

Identificación de los Pares de Fricción en el Robot Mitsubishi PA10-7CE.

J. Orrante-Sakanassi, V. Santibáñez, S. Sánchez-Mazuca y R. Campa

Instituto Tecnológico de La Laguna

Apdo. Postal 49, Adm. 1, Torreón Coahuila, 27001, México. Fax: +52 871 7051326

jaos@ieee.org, santibanez@ieee.org, smazuca@gmail.com, recampa@ieee.org

Resumen—La fricción es un fenómeno físico inevitable, el cual se manifiesta en todos los sistemas mecánicos. Los robots manipuladores son sistemas que requieren de alta precisión, y la fricción que se presenta en las articulaciones de estos mecanismos afecta grandemente su desempeño. Por ello es importante considerar la fricción articular tanto en el modelado dinámico como en el diseño de controladores para robots. En este trabajo se propone un procedimiento general para la medición de la fricción en las articulaciones de robots manipuladores seriales. Este procedimiento es luego usado para aproximar las curvas características de fricción en un brazo Mitsubishi PA10-7CE que se encuentra en el laboratorio de Mecatrónica y Control de nuestro instituto. Al final se hace una comparación entre simulaciones y experimentos que permite validar el modelo de fricción obtenido.

Palabras clave: Robot manipulador, fricción, identificación.

I. INTRODUCCIÓN

El modelado adecuado de la dinámica de sistemas mecánicos es una parte importante al momento de desarrollar esquemas de control basados en el modelo, los cuales son diseñados en términos de varios parámetros dinámicos como lo son la inercia, la gravedad, o la fricción.

De gran interés es la compensación de fricción, que juega un rol importante en diversas aplicaciones de control, y sobre todo en aquellas en las se requiere de una alta precisión y exactitud, así como de un buen seguimiento de trayectorias. La fricción necesita ser adecuadamente compensada para tener un mejor comportamiento en estado transitorio y reducir los errores en estado estacionario. Sin embargo, la naturaleza de la fricción no es completamente entendida y encontrar un modelo que describa todos los fenómenos derivados de la fricción es difícil (Dahl, 1968), (Dahl, 1975), (Canudas de Wit *et al.*, 1995). Además, otro de los retos en el proceso de compensación de fricción, es la identificación de los parámetros que lo caracterizan.

La identificación de la fricción en robot manipuladores es, en algunas ocasiones, una tarea muy difícil. En el caso de que los motores de un robot puedan ser desmontados del mismo sería posible emplear un método para medir directamente la fricción en cada accionador por separado. Trabajos que abordan el problema de estimación de fricción en motores pueden ser encontrados en la literatura abierta (Kelly *et al.*, 2000), (Salas, 2007), (Campa *et al.*, 2008). Por otro lado, cuando no se cuenta con la ventaja de poder desmontar los accionadores de un robot, ya sea por que éste

viene sellado de fábrica o porque el proceso de desmontado es sumamente difícil y hay riesgos de dañar el equipo, existen alternativas experimentales para el cálculo de la fricción (Kermani *et al.*, 2005), (Armstrong-Helouvry, 1991).

Por otra parte, el robot PA10 de Mitsubishi es un robot de arquitectura abierta que por años ha sido utilizado en la industria y en laboratorios de investigación. Existen varios trabajos que estudian el modelado e identificación de parámetros del PA10 (Bompos *et al.*, 2007), (Kennedy and Desai, 2005).

En este trabajo se aborda el problema de la estimación de los pares de fricción en las articulaciones de robots manipuladores en general. Se presenta un procedimiento sencillo que está basado en uno propuesto en (Bompos *et al.*, 2007) pero con algunas diferencias que en contraste con el método anterior, no requiere reinstalar el robot para evitar efectos gravitacionales, además de considerar el modelo de fricción estática. El método propuesto en este trabajo es utilizado para determinar los pares de fricción de un robot Mitsubishi PA10-7CE, de siete grados de libertad, que se encuentra en el laboratorio de Mecatrónica y Control del Instituto Tecnológico de La Laguna.

