

# Comparación de controladores aplicados a un avión

A. T. Espinoza, A. Dzul, M. A. Llama, Luis A. García

Instituto Tecnológico de la Laguna

Blvd. Revolución y Cuauhtémoc S/N; C.P. 27000, Torreón, Coah., México

dzul@faraday.itlalaguna.edu.mx

Teléfono: (871) 705-13-13

**Resumen**—En este artículo se presenta una comparación de controladores aplicados al vuelo de un vehículo aéreo no tripulado, conocido por sus siglas en inglés como UAV (Unmanned Aerial Vehicle). El vehículo específico en este caso es uno de tipo avión. La comparación se efectúa entre controladores lineales así como no lineales. Los controladores lineales que se presentan son: el controlador Proporcional-Derivativo (PD), y el controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Los controladores no lineales utilizados son: controlador por Backstepping, y control Difuso. Para efectos de comparación, se analizan los movimientos de altura, guiñada y alabeo. Los resultados del desempeño obtenido se muestran a través de simulaciones. Derecho reservado © UNAM-AMCA.

**Palabras clave:** Control de aviones, Control no lineal, Control lineal.

## I. INTRODUCCIÓN

La teoría de control ha sido utilizada en los últimos años en vehículos aéreos no tripulados, y su uso se ha incrementado día con día debido al gran número de aplicaciones que se les pueden dar. Algunas de las aplicaciones se enfocan en tareas peligrosas, tales como monitoreo de zonas catastróficas, localización de víctimas, inspección de infraestructura en lugares de difícil acceso, tareas de vigilancia y fotografía. Asimismo, los vehículos aéreos no tripulados evitan poner en riesgo a la tripulación para el caso en el que los vuelos enfrenten poca visibilidad o condiciones climatológicas adversas (Kimon P. Valvanis, 2007).

Una parte importante para que estos vehículos aéreos no tripulados puedan ser controlados depende de la obtención del modelo dinámico, el cual permite analizar el sistema y su comportamiento. La obtención de un buen modelo dinámico es sobre todo importante en el caso de robots aéreos, en donde el riesgo de daño es muy elevado, aún si la caída es de sólo algunos metros, dado que se puede dañar la estructura de la aeronave seriamente. En este mismo sentido, resulta importante realizar la simulación y el ajuste de los parámetros del controlador, antes de una posible realización sobre la verdadera máquina (Brian L. Stevens and Frank L. Lewis, 1992).

Las leyes de control utilizadas en el presente artículo se seleccionaron después de haber obtenido el modelado dinámico, dichas leyes son: PD y PID (V. Grantham, 1998),

backstepping (H. K. Khalil, 1996), y lógica difusa (L. Wang, 1997), las cuales se aplicarán a la dinámica desacoplada del avión, esto es, cada controlador se aplica al movimiento de guiñada, alabeo y altura respectivamente. Uno de los principales motivos encontrados para el desarrollo del presente trabajo consiste en que en la literatura es muy raro encontrar la descripción de un modelo “general” de un avión al cual se le puedan diseñar controladores básicos. Generalmente los artículos o libros presentan modelos matemáticos de aviones reales específicos, proporcionando modelos muy complejos.

La organización del resto del documento es la siguiente. La sección II presenta el modelado matemático del avión. La sección III trata sobre las leyes de control que se aplicarán al vehículo, mientras que en la sección IV se presentan las simulaciones obtenidas para dichos controladores. Finalmente, en la sección V se muestran las conclusiones de este trabajo.

## II. MODELADO DE UN AVIÓN

Para el modelado, se considera al avión como un cuerpo rígido, omitiendo cualquier estructura flexible de éste. La Tierra se considera como plana (dado que las distancias a recorrer son insignificantes para la curvatura terrestre), y como un sistema inercial, por lo que se pueden aplicar las leyes de movimiento de Newton.

