

Control con modelo interno de una transmisión de variación continua tipo esférica con backlash.

Igor Morett, Jaime Álvarez
CINVESTAV-IPN, Sección de Mecatrónica
Av. Instituto Politécnico Nacional No. 2508, México D.F., México
igormorett@cinvestav.mx, jalvarez@cinvestav.mx
Tel. (55) 57473800 ext. [6322, 3792]

Resumen— En este trabajo se describe la aplicación de una estructura de control, llamada control por modelo interno, con la que es posible mejorar el desempeño de sistemas que presentan cierto tipo de holgura mecánica mejor conocida como backlash, fenómeno encontrado en una transmisión de variación continua tipo esférica (TVCE). La principal característica de la TVCE es que ofrece, entre dos límites, un número infinito de relaciones de transmisión, a diferencia de las transmisiones convencionales (manuales o automáticas), las cuales ofrecen un número finito de dichas relaciones. La TVCE utiliza como elemento de transmisión una esfera central, la cual transmite potencia mediante el contacto giratorio con dos rodillos, los cuales están acoplados a las flechas de entrada y de salida. El cambio de la relación de velocidades de entrada/salida se logra mediante la variación de la orientación del eje de giro de la esfera, la cual está controlada por un motor de cd, cuya flecha se acopla a dos conjuntos de engranes cónicos. Es en este par de engranes cónicos donde aparece el backlash.

Palabras clave: Backlash, control con modelo interno, sistema dinámico, sistema no lineal, transmisión.

I. INTRODUCCIÓN

Una transmisión de variación continua (TVC) es aquella en la que la relación de transmisión puede cambiar continuamente, es decir en incrementos infinitesimales o con una resolución infinitesimal sobre un rango establecido (De Silva, et al., 1998). La transmisión de variación infinitesimal (TVI) es un tipo de transmisión de variación continua la cual asegura una relación de transmisión infinita proporcionando la relación cero de la transmisión con un eje de salida sin movimiento y el eje de entrada con velocidad diferente de cero (Mangialardi, et al., 1999). En la actualidad este tipo de sistemas tienen un uso que ha ido en aumento en la industria en general, pero en especial en la industria automotriz debido a la necesidad de proveer a los automóviles con mejoras tecnológicas en motores y transmisiones para obtener un menor consumo de combustible y un mejor funcionamiento del vehículo (De Silva, et al., 1998; Setlur, et al., 2001). Recientes investigaciones han hecho posible el desarrollo de vehículos alternativos como los híbridos, los cuales cuentan con transmisiones de variación continua (Shafai, et al., 1995; Bowles, et al., 2000; Takahashi, 1998). Otra área del conocimiento que utiliza este tipo de transmisiones es la Robótica, al buscar el desarrollo de formas alternativas de movimiento para robots móviles (Kim, et al., 1999; Tahboub, et al., 2000). Sin embargo la aplicación de este tipo de sistemas es casi natural en donde exista necesidad de

transmitir un par o variar velocidad en un sistema mecánico.

Existen diferentes tipos de sistemas de transmisión de variación continua (STVC), de acuerdo a la configuración de los elementos mecánicos de las mismas, se les conoce:

- STVC de poleas cónicas y bandas en V.
- STVC Toroidal
- STVC Esférica
- STVC de radio variable o de Catarina y banda.
- STVC de piñón y cremallera.

Otras variedades de transmisiones de variación continua son desarrolladas pero no se han difundido ampliamente debido al éxito que han tenido las de tipo Toroidal y las de poleas cónicas y bandas en V (Lang, 2000). El backlash es una “imperfección” que aparece frecuentemente en dispositivos mecánicos (tradicionalmente engranes, como es el caso en la TVC). En (Gutiérrez, 2007), se presenta el Modelado y control de una TVCE con backlash, utilizando como controlador un control proporcional integral (PI). En Mandujano, Elva., (2010), se describe la aplicación de una estructura de control, llamada control con modelo interno, con la que es posible mejorar el desempeño de sistemas que presentan cierto tipo de holgura. En (Kolnik, et. Al. 2012) se describe la estrategia para reducir el efecto del backlash y vibración torsional en un sistema de dos-masas mediante un observador de perturbación. Por estimación del backlash equivalente y perturbaciones del torque de torsión. En este trabajo se propone un algoritmo de control por modelo interno (CMI) dado en (Zazueta, S. y Álvarez J. 2002), basado en el modelo dinámico de la TVCE con backlash, presentada en (Gutiérrez, 2007), así como la comparación de resultado numérico y experimental del algoritmo de control propuesto, con los resultados mostrados en (Gutiérrez, 2007).