El resto del documento se ha organizado de la siguiente manera. En la sección II se repasan algunos conceptos básicos sobre modelado dinámico de robots manipuladores, y particularmente sobre modelos de fricción. En la sección III se describe brevemente la arquitectura y forma de operación del robot Mitsubishi PA10 como prototipo para la aplicación del método de estimación de la fricción que se explica en la sección IV. Los experimentos realizados y los resultados obtenidos se presentan en la sección V. Finalmente, en la sección VI se dan algunas conclusiones.

II. MODELADO DE ROBOTS CON FRICCIÓN.

Para empezar, considérese un motor con fricción. En general, se supone que el par de fricción en el motor depende de su velocidad del rotor \dot{q} y el par entregado por el motor τ . Para fines de este artículo se consideran dos tipos de fricción:

- La fricción estática, cuando $\dot{q} = 0$, y
- La fricción cinética, que agrupa todos los efectos que se presentan cuando la articulación está en movimiento ($\dot{q} \neq 0$).

Por lo tanto, el término $f(\dot{q}, \tau)$ en (10) se puede descomponer como sigue:

$$f(\dot{q}, \tau) = \underbrace{f_e(\dot{q}, \tau)}_{\text{fricción estática}} + \underbrace{f_d(\dot{q})}_{\text{fricción cinética}}. \quad (1)$$

La fricción cinética quedaría descrita por algunos de los muchos modelos de fricción que existen. A continuación se enlistan el modelo de fricción estática, así como varios modelos de fricción que pueden ser combinados como fricción cinética (Gang and Lewis, 2001).

Modelo de fricción estática. Cuando la velocidad articular es cero, la fricción estática se opone a todo movimiento, siempre y cuando el par sea mas pequeño en magnitud que el coeficiente de fricción estática máxima f_s ; usualmente este modelo queda descrito por

$$f_e(\dot{q}, \tau) = \begin{cases} \tau \delta(\dot{q}), & |\tau| < f_s \\ f_s \text{sgn}(\tau) \delta(\dot{q}), & |\tau| \geq f_s \end{cases} \quad (2)$$

donde

$$\delta(\dot{q}) = \begin{cases} 1, & \dot{q} = 0 \\ 0, & \dot{q} \neq 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad \text{sgn}(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0 \\ -1, & \tau < 0 \end{cases}$$

Modelo de fricción de Coulomb. La fricción de Coulomb es descrita como

$$f_d(\dot{q}) = f_c \text{sgn}(\dot{q}) \quad (3)$$

donde f_c es el coeficiente de fricción de Coulomb y es independiente de la magnitud de la velocidad articular.

Modelo de fricción viscosa. La fricción viscosa es proporcional a la velocidad articular y obedece a la relación lineal

$$f_d(\dot{q}) = f_v \dot{q} \quad (4)$$

donde f_v se conoce como coeficiente de fricción viscosa.

Modelo de Stribeck. Un modelo exponencial que incorpora fricción de Coulomb y viscosa está dado por

$$f_d(\dot{q}) = \text{sgn}(\dot{q}) \left[f_c + (f_s - f_c) e^{-\frac{|\dot{q}|}{v_s} |\delta_s|} \right] + f_v \dot{q} \quad (5)$$

donde v_s es el coeficiente de velocidad de Stribeck y δ_s es un parámetro de ajuste. Este modelo describe el fenómeno conocido como efecto Stribeck que suaviza la transición entre la fricción estática máxima y la fricción de Coulomb.

Modelo de Dahl (Dahl, 1968). Es un modelo de fricción dinámico, en el cual el comportamiento de la fricción es modelado como si fueran las cerdas de dos cepillos entrelazados. El modelo de Dahl está dado por:

$$f_d(\dot{q}) = \sigma_0 z, \quad (6)$$

$$\dot{z} = -\frac{\sigma_0 |\dot{q}|}{f_c} z + \dot{q} \quad (7)$$

donde z es la deflexión promedio de las cerdas y σ es el coeficiente de rigidez de las cerdas. Este modelo no considera los efectos de fricción viscosa ni efecto Stribeck.

Modelo LuGre (Canudas de Wit *et al.*, 1995). Es un modelo inspirado en el modelo de Dahl que captura varias

características dinámicas y estáticas de la fricción; está dado por

$$f_d(\dot{q}) = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + f_v \dot{q} \quad (8)$$

$$\dot{z} = -\frac{\sigma_0}{\gamma(\dot{q})} |\dot{q}| z + \dot{q} \quad (9)$$

donde z y σ_0 , son nuevamente la deflexión promedio y el coeficiente de rigidez de las cerdas, f_v es el coeficiente de fricción viscosa, el nuevo parámetro σ_1 representa el coeficiente de amortiguamiento de las cerdas y del par aplicado y $\gamma(\dot{q})$ es una función positiva finita que se selecciona para describir diferentes modelos de fricción.