### II-A. Dinámica Longitudinal

Los parámetros que intervienen en el modelo dinámico longitudinal (1)-(5) se muestran en la Figura 1. Este modelo permite analizar el movimiento hacia el frente de un avión (O. Harkegard and S. T. Glad, 2000), particularmente el control de altitud.

$$\dot{V} = \frac{1}{m}(-D + T \cos \alpha - mg \sin \gamma) \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{mV}(L + T \sin \alpha - mg \sin \gamma) \quad (2)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (3)$$

$$\dot{q} = \frac{M}{I_{yy}} \quad (4)$$

$$\dot{h} = V \sin(\gamma) \quad (5)$$

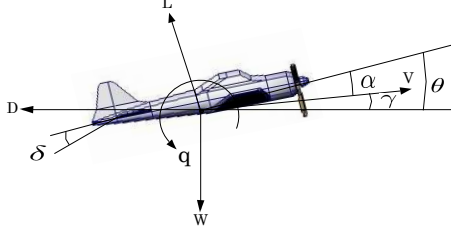


Figura 1. Movimiento longitudinal

donde las variables de estado son:  $V$  que es la magnitud de la velocidad del avión,  $\alpha$  describe el ángulo de ataque,  $\gamma$  representa el ángulo de trayectoria de vuelo y  $\theta$  denota el ángulo de cabeceo.  $q$  es la componente de la velocidad angular en la dirección del eje  $y$  del cuerpo del avión.  $T$  es la fuerza de empuje del motor y  $h$  es la altura del avión (O. Harkegard and S. T. Glad, 2000).  $\delta$  representa la desviación del elevador. Los efectos aerodinámicos en el avión son obtenidos por las fuerzas de elevación  $L$  y de oposición al movimiento o arrastre  $D$ .  $M$  es el momento de cabeceo que actúa en el avión,  $m$  denota la masa total del avión,  $g$  es la constante gravitacional, e  $I_{yy}$  es la componente  $y$  de la diagonal de la matriz de inercias. El valor del ángulo de ataque se obtiene usando la relación siguiente (Brian L. Stevens and Frank L. Lewis., 1992):

$$\alpha = \theta - \gamma \quad (6)$$

A las fuerzas y al momento de cabeceo les corresponden las fórmulas (7)-(9), en las cuales se introduce la variable de la presión aerodinámica  $\bar{q}$ .  $S$  representa el área de la superficie de la ala, y  $\bar{c}$  es la respuesta dinámica de la cuerda.  $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_M$  son los coeficientes de la fuerza de resistencia aerodinámica, de la fuerza de elevación y del momento de cabeceo respectivamente (O. Harkegard and S. T. Glad, 2000).

$$L = \bar{q}SC_L \quad (7)$$

$$D = \bar{q}SC_D \quad (8)$$

$$M = \bar{q}S\bar{c}C_M \quad (9)$$

## II-B. Dinámica Lateral

La dinámica lateral introduce el movimiento de alabeo que puede a su vez inducir un movimiento de guiñada y viceversa, por lo que existe un acoplamiento real entre las rotaciones sobre los ejes de alabeo y guiñada (D. Mclean, 1990). En nuestro caso, se considera que hay un desacoplamiento de los movimientos de guiñada y alabeo, de esta forma cada movimiento puede ser controlado independientemente. En general, también los efectos de empuje del motor son ignorados. (D. Mclean., 1990). En la Figura 2 está representado el movimiento de guiñada, el cual se

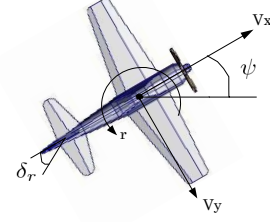


Figura 2. Movimiento de guiñada

puede describir con las siguientes ecuaciones:

$$\dot{\psi} = C_{y\psi}\psi - r + C_{y\delta_r}\delta_r \quad (10)$$

$$\dot{r} = \frac{N}{I_{zz}} \quad (11)$$

$$\dot{V}_y = \frac{F_y}{m} - rV_x \quad (12)$$

$$\dot{V}_x = \frac{F_x}{m} + rV_y \quad (13)$$

donde  $\psi$  representa el ángulo de guiñada,  $\delta_r$  es la desviación del estabilizador,  $C_{y\psi}$  y  $C_{y\delta_r}$  son coeficientes aerodinámicos ligados al ángulo de guiñada y a la desviación del estabilizador respectivamente.  $r$  denota la velocidad angular en guiñada tomando como referencia el centro de gravedad,  $N$  es el momento aplicado en guiñada e  $I_{zz}$  representa la inercia en el eje  $z$ .  $V_x$  es la velocidad del avión en el eje longitudinal  $x$ ,  $V_y$  es la velocidad en el eje lateral  $y$ ;  $F_x$  es la fuerza de empuje en el eje longitudinal  $x$ ,  $F_y$  es la componente de la fuerza lateral resultante en el eje  $y$ . Las ecuaciones de estas fuerzas se proporcionan en las ecuaciones (14)-(16) (Brian L. Stevens and Frank L. Lewis., 1992).

Los efectos aerodinámicos en el avión, debidos al movimiento en guiñada, son obtenidos por la fuerza lateral, fuerza frontal y el momento de guiñada que actúa en el avión. A éstas les corresponden las expresiones (14)-(16), donde  $C_{x0}$ ,  $C_y$  y  $C_n$  son los coeficientes aerodinámicos que intervienen para la dinámica lateral. Estos coeficientes se obtienen considerando ángulos pequeños a una velocidad no muy alta:

$$F_x = \bar{q}SC_{x0} \quad (14)$$

$$F_y = \bar{q}SC_y \quad (15)$$

$$N = \bar{q}SC_n \quad (16)$$

Las ecuaciones siguientes describen la dinámica del movimiento de alabeo:

$$\dot{p} = \frac{\bar{L}}{I_{xx}} \quad (17)$$

$$\dot{\phi} = p \quad (18)$$

$$\dot{V}_y = \frac{F_y}{m} + pV_x \quad (19)$$

$$\dot{V}_x = \frac{F_x}{m} - pV_y \quad (20)$$

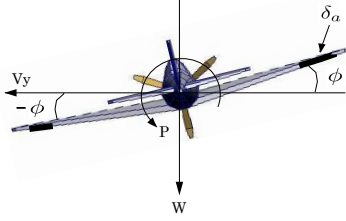


Figura 3. Movimiento de alabeo

donde  $p$  es la componente de la velocidad angular en alabeo tomando como referencia el centro de gravedad,  $\bar{L}$  es el momento aplicado en alabeo e  $I_{xx}$  es la inercia en el eje  $x$ , mientras que  $\phi$  representa el ángulo de alabeo. Los efectos aerodinámicos en el avión, son obtenidos como en el movimiento de guiñada pero referidos al movimiento en alabeo que actúa en el avión. En la Figura 3, se observa que  $\delta_a$  representa la desviación de los alerones. Al momento de alabeo le corresponde la expresión (21), en donde  $b$  denota la envergadura del avión y  $C_L$  es el coeficiente aerodinámico del momento en alabeo (Brian L. Stevens and Frank L. Lewis., 1992).

$$\bar{L} = \bar{q}SbC_L \quad (21)$$

### III. CONTROLADORES APLICADOS

En esta sección se presentan los controladores PD, PID, backstepping y control difuso diseñados para el control de un avión.

#### III-A. Aplicación al control de altura

En la aplicación de los controladores PID (M. Myint, H. Kyaw, et al, 2008) y PD, se definió al error  $e(t)$  como la diferencia entre la altura deseada para el avión y la altura real del mismo. La ecuación de la altura está dada por la ecuación (5), entonces

$$e(t) = h_d - h(t) \quad (22)$$

Para el caso del PID, la señal de control utilizada es:

$$u(t) = K_p(e(t)) + K_i \int_0^t (e(t))dt + K_v \frac{d(e(t))}{dt} \quad (23)$$

mientras que la señal de control PD utilizada está dada por:

$$u(t) = K_p(e(t)) + K_v \frac{d(e(t))}{dt} \quad (24)$$

donde  $K_p$ ,  $K_v$  y  $K_i$  son las constantes de diseño de los controladores PD o PID. La sintonización de estos controladores fue realizada a prueba y error. Para la aplicación del controlador por Backstepping (O. Harkegard and S. T. Glad, 2000), se utiliza la ecuación (2), siendo el ángulo  $\gamma$  el que se desea controlar, dándole un valor de referencia  $\gamma_{ref}$ . La dinámica de la ecuación es la mostrada a continuación:

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{mV}(L + T \sin \alpha - mg \sin \gamma_{ref}) \quad (25)$$

TABLA I

TABLA DE REGLAS DEL CONTROLADOR DIFUSO DE ALTURA

$e_h \downarrow e_v \rightarrow$	$N$	$Z$	$P$
$N$	$Z$	$NS$	$NS$
$Z$	$NB$	$Z$	$PB$
$P$	$PS$	$PS$	$Z$

Partiendo de la ecuación (25) y utilizando la metodología de Backstepping (H. K. Khalil., 1996), (O. Harkegard and S. T. Glad, 2000), se obtiene que el controlador resultante es

$$u = -k_3(q + k_2(\theta + k_1(\gamma - \gamma_{ref}) - \gamma_{ref} - \alpha)) \quad (26)$$

donde  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  denotan los parámetros de diseño del controlador, así como  $\gamma_{ref}$  es el ángulo de referencia.

Para el controlador difuso, las funciones de membresía del error de altura  $e_h$  son las mostradas en la Figura 4, mientras que las del error de velocidad  $e_v$  están en la Figura 5 (L. Wang., 1997). Considerando tres casos para las entradas: cuando las entradas son negativas (N), cero (Z) o positivas (P). Para obtener la salida se utiliza la inferencia “max-min” (L. Wang., 1997), la cual será utilizará también para el control de guiñada y alabeo. Para las funciones de membresía de la salida, Figura 6, se consideran los casos negativo grande (NB), negativo pequeño (NP), cero (Z), positivo pequeño (PS) y positivo grande (PB). En la Tabla I se muestran las reglas utilizadas.

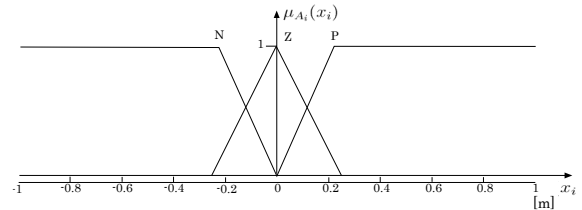


Figura 4. Error de posición en altura.

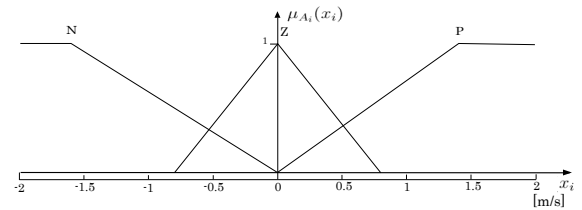


Figura 5. Error de velocidad en altura.

#### III-B. Controles aplicados al movimiento en guiñada

Para los controladores PID y PD, se utilizan las estructuras generales (23) y (24), sin embargo ahora se considera que el error es el ángulo de guiñada, es decir  $e(t) = \psi_d - \psi_t$ , donde  $\psi_d$  es el ángulo de guiñada deseado y  $\psi_t$  se obtiene al integrar (10).

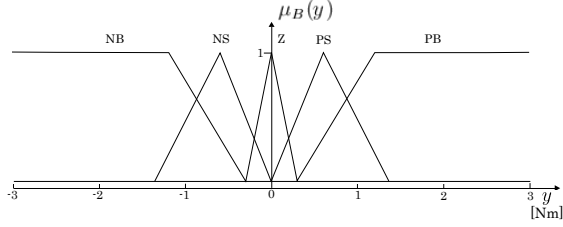


Figura 6. Funciones de membresía de salida para control de altura.