A. Planteamiento del problema y objetivo del trabajo.

Cuando el backlash no es considerado en el diseño de sistemas de control sus efectos limitan severamente el desempeño del sistema retroalimentado. Dado el alto costo que implica manufacturar engranes sin backlash, en los años recientes se han propuesto metodologías de modelado y diseño de controladores que consideran sus efectos. Sin embargo, la mayoría de las metodologías propuestas considera que el backlash aparece en los sensores y/o actuadores (Tao, et al., 1996) y no en los componentes internos del sistema, como el caso de la TVCE tratada.

Un sistema de Transmisión de Variación Continua esférica (TVCE) es aquel en el cual la relación de transmisión puede cambiar continuamente, es decir, en incrementos infinitesimales sobre un rango establecido. En una TVCE dos conjuntos de engranes cónicos son utilizados para modificar la relación de transmisión y en consecuencia la velocidad de salida. Por lo tanto, el backlash además de aparecer en el actuador (motor de CD) aparece en los componentes internos del sistema (Gutiérrez, 2007).

El objetivo de este trabajo consiste en comparar el desempeño del controlador diseñado, ante perturbaciones externas y cambios paramétricos del modelo específicamente en los parámetros que definen la holgura del backlash (c_l y c_r), así como la comparación de resultados antes reportados en (Gutiérrez, 2007).

B. Contribuciones del trabajo.

- Propuesta de un algoritmo de control basado en el modelo de la TVCE con backlash.
- Resultado numérico y experimental del algoritmo de control propuesto.

II. CMI PARA LA TVC CON BACKLASH.

La primera aparición del Control por Modelo Interno (CMI), como muchos otros tipos de controladores, se hizo en el contexto de los sistemas lineales. El CMI no sufre de las desventajas de los controles prealimentados: puede cancelar los efectos de las perturbaciones no medidas puesto que la señal de realimentación está sometida a la misma influencia y modifica proporcionalmente la variable de referencia. Si el modelo no sigue o genera perfectamente la dinámica de la planta entonces la señal de retroalimentación exhibe la influencia de esta dinámica no modelada y de las perturbaciones.

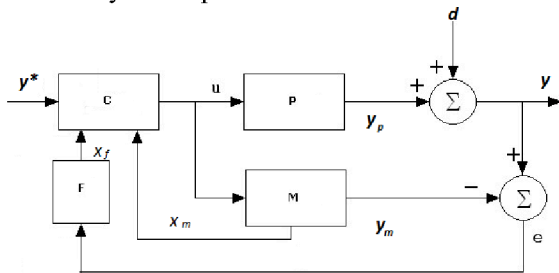


Figura 1: Esquema de control del CMI.

En la figura 1 se muestra la estructura del Control con Modelo Interno (CMI).

La estructura del Control con Modelo Interno (CMI), está compuesta por varios bloques.

Los componentes de este diagrama son: P (planta), M (modelo), F (filtro lineal) más adelante se explica el funcionamiento de dicho filtro y C (bloque controlador). Cada bloque de la estructura juega un papel determinado:

El bloque P (planta) es el proceso a controlar, posee una entrada de control y una salida. En este caso el prototipo de la TVCE es la Planta.

El bloque M (modelo de la planta) actúa como un observador en lazo abierto del estado de la planta (bloque P). Esto implica la necesidad de que el bloque M sea asintóticamente estable para garantizar la convergencia del estado del modelo al estado de la planta en el caso de que el estado inicial del modelo sea diferente al de la planta. Para nuestro caso se toma el modelo de la TVCE con backlash.

A. El CMI no lineal.

A continuación se presenta la definición matemática para SNL de los bloques de la estructura del CMI. Se supone que la planta se puede expresar en la llamada forma normal por medio de un cambio de coordenadas, como se muestra en (Gutiérrez, M. 2007).

En esta sección consideraremos que los sistemas pueden representarse mediante la ecuación diferencial ordinaria

$$\frac{d^n y_p}{dt^n} + \tilde{f}\left(y_p, \frac{dy_p}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1}y_p}{dt^{n-1}}\right) = \tilde{g}\left(y_p, \frac{dy_p}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1}y_p}{dt^{n-1}}\right)u, \quad (1)$$

donde $y_p^{(k) \text{ def}} = d^k y_p / dt^k$ para $k=1, \dots, n-1$, \tilde{f} y \tilde{g} son funciones suaves y u es la entrada de control. Una selección adecuada de variables de estado convierte este sistema a la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{p,i} &= x_{p,i+1}, \quad (i=1, \dots, n-1) \\ \dot{x}_{p,n} &= f_p(x_p) + g_p(x_p)u \\ y_p &= x_{p,1} \end{aligned} \quad (2)$$

donde $x_p = (x_{p,1}, \dots, x_{p,n})$ es el estado f_p y g_p son funciones dadas por $f_p(x_p) = -\tilde{f}(x_p)$ y $g_p(x_p) = \tilde{g}(x_p)$.