Ahora considérese el modelo dinámico de un robot serial rígido de n articulaciones, con fricción cada una de esas articulaciones; tal modelo puede ser escrito como (Spong *et al.*, 2006), (Kelly *et al.*, 2005):

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{f}(\dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau}) = \boldsymbol{\tau} \quad (10)$$

donde $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ son respectivamente los vectores de posiciones, velocidades y aceleraciones articulares, $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de pares externos aplicados al robot, $M(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercias del manipulador, la cual es simétrica y definida positiva, $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de pares centrífugos y de Coriolis, $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}$ es el vector de pares gravitacionales; en este caso se supone que el vector de gravedad $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ es perfectamente conocido. El término $\mathbf{f}(\dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\tau})$ es el vector de pares de fricción articular siendo $f_i(\dot{q}_i, \tau_i)$ el elemento correspondiente a la articulación i , y el cual tiene la forma (1); en general, se considera dependiente de la velocidad articular $\dot{\mathbf{q}}$ y del par aplicado en los actuadores $\boldsymbol{\tau}$.

III. ROBOT MITSUBISHI PA10

El Mitsubishi PA10 es un robot manipulador industrial. Su nombre es un acrónimo de *Portable General-Purpose Intelligent Arm*. Existen versiones de 6 y 7 grados de libertad. La figura. 1 muestra un diagrama del robot PA10-7CE (de 7 g.d.l.), indicando el sentido de rotación positiva y el nombre de cada articulación. El PA10 es un robot de

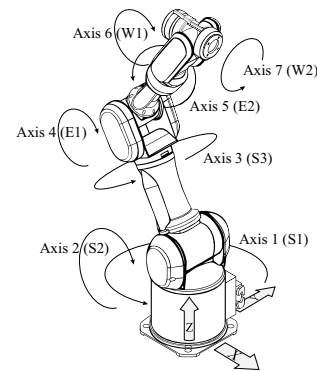


Figura 1. Robot Mitsubishi PA10-7CE

arquitectura abierta (Oonishi, 1999); lo anterior significa que el robot posee:

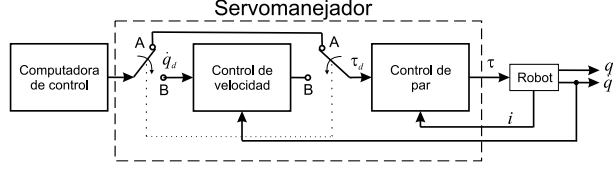


Figura 2. Configuración interna del servomanejador del robot PA10.

- Una estructura jerárquica con varios niveles de control.
- Comunicación entre niveles, vía interfaces estándar.
- Una interfaz abierta de propósito general en el nivel más alto.

Este esquema permite al usuario enfocarse en la programación de las tareas en el nivel más alto del sistema PA10, sin considerar el funcionamiento de los niveles mas bajos.

Los accionadores del robot PA10 son servomanejadores de CD sin escobillas y requieren un manejador (driver) electrónico para operar. Como se explica en (Campa *et al.*, 2008) esos manejadores pueden ser configurados ya sea en “modo velocidad” o en “modo par”, dependiendo de si la señal de entrada al manejador representa velocidad o par, respectivamente. En la figura 2 se puede observar un diagrama de la configuración interna de un servomanejador del robot PA10. Si los interruptores en la figura se encuentran en la posición *A* el robot opera en modo par, ya que las señales de la computadora de control funcionan como referencias para un controlador de par, el cual utiliza como retroalimentación la señal de corriente de los devanados de cada motor (que a su vez es proporcional al par aplicado). Este controlador generalmente es un PI de alta ganancia por lo que se puede considerar que, idealmente, el par de referencia τ_d es igual al par aplicado τ (Campa *et al.*, 2008). Pero si los interruptores de la figura 2 están en la posición *B* entonces el manejador funciona en modo velocidad y la señal proveniente de la computadora se considera una señal de velocidad deseada (\dot{q}_d) para un controlador de velocidad articular, cuya salida es la referencia para el controlador de par. Cabe mencionar que, aunque los servomanejadores del PA10 pueden funcionar como se describe en el párrafo anterior, en su configuración original (de fábrica) el hardware y el software de control sólo permiten la operación en modo velocidad. Para solventar esto y poder tener acceso a las señales de par de los motores, en el Tecnológico de La Laguna se ha desarrollado una nueva plataforma para el control en modo par y modo velocidad del robot Mitsubishi PA10. En (Ramírez, 2008) y (Ramírez y Campa, 2008) se describe a detalle esta plataforma, mediante la cual se tiene también acceso a las señales de posición, velocidad y par de los accionadores del robot.