TABLA II

TABLA DE REGLAS DEL CONTROLADOR PD DIFUSO DE GUIÑADA Y ALABEO

$e_p \downarrow e_v \rightarrow$	NL	NM	NS	Z	PS	PM	PL
NL	NL	NM	NM	NS	Z	Z	Z
NM	NL	NM	NM	NS	Z	Z	PM
NS	NL	NM	NM	NS	Z	PS	PM
Z	NM	NS	NS	Z	PS	PS	PM
PS	NM	NS	Z	PS	PM	PM	PL
PM	NM	Z	Z	PS	PM	PM	PL
PL	Z	Z	Z	PS	PM	PM	PL

Para el controlador difuso se utilizan siete funciones de membresía para las entradas e igual número para la salida. Las Figuras 7 y 8 corresponden a las señales de entrada del error de posición  $e_p$ , y del error de velocidad  $e_v$ , respectivamente, mientras que la Figura 9 corresponde a la salida. Los casos son: negativo largo (NL), negativo mediano (NM), negativo pequeño (NP), cero (Z), positivo pequeño (PS), positivo mediano (PM) y positivo largo (PL). Esta misma nomenclatura se utiliza para el controlador difuso de alabeo. En la Tabla II, se muestran las reglas utilizadas para los controladores difusos de guiñada y alabeo.

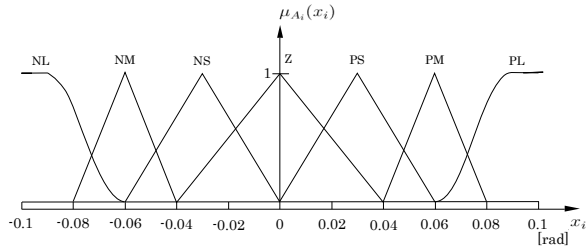


Figura 7. Error de posición en guiñada

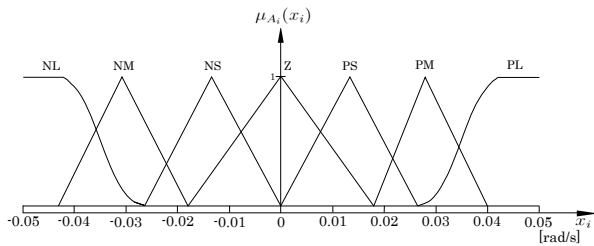


Figura 8. Error de velocidad en guiñada

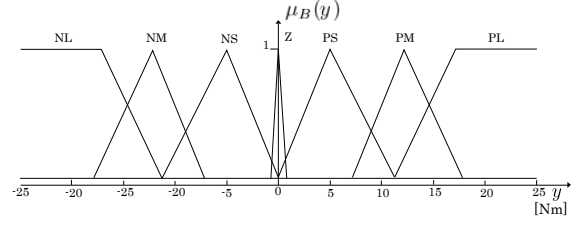


Figura 9. Funciones de membresía de salida para control de guiñada

### III-C. Controles aplicados sobre el movimiento en alabeo

Se utilizan nuevamente las mismas estructuras generales de los controladores PID y PD, dadas en (23) y (24) respectivamente, cambiando ahora al error del ángulo de alabeo, es decir  $e(t) = \phi_d - \phi_t$ , donde  $\phi_d$  es el ángulo de alabeo deseado y  $\phi_t$  se obtiene al integrar (18). El controlador por backstepping, se diseñó tomando en cuenta la ecuación (17) como una aproximación de un solo grado de libertad del modelo de alabeo, donde  $\dot{p}$  se escribe de la siguiente forma

$$\dot{p} = C_{Lp}p + C_{L\delta a}\delta_a \quad (27)$$

Considérese  $X_1 = C_{Lp}p$  y  $X_2 = C_{L\delta a}\delta_a$ , y defínase al integrador Backstepping como

$$\dot{X}_2 = u \quad (28)$$

entonces, se tiene el nuevo sistema a controlar como

$$\dot{X}_1 = X_1 + X_2 \quad (29)$$

$$\dot{X}_2 = u \quad (30)$$

Utilizando la metodología mostrada en (H. K. Khalil., 1996), el controlador por Backstepping es obtenido como

$$u(t) = -X_1 - X_2 + \ddot{X}_1^d - k_1(X_1 + X_2 - \dot{X}_1) - \delta_1 + k_2z \quad (31)$$