La técnica de diseño del CMI utiliza un modelo conectado en paralelo con la planta, retroalimentando la diferencia entre las salidas de la planta y el modelo como se muestra en la figura 1. Para evitar que la función de transferencia del controlador C , sea impropia y no realizable se agrega un filtro, de tal manera que C , sea una función de transferencia propia. En la figura 1 se puede observar que, en este caso, el controlador requiere del estado del modelo.

Con esta nueva estructura es posible demostrar que, bajo ciertas condiciones, el error en estado estacionario $y^* - y_p$ es cero, aun cuando la planta tenga incertidumbres paramétricas, a condición de que el sistema en lazo cerrado tenga al menos un punto de equilibrio asintóticamente estable y considerando que la perturbación d es igual a cero. Estos equilibrios pueden estar ubicados en cualquier lugar, por lo que no es necesario que el modelo sea idéntico a la planta. Esto se estudia ampliamente en (Álvarez Gallegos, J. y Zazueta, S. (1998)).

El modelo matemático de la planta M está definido por

$$\begin{aligned} \dot{x}_{m,i} &= x_{m,i+1}, \quad i=1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_{m,n} &= f_m(x_m) + g_m(x_m)u \\ y_m &= x_{m,1} \end{aligned} \quad (3)$$

donde $x_m = (x_{m,1}, \dots, x_{m,n})$, f_p y g_p son funciones suaves, $u(t) \in \mathbb{R}$ es la entrada de control, $y_m(t) \in \mathbb{R}$ es la salida del modelo y $x_m(t) \in \mathbb{R}^n$ es el estado del modelo. Este modelo actúa como un observador en lazo abierto de la planta y se

requiere la estabilidad del origen, es decir $D_{x_n} f_m(0)$ debe ser estrictamente Hurwitz estable.

El bloque del filtro es un sistema lineal estable, definido por

$$\begin{aligned}\dot{x}_{f,i} &= x_{f,i+1}, i=1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_{f,n} &= -a_f x_f + a_f e^* = f_f(x_f, e^*) \\ y_f &= x_{f,1}\end{aligned}\quad (4)$$

donde $x_f = (x_{f,1}, \dots, x_{f,n}) \in \mathbb{R}^n$ y $a_f = (a_{f,1}, \dots, a_{f,n}) \in \mathbb{R}^n$ es tal que el filtro es estable, donde el vector de parámetros a_f se utiliza como un parámetro de sintonía y $e^* = y_p - y_m$ es el error de salida planta-modelo.

A continuación se forma el sistema aumentado con algunas variables originales y las variables auxiliares, con el objeto de linealizar la relación entrada-salida del sistema global por medio de una retroalimentación parcial de estado.

Se definen las siguientes variables auxiliares

$$\begin{aligned}e_i &= x_{p,i} - x_{m,i} \\ y_i &= x_{m,i} + x_{f,i} - y_i^*\end{aligned}\quad (5)$$

donde $i=1 \dots n$, y y^* son las componentes de un vector de dimensión n definido por

$$y_i^* = (y_1^*, \dots, y_n^*) = (y_1^*, 0, \dots, 0) \quad (6)$$

Considerando a y_1^* como una constante. Definamos igualmente la variable $y = (y_1, \dots, y_n)$.

Haciendo uso de las definiciones previas, resulta

$$\begin{aligned}\dot{y}_i &= y_{i+1}, i=1, \dots, n-1 \\ \dot{y}_n &= f_m(x_m) + g_m(x_m)u + f_f(x_f, e_1)\end{aligned}\quad (7)$$

Consideremos el control

$$u = -\frac{f_m(x_m) + f_f(x_f, e_1) - f_y(y)}{g_m(x_m)} \quad (8)$$

donde (f_m, g_m, f_f) están definidas en (3) y (4), f_y está dada por

$$f_y(y) = -\alpha_1 y_1 - \dots - \alpha_n y_n \quad (9)$$

y las constantes α_i se escogen de tal manera que el polinomio característico

$$s^n + \alpha_n s^{n-1} + \alpha_{n-1} s^{n-2} + \dots + \alpha_1 = 0 \quad (10)$$

es estrictamente Hurwitz.