IV. IDENTIFICACIÓN DE LA FRICCIÓN

En esta sección se presenta un procedimiento para determinar el par de fricción $f_i(q_i, \tau_i)$ en cada una de las articulaciones de un robot manipulador serial, siempre y

cuando sus servomanejadores se puedan configurar ya sea en modo par o en modo velocidad.

IV-A. Fricción estática máxima. (cuando $\dot{q} = 0$)

El coeficiente de fricción estática máxima f_s es el par máximo que se puede aplicar a una articulación antes de que ésta se empiece a mover. Para calcular este parámetro en cada una de las articulaciones de un robot, es necesario configurar los manejadores en modo par.

Partiendo del modelo (10) y suponiendo que el robot no se mueve ($\dot{q} = 0$) entonces queda

$$g(\mathbf{q}) + f(\mathbf{0}, \tau) = \tau. \quad (11)$$

Para calcular la fricción estática máxima de la articulación i se bloquean todas las articulaciones excepto la i , de modo que

$$g_i(\mathbf{q}) + f_i(0, \tau) = \tau_i. \quad (12)$$

En caso de que se pueda colocar el robot en una configuración para la que $g_i(\mathbf{q}) = 0$ para toda q_i entonces se puede aplicar a la articulación una rampa de par ($\tau_i = mt$) de modo que la fricción estática máxima correspondería al par en el que la articulación se empieza a mover (Llamas, 1998). La rampa de par debe seleccionarse con una pendiente relativamente pequeña para evitar algún tipo de accidente o movimientos bruscos en el robot. En caso de que no se pueda colocar el robot en una configuración en la que se mantenga $g_i(\mathbf{q}) = 0$, se deberá agregar un término de compensación de gravedad al par aplicado al robot; es decir, en general $\tau_i = mt + g_i(\mathbf{q})$. En cualquier caso, una vez que la articulación presente movimiento visible se suspende el experimento.

IV-B. Fricción cinética (cuando $\dot{q} \neq 0$)

El método presentado aquí para determinar una función que aproxime el par de fricción en cada una de las articulaciones está basado en el trabajo de (Bompos *et al.*, 2007).

En este caso se configuran los manejadores del robot en modo velocidad, y nuevamente se bloquean todas las articulaciones, excepto la i . Debido a que sólo una de las articulaciones se mueve, se puede reducir el modelo del robot al de un péndulo simple, el cual tiene una inercia constante y no presenta efectos de fuerzas centrífugas y/o Coriolis. Entonces el modelo dinámico reducido del robot queda

$$m_{ii}\ddot{q}_i + g_i(\mathbf{q}) + f_i(\dot{q}_i) = \tau_i \quad (13)$$

donde $g_i(\mathbf{q})$, $f_i(\dot{q}_i)$ y τ_i son el par de gravedad, el par de fricción cinética y el par aplicado a la articulación i , respectivamente, y m_{ii} corresponde al elemento (m_{ii}) de la matriz de inercia $M(\mathbf{q})$ del robot, el cual debe ser constante si se bloquean todas las articulaciones excepto la i . Como el robot opera en modo velocidad, existe un controlador de velocidad articular en cada uno de los servomanejadores, de modo que si se envía a la articulación i una consigna de velocidad deseada \dot{q}_{d_i} constante, se puede suponer que, pasando un tiempo transitorio, la velocidad

de la articulación se aproxima a la velocidad deseada e idealmente, considerar que $\dot{q} = \dot{q}_d$. En tal caso es posible reescribir (13) como

$$f_i(\dot{q}_{d_i}) = \tau_i - g_i(\mathbf{q}). \quad (14)$$

donde τ_i es el par aplicado a la articulación i por el controlador de par que se encuentra en el interior del manejador (ver Fig. 2). Si es posible medir ese par y se conoce el vector de pares gravitacionales entonces (14) puede usarse para obtener una estimación de la fricción articular en función de la velocidad de referencia constante \dot{q}_{d_i} .