Para el control difuso se vuelven a utilizar siete funciones de membresía para las entradas y la salida. En este caso, las Figuras 10 y 11 corresponden a las utilizadas en las señales de entrada del error de posición  $e_p$ , y del error de velocidad en alabeo  $e_v$ , respectivamente, mientras que las de la salida están en la Figura 12.

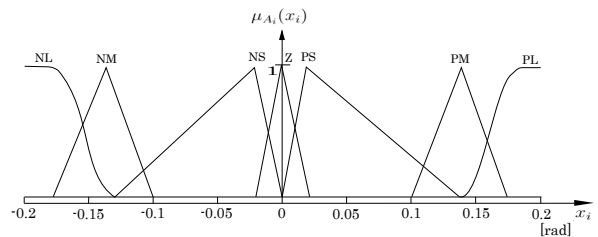


Figura 10. Error de posición en alabeo

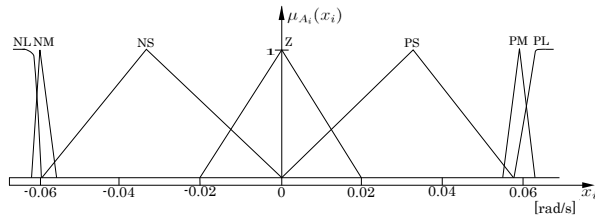


Figura 11. Error de velocidad en alabeo.

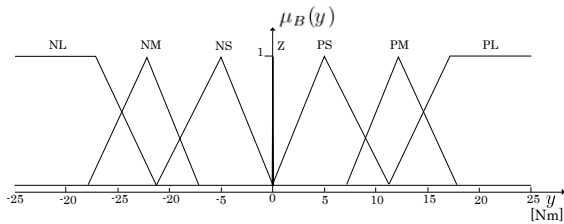


Figura 12. Funciones de membresía de salida para control de alabeo.

#### IV. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

##### IV-A. Movimiento de altura

A continuación se muestran los resultados en simulación para cada caso analizado. En la Figura 13 se observa una señal constante de referencia de 10 metros, asimismo se observa la respuesta de cada controlador. La Figura 14 muestra los momentos en cabeceo para que el avión alcance la altura deseada. Las ganancias utilizadas se muestran en la Tabla III.

En la Figura 13, ninguno de estos controladores tiene un error en estado estacionario. El avión alcanza la altura deseada en menos de 30 segundos para cualquiera de los controladores. Los resultados de los controladores Difuso y backstepping presentan una respuesta muy similar, sin sobre impulso. El controlador PID llega más rápido a la altura deseada pero presenta un sobreimpulso debido al alto par aplicado. El controlador PD muestra una buena respuesta, pero también aplica un par muy grande. El par del difuso es oscilatorio pero con valores muy pequeños en contraste con los otros controladores.

##### IV-B. Movimiento de Guiñada

Las ganancias utilizadas para los controladores son las mostradas en la Tabla IV. En la Figura 15 se observa tanto la referencia a seguir de 5 grados, así como las respuestas obtenidas. La Figura 16 se muestran los momentos

Controlador	$K_p$ Nm/rad	$K_i$ Nm/rad-s	$K_d$ Nm-s/rad	$K_1$	$K_2$	$K_3$
PID	2	1.3	4			
PD	2		4			
Backstepping				0.2	3	7