Ahora, usando las variables auxiliares (e, y) y definiendo un nuevo estado completo del sistema a $\zeta = (x_f, e, y)^T$, el sistema CMI en lazo cerrado queda definido en las coordenadas ζ por el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned}\dot{e}_i &= e_{i+1} \\ \dot{e}_n &= f_p(x_p) - f_m(x_m) + (g_p(x_p) - g_m(x_m))u \\ \dot{x}_{f,i} &= x_{f,i+1} \quad (i=1, \dots, n-1) \\ \dot{x}_{f,n} &= -a_f x_f + a_f e^* \\ \dot{y}_i &= y_{i+1} \\ \dot{y}_n &= -\alpha_1 y_1 - \dots - \alpha_n y_n\end{aligned}\quad (11)$$

Para $i=1 \dots n-1$, u definida en (8), $(f_p(x_p), g_p(x_p))$, definidas en (2), las cuales se evalúan para

$x_p = e + y - x_f + y_1^*$ y $(f_m(x_m), g_m(x_m))$, definidas en (3), evaluadas para $x_m = y - x_f + y_1^*$.

Una de las características más interesantes de la estructura CMI es el hecho de regular con error cero una referencia constante aún en el caso de que la planta y el modelo no sean idénticos. En (Gutiérrez, 2007) se realiza un análisis de estabilidad de la TVCE estudiada y se concluye la estabilidad del esquema global con el CMI propuesto. En ese análisis se observa que los estados correspondientes a posiciones angulares pueden incrementarse notablemente, sin embargo, físicamente esto no representa ningún problema.

III. PLATAFORMA EXPERIMENTAL

El prototipo de la TVCE fue construido por (Flores, O., 2004). En la figura 2, se presenta un dibujo esquemático de dicho prototipo.

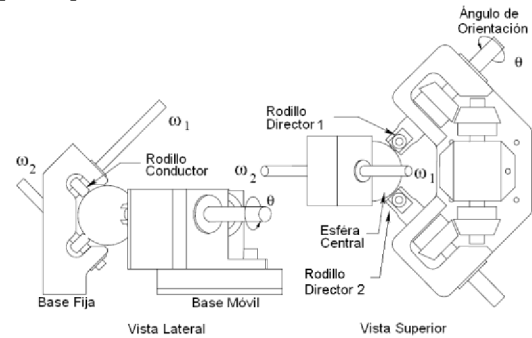


Figura 2: Representación esquemática del prototipo de la TVCE. Para mayor detalle de la plataforma ver (Flores, O., 2004).

IV. MODELO DINÁMICO DE LA TVCE CON BACKLASH

El modelo dinámico del backlash en la TVCE cuenta con un doble efecto del backlash debido a que la posición del motor de control es transmitida al rodillo director 2 por medio de un par de engranes cónicos, por lo que antes de que el movimiento llegue al rodillo 2, éste pasa a través de un backlash doble. Esto hace que el orden del sistema se incremente en 2, ya que el backlash 1 genera una variable de estado adicional y el backlash 2 otra, para mayor detalle ver (Gutiérrez, 2007).

Para el backlash 1 en la TVCE se ha utilizado el modelo dado por (Tao, et al., 1996) y viene representado por

$$p(t) = \begin{cases} x_{2,m}(t) & \text{si } x_{2,m}(t) > 0 \text{ y } x_{6,m}(t) = x_{1,m}(t) - c_{r1} \\ \text{ó} \\ x_{6,m}(t) & \text{si } x_{2,m}(t) < 0 \text{ y } x_{6,m}(t) = x_{1,m}(t) - c_{l1} \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (12)$$

Para el backlash 2 en la TVCE se ha utilizado el modelo dado por (Tao, et al., 1996) y viene representado por:

$$q(t) = \begin{cases} p(t) & \text{si } p(t) > 0 \text{ y } x_{7,m}(t) = x_{6,m}(t) - c_{r2} \\ \text{ó} \\ p(t) & \text{si } p(t) < 0 \text{ y } x_{7,m}(t) = x_{6,m}(t) - c_{l2} \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (13)$$

Estas representaciones del backlash pueden ser simplificadas por expresiones aproximadas que cumplen con las condiciones de suavidad requeridas para el diseño de numerosos controladores utilizados en sistemas no lineales ver (Cuesta., et al. 2009).

El modelo en variables de estado de la TVCE sin considerar el fenómeno de backlash viene representado por el sistema dado en (Gutiérrez, 2007).

Pero al considerar el backlash que provoca el acoplamiento de los engranes cónicos en el sistema, el orden del modelo de la TVCE en variables de estado se incrementa en 2, y además la relación de transmisión cambia al considerar éste backlash.