La principal diferencia entre este procedimiento y el presentado en (Bompos *et al.*, 2007) es que se incluye en el análisis el término $g_i(\mathbf{q})$ por lo que ya no fue necesario cambiar al robot de pedestal (de piso o pared) con tal de anular los efectos de la gravedad, y al ser conocidas el efecto de la gravedad se puede restar. Además, si se realizan experimentos para diferentes valores de \dot{q}_{d_i} se puede obtener un conjunto de datos ($\dot{q}_{d_i}, f(\dot{q}_{d_i})$), los cuales pueden graficarse y aproximarse a una curva de algún modelo de fricción conocido.

V. EVALUACIÓN EXPERIMENTAL.

En esta sección se describen los experimentos realizados para obtener los parámetros de fricción estática y cinética de cada una de las articulaciones de nuestro robot PA10-7CE.

V-A. Identificación de la fricción estática

Para la obtención de la fricción estática máxima se configuraron los manejadores en modo par y se aplicaron rampas de par a cada una de las articulaciones, bloqueando las demás y aplicando la correspondiente compensación de gravedad. Los valores de las pendientes usadas fueron $m = 0.8$ [Nm/s] para las articulaciones 1 y 2, $m = 0.5$ [Nm/s] para las articulaciones 3 y 4, y $m = 0.05$ [Nm/s] para las articulaciones 5, 6 y 7. En cada articulación la rampa de par se aplicó en ambos sentidos. Después de un cierto valor del par de entrada, en el que se vence la fricción estática la articulación se empieza a mover. Por ejemplo, en la Fig. 3 se muestra la respuesta de posición de la articulación 1 al aplicarle la rampa de par (0.8 [Nm/s]) en sentido positivo. Como el movimiento visible inicia a los 27.67 segundos entonces la fricción estática máxima resulta ser 22.13 [Nm]. De esta forma se obtuvieron los valores de

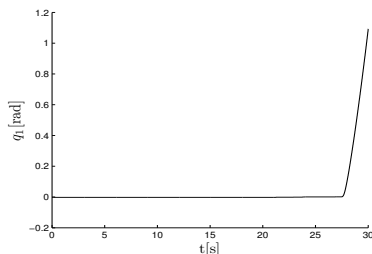


Figura 3. Respuesta de la posición angular a una rampa de par.

fricción estática máxima para cada una de las articulaciones del robot PA10-7CE, los cuales se muestran en la tabla I. Nótese que de acuerdo con la tabla I, los valores de la

TABLA I
FRICCIÓN ESTÁTICA MÁXIMA [Nm]

Sentido	f_{s1}	f_{s2}	f_{s3}	f_{s4}	f_{s5}	f_{s6}	f_{s7}
+	22.13	21.85	9.8	8.45	2.9	5.3	2.3
-	20	21.5	11.05	8.3	2.75	5.9	2.05

fricción estática máxima no son iguales en ambos sentidos, por lo que el modelo (2) es solo una aproximación al caso real.

V-B. Identificación de la fricción cinética

En este caso se configuraron los servomanejadores del robot en modo velocidad y se utilizaron señales de referencia de velocidad \dot{q}_{d_i} del tipo mostrado en la figura 4, que permite en un solo experimento calcular la fricción cinética a diferentes velocidades y en ambos sentidos de rotación del motor. La disminución de la velocidad en cada escalón ha sido exagerada en la figura 4 para que pueda ser apreciada, pero en el experimento la referencia de velocidad, después de hacer un ciclo en ambas direcciones se disminuía a una tasa de 0.1 [rad/s], empezando aproximadamente a un 70% de la velocidad máxima permitida de cada articulación y terminando en 0.01 [rad/s].