TABLA III

GANANCIAS DE LOS CONTROLADORES DE ALTURA

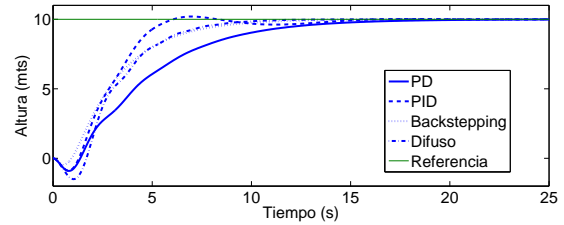


Figura 13. Respuesta de controladores de altura

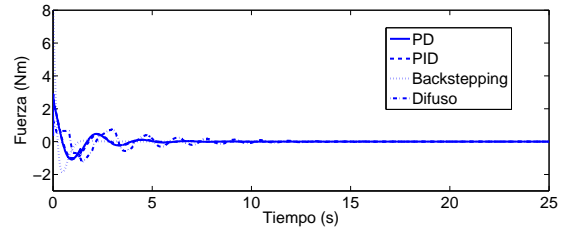


Figura 14. Comportamiento de los Momentos para la altura

aplicados en guiñada para alcanzar el movimiento angular deseado.

El control PD tiene un error en estado estacionario de 0.0006 grados. Las demás señales convergen al ángulo deseado en menos de 10 segundos sin error en estado estacionario. Para el caso del controlador difuso se observa que el desplazamiento angular converge al valor de referencia más rápido que los controladores PD y PID. En este movimiento angular no fue posible sintonizar fácilmente un controlador por backstepping, por ello no se presenta uno para este movimiento.

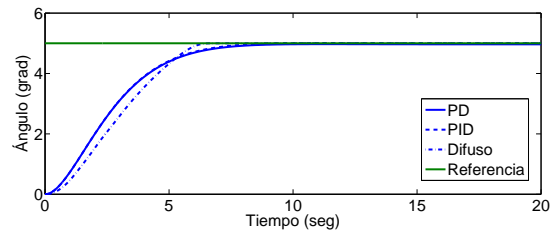


Figura 15. Respuesta de controladores de guiñada

##### IV-C. Movimiento de alabeo

En la Figura 17 se observa que la señal de referencia está fijada a 5 grados para el ángulo de alabeo deseado;

Controlador	$K_p$ Nm/rad	$K_i$ Nm/rad-s	$K_d$ Nm-s/rad
PID	140	0.358	430
PD	140		430

TABLA IV

GANANCIAS DE LOS CONTROLADORES DE GUIÑADA



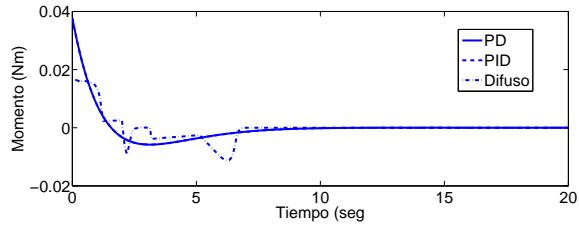


Figura 16. Comportamiento de los Momentos de guiñada

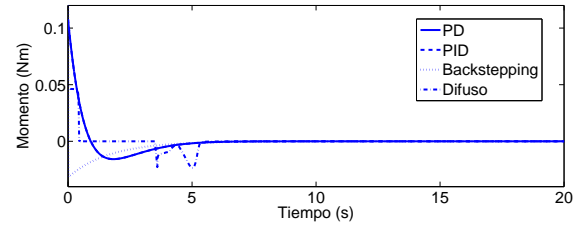


Figura 18. Comportamiento de los Momentos de alabeo

Controlador	$K_p$ Nm/rad	$K_i$ Nm/rad-s	$K_d$ Nm-s/rad	$K_1$	$K_2$
PID	400	0.02	680		
PD	400		680		
Backstepping				320	500

TABLA V

GANANCIAS DE LOS CONTROLADORES DE ALABEO

asimismo puede apreciarse la respuesta de los controladores. La Figura 18 muestra los momentos en alabeo para lograr dicho movimiento angular.