El modelo dinámico ideal de la TVCE con backlash se describe de la siguiente manera en (Gutiérrez, 2007):

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{1,m} &= x_{2,m} \\
 \dot{x}_{2,m} &= (k_f/J)x_{3,m} - (B_f/J)x_{2,m} \\
 \dot{x}_{3,m} &= (-r/L)x_{3,m} - (k_b/L)x_{2,m} + u/L \\
 \dot{x}_{4,m} &= x_{5,m} \\
 \dot{x}_{5,m} &= \frac{\tau_m - R_{TVC}\tau_L + x_{5,m} \left(\frac{J_1 R_{TVC}}{R_{TVC}^2} - R_{TVC} b_2 - \frac{b_1}{R_{TVC}} \right)}{J_2 R_{TVC} + \frac{J_1}{R_{TVC}}} \\
 \dot{x}_{6,m} &= p(t) \\
 \dot{x}_{7,m} &= q(t)
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 R_{TVC} &= \tan \left\{ \frac{1}{2} \left[\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \tan x_{1,m} \right) \dots \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \dots + \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \tan x_{7,m} \right) \right] - \frac{\pi}{4} \right\} \\
 \dot{R}_{TVC} &= \sec^2 \left\{ \frac{1}{2} \left[\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \tan x_{1,m} \right) + \dots \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \dots + \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \tan x_{7,m} \right) \right] - \frac{\pi}{4} \right\} \times \dots \\
 &\quad \dots \times \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}/2 \sec^2 x_{1,m}}{1 + \frac{1}{2} \tan^2 x_{1,m}} x_{2,m} + \frac{\sqrt{2}/2 \sec^2 x_{7,m}}{1 + \frac{1}{2} \tan^2 x_{7,m}} q(t) \right)
 \end{aligned}$$

donde $p(t)$ y $q(t)$ están definidos en (11) y (12) y:

- K_T : Constante de par torsional del motor.
- B : Coeficiente de fricción viscosa asociado al rotor del motor.
- J : Inercia del rotor y de la flecha del rotor.
- r : Resistencia de armadura del motor.
- k_b : Constante de fuerza electromotriz.
- L : Inductancia asociada a la armadura del motor.
- τ_m : Par torsional proporcionado por el motor de entrada de la TVC.
- τ_L : Par de carga a la salida de la TVC.
- u : Voltaje del motor de control.
- J_1, J_2 : Inercias asociadas a las flechas de entrada y salida de la TVC, respectivamente.
- b_1, b_2 : Coeficientes de fricción asociados a las flechas de entrada y salida de la TVC, respectivamente.
- $x_{1,m}$: es la posición angular del motor de control.
- $x_{2,m}$: es la velocidad angular del motor de control.
- $x_{3,m}$: es la corriente de armadura del motor de control.
- $x_{4,m}$: es la posición angular de la flecha de salida.
- $x_{5,m}$: es la velocidad angular de la flecha de salida.
- $x_{6,m}$: es la posición angular del motor de control después de haber pasado por el primer par de engranes (backlash 1).
- $x_{7,m}$: es la posición angular del motor de control después de haber pasado por el segundo par de engranes (backlash 2).
- $p(t)$: es la velocidad de la posición angular del motor de control después de haber pasado por el primer par de engranes (backlash 1).

$q(t)$: es la velocidad de la posición angular del motor de control después de haber pasado por el segundo par de engranes (backlash 2).

c_{r1}, c_{l1} : Parámetros constantes del backlash 1.

c_{r2}, c_{l2} : Parámetros constantes del backlash 2.

R_{TVC} : es la relación de transmisión.

En (Gutiérrez, 2007) se muestra que $x_{1,m}$ es una posición angular y muestra que la dinámica interna del sistema es estable. Lo relativo a la estabilidad se discute en la sección II. Por lo tanto se puede diseñar el CMI no lineal con un modelo dado por los tres estados $(x_{1,m}, x_{2,m}, x_{3,m})$, $x_{4,m} = x_{5,m} = 0$, la planta dada por el modelo no lineal de la TVCE, un filtro de tercer orden en la forma de controlabilidad, con ganancia 1 en estado estacionario, entrada $e = y_p - y_m$ y salida $y_f = x_{1,f}$, una referencia constante y_1^* y calculando el control a partir de la tercera derivada de la variable $y = y_1^* - y_m - y_f$.

V. RESULTADOS NUMÉRICOS Y EXPERIMENTALES DE LA TVC ESFÉRICA CON BACKLASH.

A continuación se presentan los resultados de desempeño obtenidos para el controlador CMI contra el desempeño de un PI, sintonizado de manera heurística. Las condiciones iniciales de P y M son igual a cero, manteniendo como constantes los parámetros del backlash $c_l = c_r = \pm 0.035$ en el modelo de la planta P , y variando estos parámetros en el modelo del sistema M . Considerando que la caracterización es más compleja para estos términos. En la tabla I se presentan las variaciones de los parámetros c_l y c_r , utilizados en cada uno de los experimentos realizados para comprobar el desempeño del CMI con y_1^* cte. en el tiempo y y_1^* variante en el tiempo.