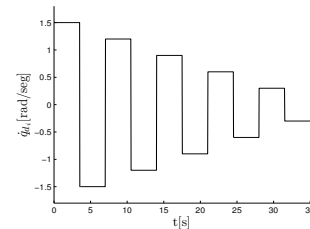


Figura 4. Ejemplo de señal de velocidad de referencia \dot{q}_{d_i}

En su configuración de casa (con $\mathbf{q} = \mathbf{0}$) el PA10 se encuentra completamente extendido en posición vertical; los ejes de rotación de las articulaciones $i = 1, 3, 5$ y 7 son también verticales de modo que si estas articulaciones rotan, $g_i(\mathbf{q}) = 0 \quad \forall \quad q_i \in \mathbb{R}$, y no es necesario agregar la compensación de gravedad. Al aplicar una señal de referencia de velocidad similar a la de la figura 4 se obtiene en estas articulaciones una señal de par como la de la figura 5 que corresponde a $\tau_3(t)$ después de 500 segundos de iniciado el experimento.

En las articulaciones $i = 2, 4$ y 6 , por otra parte, se realizaron experimentos similares, pero debido a que en estas articulaciones si se presenta un par debido al efecto de la gravedad, los pares τ_i medidos tienen una mayor variación. Por ejemplo en la figura 6 se muestra el par $\tau_4(t)$ después de transcurridos 200 segundos. Ya que el robot se mueve a una velocidad casi constante (regulada

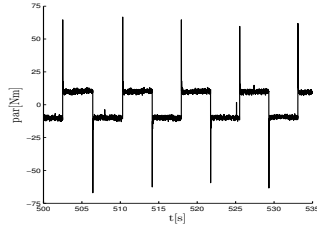


Figura 5. Señal de par τ_i para la articulación 3.

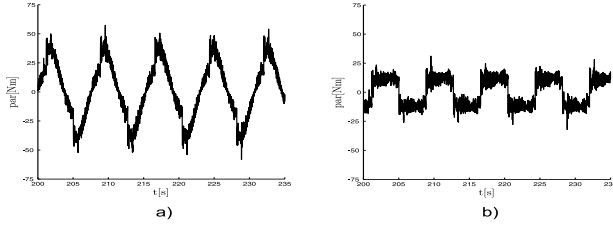


Figura 6. a) Par medido (τ_4) y b) sin gravedad ($\tau_4 - g_4(q)$).

por el controlador interno del manejador), el par medido debe ser

$$\tau_i(t) = f_d(\dot{q}_i) + g_i(q) \quad (15)$$

de modo que si al par medido se le resta $g_i(q)$, la gráfica resultante debe ser una aproximación de $f_d(\dot{q}_i)$. En la figura 6.b se muestra el resultado de restarle a la gráfica de la figura 6.a el término $g_i(q)$.

Finalmente, con tal de tener una expresión matemática que aproxime las curvas de velocidad contra par obtenidas, se utilizó la instrucción cftool de MATLAB para ajustar los datos experimentales a una función de la forma

$$f_d(\dot{q}_i) = f_{v_i}\dot{q}_i + f_{c_i}\text{sign}(\dot{q}_i) + a_i\text{sign}(\dot{q}_i)e^{-\alpha_i|\dot{q}_i|} + b_i\text{sign}(\dot{q}_i)\left[1 - e^{-\frac{1}{\beta_i|\dot{q}_i|}}\right] \quad (16)$$

la cual está inspirada en una usada en (Bompos *et al.*, 2007), donde para la articulación i , el término $f_{v_i}\dot{q}_i$ representa la fricción viscosa, $f_{c_i}\text{sign}(\dot{q}_i)$ representa la fricción de Coulomb, y los términos exponenciales restantes describen los fenómenos presentes a velocidades articulares bajas. En la tabla II se muestran los parámetros obtenidos para velocidades \dot{q}_i positivas y negativas. Nótese que también hay discrepancias entre los parámetros de ambos sentidos de giro. En consecuencia, finalmente se obtiene el modelo de fricción (1) utilizando (2) y (16) con los coeficientes dados en las tablas I y II. En la figura 7 se muestra las gráficas de las curvas de fricción.

