentan suaves y dentro de los límites del actuador.

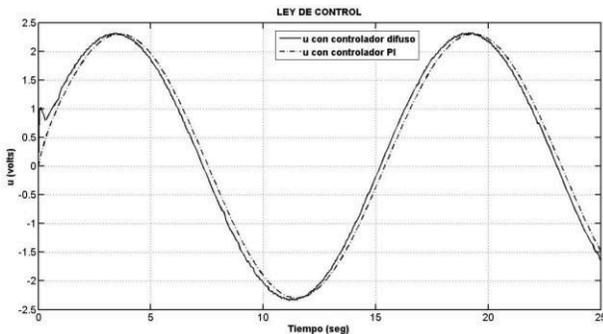


Figura 9. Ley de control

En la figura 10 se presenta el error de seguimiento de ambos controladores, se puede observar claramente que el error de seguimiento del controlador PI es muy superior al del controlador difuso.

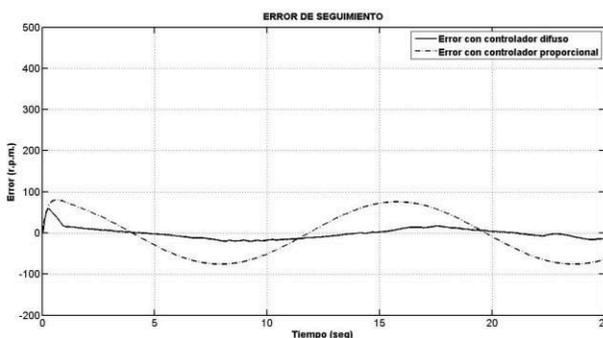


Figura 10. Error de seguimiento

Los índices de desempeño contenidos en la Tabla 3 muestran que el controlador propuesto en este trabajo tiene mejores resultados que el controlador convencional propuesto por el fabricante.

ε	Controlador difuso tipo 2		Controlador PI	
	IAE	ISE	IAE	ISE
0.1	1.284	0.1022	6.177	1.871

Tabla 3. Índices de desempeño de los controladores.

IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se propone un controlador difuso tipo 2 con enfoque de Lyapunov para obtener sistemáticamente su base de reglas. El controlador difuso obtenido forma parte de una ley de control que permite el seguimiento de una trayectoria sinusoidal de la velocidad del servomotor. El desempeño del controlador total se compara contra un controlador PI propuesto por el fabricante para el seguimiento de trayectorias. Como lo demuestran los índices de desempeño expuestos en la Tabla 3, el controlador difuso tipo 2 supera en su desempeño al controlador PI, demostrando con esto que el intervalo de separación de los conjuntos difusos tiene una relación directa en el desempeño del controlador. En la Tabla 2 se puede apreciar la relación que existe entre el intervalo de separación de los conjuntos difusos y los índices de desempeño del error; a medida que el intervalo aumenta, el desempeño del controlador obtenido en este trabajo disminuye. El desempeño del controlador difuso tipo 2 que se aprecia en las Figuras 8 y 9, demuestra un seguimiento de la referencia aceptable y una ley de control dentro de los límites del actuador del equipo. Los autores están motivados para aplicar esta metodología al seguimiento de una referencia de posición de la flecha del motor y a realizar simulaciones para las otras cargas (mediana y completa). Así mismo, están motivados a implementar los controladores en tiempo real para comparar los resultados contra controladores similares basados en lógica difusa tipo 1.

V. AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo agradecen a la Universidad Tecnológica de Campeche y a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma del Carmen todo el apoyo para su realización.

REFERENCIAS

Castro, J.R., Castilo, O., Melin, P., Martínez, L. G., Escobar, S., Camacho, I. (2007). Building Fuzzy Inference Systems with the Interval Type-2 Fuzzy Logic Toolbox. En Melin, P. et al. (Eds.), *Analysis and Design of Intelligent Systems using Soft Computing Techniques* (pp. 53-62). Springer-Verlag.

CE 110 Servo Trainer Handbook, TQ Education and Training LTD.

Kumar, A., Kumar, V. (2012). Design and Implementation of IT2FLC for Magnetic Levitation System. *Advances in Electrical Engineering Systems*, 1, (2), 116-123.

Kwak, H.J., Kim, D.W., Park, G.T. (2012). A New Fuzzy Inference Technique for Singleton Type-2 Fuzzy Logic Systems. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 9, 1-7.

Leottau, L., Melgarejo, M. (2011). An Embedded Type-2 Fuzzy Controller for a Mobile Robot Application. *Recent Advances in Mobile Robotics*. Dr. Andon Topalov (Ed.). ISBN: 978-953-307-909-7. 365-384.

Maldonado, Y., Castillo, O. (2012). Genetic Design of an Interval Type-2 Fuzzy Controller for Velocity Regulation in a DC Motor. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 9, 1-8.

Margaliot, M., Langholz, G. (1999). Fuzzy Lyapunov-based approach to the design of fuzzy Controllers. *Fuzzy Sets and Systems*, Elsevier, 106, 49-59.

Reyes, E. A. (2008). *Diseño de Controladores Basados en el Enfoque Difuso de Lyapunov para su Aplicación a un Servomotor*. Tesis de Maestría en Ingeniería de Control no publicada, Universidad Autónoma del Carmen, UNACAR, Ciudad del Carmen, Campeche, México.

Ruz, J.A., Rullan, J.L., García, R., Reyes, E.A., Sánchez, E. (2007). Trajectory Tracking Using Fuzzy-Lyapunov Approach: Application to a Servo Trainer. En Castillo, O. et al. (Eds.), *Theoretical Advances and Applications of Fuzzy Logic and Soft Computing* (pp. 710-718). Springer-Verlag.

Sierra, G.K., Bulla, J.O., Melgarejo, M.A. (2011). An Embedded Type-2 Fuzzy Processor For The Inverted Pendulum Control Problem. *IEEE Latin America Transactions*, 9, (3), 263-269.

Yao, L., Chen, Y.S. (2011). Type-2 Fuzzy Control of an Automatic Guided Vehicle for Wall-Following. *Theory and Applications*. Dr. Lucian Grigorie (Ed.), ISBN: 978-953-307-543-3. 243-252.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and control*, 8, 338-353.