TABLA I
Variaciones de los parámetros en el Backlash

y_1^* cte. y y_1^* variante	c_l	c_r
1	0.035	-0.035
2	0.095	-0.095
3	$\pi/3$	$-\pi/3$
4	$\pi/4$	$-\pi/4$
5	$\pi/5$	$-\pi/5$
6	$\pi/7$	$-\pi/7$
7	$\pi/9$	$-\pi/9$
8	$\pi/10$	$-\pi/10$

Se determinó como señal de referencia y_1^* una señal constante con valor de $3\pi/4$ rad y una señal variante en el tiempo del tipo diente de sierra con una amplitud de 2π radianes y una frecuencia de 0.03Hz. Se inyectó al sistema una señal de perturbación d , un pulso de amplitud 1.88 rad.

En la figura 3, se muestra la respuesta numérica del CMI, PI vs y_1^* cte., para el caso ideal donde se consideran los

parámetros $c_l = c_r = \pm 0.035$ iguales para P y M del CMI, donde se puede ver claramente que el CMI tiene un mejor desempeño de seguimiento que el PI. Esto lo podemos observar con mayor claridad en la figura 4, donde se muestra el error en estado estacionario, y se puede ver que el PI, se mantiene oscilando sobre la referencia en un rango de ± 0.029 rad., el cual no es factible para el sistema físico. En el CMI se muestra un error asintótico menor que para el esquema con PI. Esto garantiza un mejor desempeño del sistema, considerando a y_1^* constante en el tiempo.

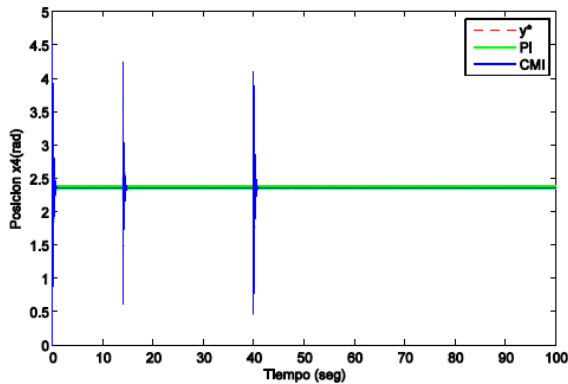


Figura 3: Respuesta del CMI, PI vs y_1^* , $c_l = c_r = \pm 0.035$.

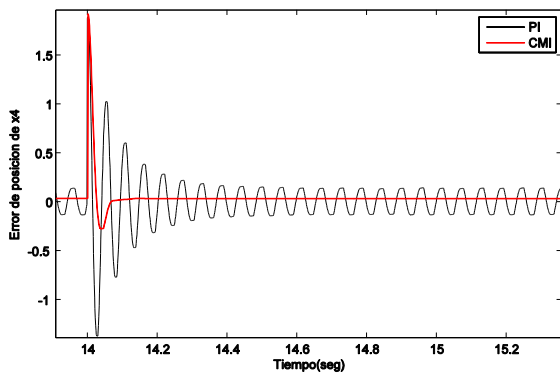


Figura 4: Acercamiento del error en estado estacionario

A continuación mostraremos, el desempeño del CMI considerando a y_1^* variante en el tiempo proponiendo una señal tipo diente de sierra y considerando de igual manera la señal de perturbación propuesta para el caso anterior, cabe mencionar que se realizaron pruebas para distintos valores de c_l y c_r . Considerando desde el caso ideal donde se propone que $M=P$. Continuamos con las simulaciones numéricas proponiendo variaciones en el modelo M , para observar la robustez del CMI ante cambios paramétricos en c_l y c_r .

En la figura 5, se observa la respuesta numérica del CMI para valores de $c_l = c_r = \pm \pi/8$, donde se observa claramente que el sistema no alcanza a y_1^* . En la figura 6, se muestra el error en estado estacionario, donde se mantiene un error de ± 0.392 rad de magnitud, para este caso. Entonces podemos tener un margen de robustez ante cambios de los parámetros en M , quedando un intervalo de valores para $c_l = c_r = \pm 0.035 \rightarrow \pi/8$, para garantizar un buen desempeño del CMI, diseñado para este sistema.

Ahora mostramos los resultados experimentales, del CMI y el PI. En la figura 7. Se muestra el desempeño del PI, CMI vs y_1^* , considerando los valores de $c_l = c_r = \pm 0.035$ en M , del CMI. Donde podemos observar que el PI no es capaz de seguir la señal de y_1^* , y el CMI muestra un mejor desempeño de seguimiento.

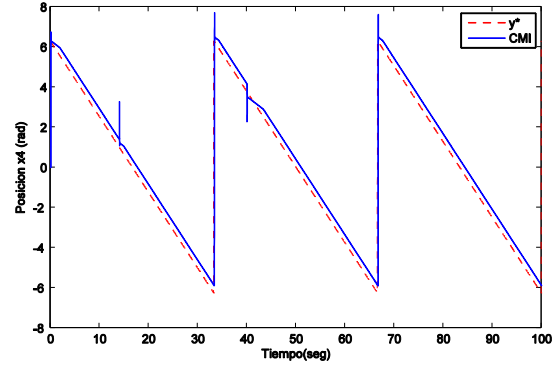


Figura 5: Respuesta del CMI, PI vs y^* , $c_l = c_r = \pm \pi/8$.