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se propone un método para estimar los parámetros de fricción en robots manipuladores cuyos servomotores pueden ser configurados en modo par o modo velocidad. Dicho procedimiento está basado en un trabajo ya reportado en la literatura, pero con algunas modificaciones que permiten estimar los parámetros de fricción en

articulaciones que pueden experimentar pares gravitacionales y además estimar los parámetros de fricción estática. Se aplicó el método propuesto a un robot Mitsubishi PA10; a partir de los datos experimentales se pudieron obtener expresiones matemáticas que aproximan bastante bien la fricción real en cada articulación. Es importante mencionar que la técnica presentada es este trabajo pudiera aplicarse también a manipuladores que funcionen únicamente en modo par, y cuando se puede medir o estimar el par real aplicado a cada articulación; basta con implementar un controlador de velocidad, que emule el controlador interno de cada servomanejador en modo velocidad.

VII. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente apoyado por DGEST, PROMEP y CONACyT (Proy. No. 134534 y becas).

REFERENCIAS

- Armstrong-Helouvy, B. (1991). *Control of Machines with Friction*. Kluwer.
- Bompos N. A., Artemiadis P. K., Okonomopoulos A. S., and Kyriakopoulos K. J. (2007). Modeling, Full Identification and Control of the Mitsubishi PA-10 Robot Arm. *Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Zurich, Switzerland, September, 2007.
- Campa, R., Torres, E., Salas, F., and Santibáñez, V., (2008). On Modeling and Parameter Estimation of Brushless DC Servoactuators for Position Control Tasks. *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, Seoul, Korea, July, 2008.
- Canudas de Wit, C., Olsson, H., Aström, K. J. and Lischinsky, P. (1995). A New Model for Control of Systems with Friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **40**, 3, pp. 419-425.
- Dahl, P., (1968). A Solid Friction Model. Technical Report TOR-0158(3107-18)-1, The Aerospace Corporation, El Segundo, CA.
- Dahl, P., (1975). Solid Friction Damping of Spacecraft Oscillations. *Proceedings of the AIAA Guidance and Control Conference*, AIAA Paper No. 75-1104, Boston, MA., September 1975.
- Gang, T. and Lewis, F. L. (2001). *Adaptive Control of Nonsmooth Dynamic Systems*. Springer.
- Kelly, R., Llamas, J., and Campa, R. (2000). A Measurement Procedure for Viscous and Coulomb Friction. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, **49**, 4, pp. 857-861.
- Kelly, R., Santibáñez, V., and Loría, A. (2005). *Control of Robot Manipulators in Joint Space*. Springer.
- Kennedy, C. W. and Desai, J. P. (2005). Modeling and Control of the Mitsubishi PA-10 Robot Arm Harmonic Drive System. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **10**, 3, pp 263-274.
- Kermani, M. R., Patel, R. V., and Moallem, M. (2005). Friction Identification in Robotic Manipulators: Case Studies. *Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications*, Toronto, Canada, August, 2005.
- Llamas, J. (2008). Estudio del Modelo LuGre de Fricción Dinámica. Tesis de Maestría. Instituto Tecnológico de La Laguna, Torreón, México, octubre 1998.
- Oonishi, K. (1999). The Open Manipulator System of the MHIPA-10 Robot. *Proceedings of the International Symposium on Robotics*, Tokio, Japan, october 1999.
- Ramírez, C. (2008). Modelado Dinámico y Control en Modo Par del Robot Mitsubishi PA10-7CE. Tesis de Maestría. Instituto Tecnológico de La Laguna, Torreón, México, diciembre 2008.
- Ramírez, C. y Campa, R. (2008). Desarrollo de un Sistema para Control en Tiempo Real del Robot Mitsubishi PA10. *Memorias del X Congreso Mexicano de Robótica*, México, D. F., septiembre 2008.
- Salas, F. G. (2007). Modelado y Control de Motores de CD sin Escobillas: Evaluación Experimental. Tesis de maestría. Instituto Tecnológico de La Laguna, Torreón, México, diciembre 2007.
- Spong, M., Hutchinson S. and Vidyasagar, M. (2006). *Robot Modeling and Control*, John Wiley and Sons.

TABLA II
COEFICIENTES DE FRICCIÓN.