Los controladores PD y PID no presentan error en estado estacionario, convergiendo al ángulo deseado en aproximadamente 8.5 segundos. Los momentos en alabeo presentan una forma más suave para el PID, pero con momentos más grandes que el controlador PD. El controlador por backstepping presenta un pequeño error en estado estacionario de 0.0004 grados, llegando en poco más de 10 segundos con un par muy grande. La respuesta del sistema para el controlador difuso converge al valor deseado de forma amortiguada, y su momento de alabeo no es tan suave pero su magnitud es menor. Las ganancias de los controladores se presentan en la Tabla V.

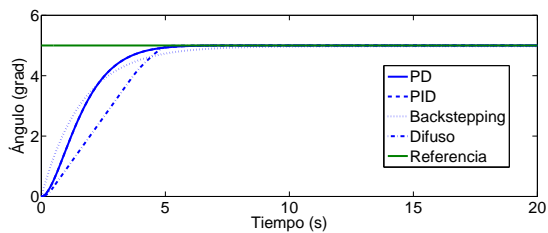


Figura 17. Respuesta de controladores de alabeo.

## V. CONCLUSIONES

Una vez simulados los cuatro controladores, se concluye que el controlador difuso fue uno de los de mejor desempeño ya que combina buena respuesta con un bajo par para los tres movimientos: altura, guiñada y alabeo. Mientras que el PD tiene error en estado estable en guiñada y en altura presenta un alto par que podría saturar los actuadores. Por otro lado, el controlador PID presenta una buena respuesta en altura pero con un par muy alto. En guiñada y alabeo

presenta un buen desempeño. El controlador backstepping tuvo un buen funcionamiento en altura pero no pudo ser realizado para guiñada y, aunque funciona bien en alabeo, presenta un alto par en su salida de control. Se llegó también a la conclusión de que al agregar más funciones de membresía en los controladores difusos, es más fácil controlar el movimiento en guiñada y alabeo. En un inicio sólo se habían contemplado tres funciones de membresía para el error de posición y para el error de velocidad, así como cinco funciones de salida, por lo que al incrementarlas se obtuvieron mejores respuestas.

Entre las observaciones, se puede comentar que no cualquier controlador puede ser aplicado al modelo que define al avión, la razón es que el avión es muy inestable para ciertos ángulos de movimiento de los alerones, estabilizadores y elevadores. En el caso del avión considerado, éste es de ala baja, lo que le permite ser considerado como un avión acrobático y por lo tanto con mayores no linealidades en el sistema. El modelo matemático que define el comportamiento aerodinámico del avión contiene muchos datos importantes, que se deben de tomar en cuenta para obtener un mejor controlador.

## REFERENCIAS

- V. Grantham (1998). "Sistemas de Control Moderno", *Limusa*, ISBN: 968-18-4791-1.
- O. Harkegard and S. T. Glad (2000). "A Backstepping design for Flight Path Angle Control", *In proceedings of the 39th Conference on Decision and Control*, Sydney, Australia, 12-15 Dic, Page(s):3570 - 3575 vol.4.
- H. K. Khalil (1996). "Non Linear Systems", *Prentice Hall*, ISBN: 0-13-067389-7.
- D. Mclean (1990). "Automatic Flight Control Systems", *Prentice hall International*, ISBN: 0-13-054008-0.
- M. Myint, H. Kyaw, et al(2008). "PID Controller for Stability of Piper Cherokee Pitch Displacement using MatLab", *International Conference on Sustainable Development: Issues and Prospects for the GMS*, 12-15 Nov.
- Brian L. Stevens and Frank L. Lewis (1992). "Advances in Unmanned Aerial Vehicles", *Ed. Jhon Wiley and Sons*, ISBN: 0-471-61397-5.
- V. Santibáñez, R. Kelly and Miguel A. Llama (2000). "Fuzzy PD+ Control for Robot Manipulators", *In proceedings of the 2000 IEEE International Conference on DRobotics and Automation*, San Francisco, CA, April 2000.
- Kimion P. Valvanis (2007). "Advances in Unmanned Aerial Vehicles", *Ed. Springer*, ISBN: 1-4020-6113-4.
- L. Wang (1997). "A Course in Fuzzy Systems and Control", *Ed. Prentice Hall*, ISBN: 0-3872-4515-4.