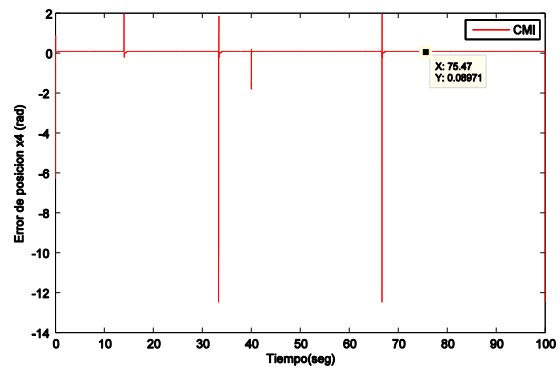


Figura 6: Error en estado estacionario.

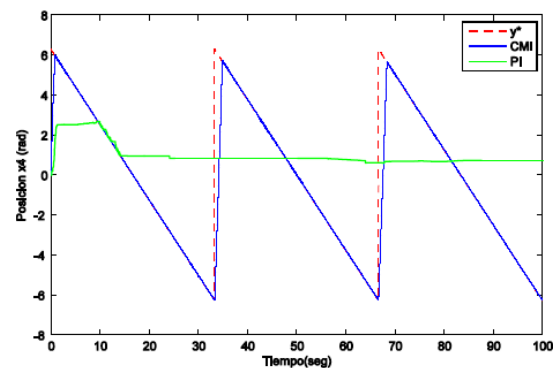


Figura 7: Respuesta del CMI, PI vs y_1^* , $c_l = c_r = \pm 0.035$.

En la figura 8, mostramos el voltaje de control, requerido por el CMI. El cual se encuentra en un rango de ± 5 volts. Llegando a la saturación de voltaje en los picos de posición de la señal de referencia.

En la figura 9. Se muestra el desempeño del CMI vs y_1^* , considerando los valores de $c_l = c_r = \pm \pi/2$ en M , del CMI. Observando un buen desempeño, del CMI regulando el error ante un cambio considerable, en los parámetros del backlash.

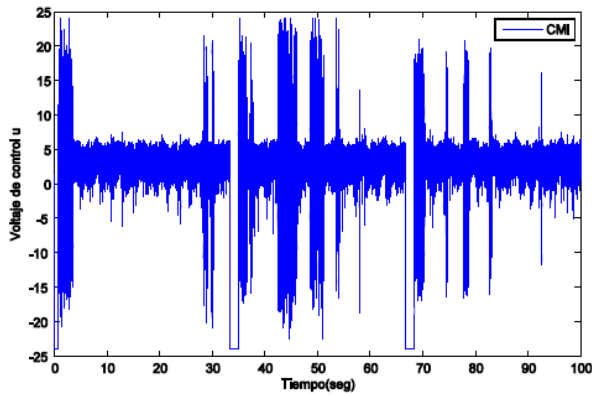


Figura 8: Voltaje de control del CMI.

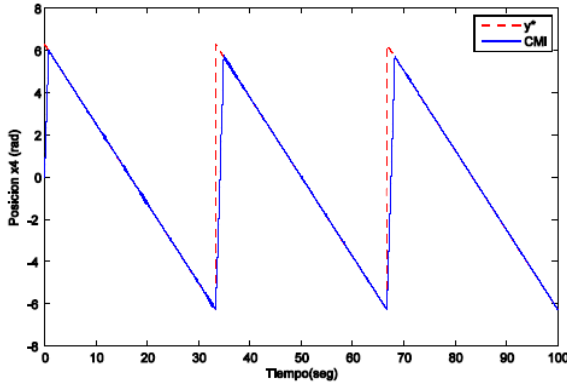


Figura 9: Respuesta del CMI vs y_1^* , $c_l = c_r = \pm\pi/2$.

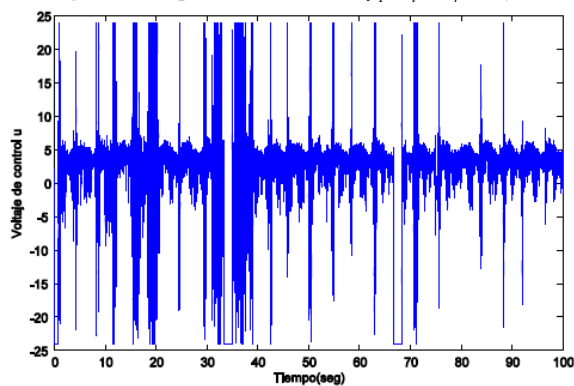


Figura 10: Voltaje de control del CMI.