Articulación i	Velocidad positiva					
	f_{v_i} [Nms/rad]	f_{c_i} [Nm]	a_i [Nm]	α_i [s/rad]	b_i [Nm]	β_i [s/rad]
1	14.845	13.885	3.1	70.92	0	0
2	14.295	22.33	-3.355	57.17	0	0
3	5.455	5.66	-6.245	38.62	4.502	37.94
4	6.825	5.685	-8.895	20.23	9.235	22.91
5	0.82	2.005	-1.375	266.08	0	0
6	1.583	3.807	0	0	0	0
7	0.6905	2.105	-0.5345	60.75	0	0
Velocidad negativa						
1	15.005	13.365	2.698	49.92	0	0
2	10.12	21.8	-3.008	28.5469	0	0
3	5.57	5.21	-8.265	35.32	6.525	36.74
4	6.02	6.395	-7.77	25.97	7.6	34
5	0.885	2.11	-0.88	1479.50	0	0
6	1.722	3.865	0	0	0	0
7	0.7055	2.004	-0.24	70.97	0	0

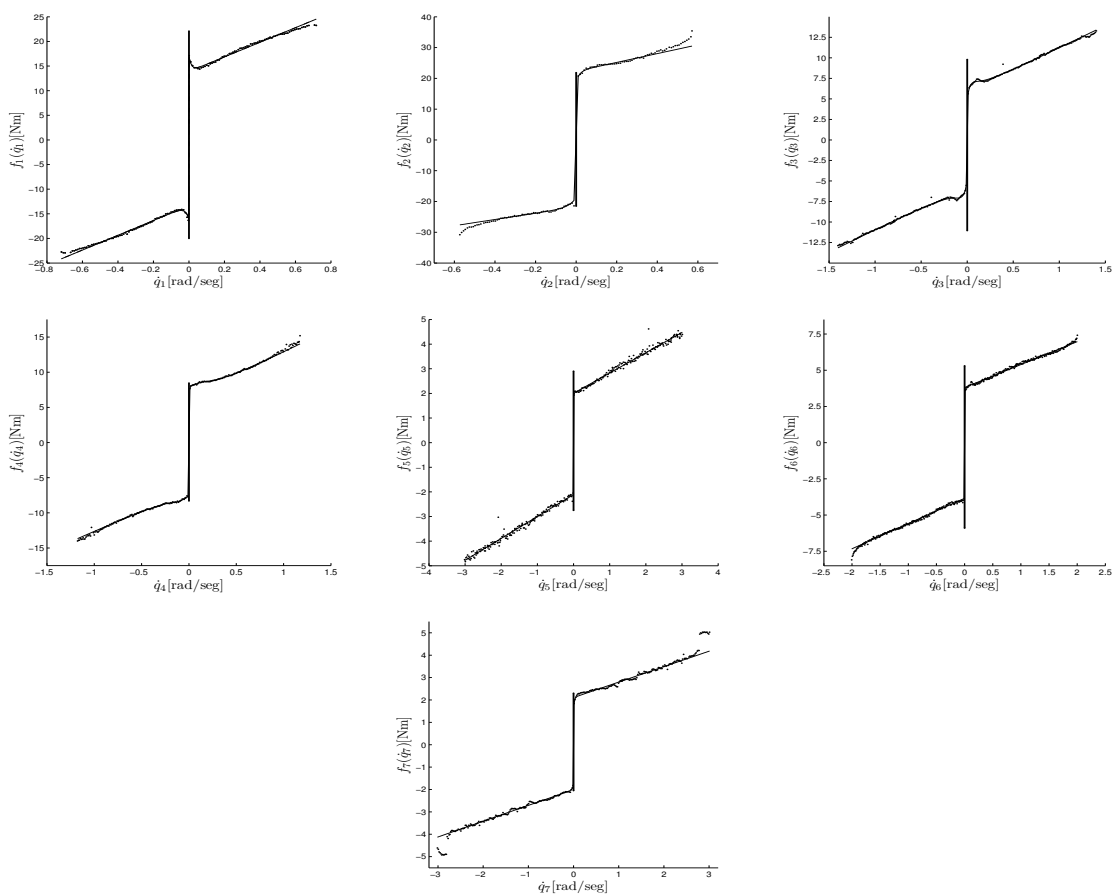


Figura 7. Curvas de fricción $f_i(\dot{q}_i, \tau_i) = f_e(\dot{q}_i, \tau_i) + f_d(\dot{q}_i)$ calculadas para el robot Mitsubishi PA10-7CE.