Aunque en la figura 10 se puede observar que requiere de mayor energía, lo cual es lógico por la variación considerable de los parámetros c_l y c_r . Con lo que podemos concluir que el CMI, es robusto ante cambios paramétricos en el backlash dados en M mostrados en la tabla I.

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó el diseño del CMI, basándose en el modelo de la TVCE con backlash, proporcionado en (Gutiérrez, 2007), comparando su desempeño, numérico y experimental con un control clásico PI, para estas pruebas se proponen cambios en los parámetros del modelo de la TVCE. Específicamente, en los parámetros del backlash c_l y c_r con valores de $\pm 0.035 \rightarrow \pm 1$, ya que la caracterización es mucho más compleja para estos términos. Cabe mencionar que en este trabajo se presentó el diseño del CMI, considerando una

referencia constante y_1^* . A pesar de la hipótesis de y_1^* constante, se muestra que para el caso donde se considera a y_1^* variante en el tiempo el CMI fue capaz de alcanzar dicha señal. Se presentan algunos resultados numéricos y experimentales para ilustrar el desempeño del controlador diseñado y verificar la robustez de dicho control ante cambios paramétricos de M mostrados en la tabla I.

REFERENCIAS

- De Silva C. L., Schultz M., Dolejsi E. (1994). Kinematic analysis and design of a Continuously Variable Transmission, Mech. Mach Theory, Vol. 29, No. 1, pp. 149-167.
- Bowles P., Peng H., Zhang X., (June 2000). Energy management in Parallel Hybrid Electric Vehicle with a Continuously Variable Transmission, Proceedings of the American Control Conference, Chicago, Illinois.
- Flores, O., (2004). Diseño y Construcción de un Sistema de Transmisión de Variación Continua Tipo Esférico, Tesis de maestría, Sección de Mecatrónica, CINVESTAV I.P.N.
- Gutiérrez M., (2007). Modelado y control de una TVC esférica con backlash, Tesis maestría, Sección de Mecatrónica, CINVESTAV I.P.N.
- Kim J., Yeom H. J., Park F. C., (1999). MOSTS: A mobile Robot with a Spherical Continuously Variable Transmission, Proceedings of the 1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 1751-1756.
- Lang K. R., (2000). Continuously variable transmissions. An overview of CVT Research past, present and Future, May 3.
- Mangialardi L., Mantriota G., (1999). Power flows and efficiency in infinitely variable transmissions, Mechanism and Machine Theory, Vol. 34, pp. 973-994.
- Alvarez Gallegos, J. y Zazueta, S. (1998). An internal-model controller for a class of single-input single-output nonlinear systems: Stability and robustness. Dynamics and Control, 8: 123-144.
- Zazueta, S., Alvarez, J. (2002). A robust internal model controller for nonlinear systems, American Control Conference, V. 1, pp. 561-566.
- Moore, C. A., (1997). Continuously Variable Transmission for Serial Link Cobot Architectures, M. Sc. thesis, Laboratory for Intelligent Mechanical Systems, Northwestern University.
- Setlur P., Wagner J. R., Dawson D. M., Samuels B., (2001). Nonlinear control of a Continuously Variable Transmission (CVT) for Hybrid Vehicle Powertrains, Proceedings of the American Control Conference., Arlington, VA., June 25-27.
- Shafai E., Simons M., Neff U., (1995). Geering H., Model of a Continuously Variable Transmission, First IFAC Workshop on Advances in Automotive Control, pp. 99-107.
- Tahboub K. A., Asada H. H., (April 2000). Dynamics analysis and control of a Holonomic Vehicle with a Continuously Variable Transmission, Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Francisco, CA.
- Takahashi S., (December 1998). Fundamental study of low fuel consumption control scheme based on combination of Direct Fuel Injection Engine and Continuously Variable Transmission, Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control, Tampa, Florida USA.
- Tao, G., Kokotovic, P., (1996). Adaptive Control of Systems with Actuator and Sensor Nonlinearities, John Wiley & Sons, Inc., USA.
- Mandujano, Elva., (2010). Control con modelo interno de sistemas mecánicos con juego mecánico (Backlash), Tesis maestría, Electrónica y telecomunicaciones, CICESE.
- Cuesta Ricardo., Alvarez Gallegos J., (2009). Modelos dinámicos del Backlash, AMCA 2009, Zacatecas, México.
- Kolnik Itia., Agranovich Grigory., (2012). Backlash compensation for motion system with elastic transmission, Proc. of the 27th IEEE Convention of Electrical and Electronics Engineers, Israel.