

Implementación y Control de un Sistema Birotor

Jesús María Carrillo Martínez, Luis Arturo García Delgado, Alejandro Dzul, and Javier Ollervides

Instituto Tecnológico de la Laguna

Blvd. Revolución y Cuauhtémoc S/N; Torreón, Coah., México

dzul@faraday.itlalaguna.edu.mx

Teléfono: (52)-871-7051331 EXT 120

Resumen—El presente artículo trata sobre un sistema birotor desarrollado en el Instituto Tecnológico de la Laguna, construido con fines didácticos y de investigación. Con el objetivo de demostrar su funcionalidad se diseñaron y compararon dos controladores. En este sistema birotor se busca estabilizar los ángulos de cabeceo, alabeo y guiñada. El primero de los ángulos fue estabilizado en ambos casos con una ley de control PID, mientras que los ángulos de alabeo y guiñada fueron estabilizados utilizando un PD+PID o a través de Saturaciones Anidadas. La efectividad de los controladores propuestos se muestra por medio de simulaciones en MATLAB y de una validación experimental. Derecho reservado © UNAM-AMCA.

Palabras clave: Sistema bi-rotor, control PID, Saturaciones Anidadas.

I. INTRODUCCIÓN

En las instituciones dedicadas a la investigación y educación superior, dentro del ámbito de control automático y/o mecatrónica, se busca tener sistemas subaccionados (cuya característica consiste en poseer más grados de libertad que actuadores) con el fin de validar experimentalmente diversas leyes de control, ya sean nuevas propuestas o simplemente con el fin de mostrar en clase el desempeño de los controladores vistos en el curso. Sin embargo, a nivel comercial algunos de estos sistemas son de un precio muy elevado, económicamente hablando, por lo que es difícil su adquisición. En este sentido, en el Instituto Tecnológico de la Laguna se diseñó una plataforma tipo birotor, con un precio hasta quince veces menor que el sistema comercial (Quanser, 2007). Dicha plataforma puede ser vista como un helicóptero de tres grados de libertad (cabeceo, alabeo y guiñada), y catalogada como un sistema subaccionado dado que sólo posee dos actuadores (motores de CD).

El sistema comercial tipo birotor ya ha sido controlado anteriormente, se han publicado generalmente artículos enfocados a la presencia de perturbaciones, es decir utilizando controladores robustos (Marcelo Handro Maia et al., 2008; Konstantin K. Starkov et al., 2008; H. Rios et al., 2009; I. Egaña, 2008; Yujia Zhai, 2010; Luis Arturo Ruiz Brito, 2009), y control supervisorio (Mariya A Ishutkina, 2004), tomando también en cuenta que el propio sistema ya incluye controles PD y PID (Quanser, 2007). En el presente artículo, dado que se está trabajando con una

plataforma propia, se pretende demostrar la funcionalidad del sistema utilizando controladores lineales y no lineales, los cuales se presentan como una de las aportaciones de este trabajo.

Trabajos previos en esta Institución han tratado sobre el control de helicópteros de tipo cuadirotor (L. A. García Delgado et al., 2008; L. A. García Delgado et al., 2009), utilizando la técnica de control llamada *saturaciones anidadas*. Dicha metodología consiste en aplicar un controlador sobre un sistema de integradores en cascada, asegurando estabilidad del sistema en lazo cerrado mientras mantiene acotados los estados del sistema, en este caso aseguramos que no va a haber ángulos grandes en roll. Dado que el sistema birotor puede comportarse de forma similar a un cuadirotor (considerando sólo dos de sus rotores), se decidió utilizar dicha técnica de control, obteniendo resultados satisfactorios con respecto a un controlador PID para los ángulos de guiñada y alabeo.

La organización del artículo es la siguiente: en la Sección II se muestran las ecuaciones utilizadas para describir el comportamiento del sistema bi-rotor; en la sección III se describen los dos controladores utilizados, es decir, el PID-PD+PID, así como el PID-Saturaciones Anidadas; en la sección IV se presentan los resultados de simulación y resultados experimentales para ambos controladores; por último, en la sección V se dan las conclusiones de este trabajo.

II. MODELO DEL SISTEMA

El sistema birotor implementado se muestra en la Figura 1. La plataforma posee tres grados de libertad, emulando ésta los movimientos angulares de un helicóptero real. Dichos movimientos angulares son: Cabeceo (θ), correspondiente al movimiento arriba/abajo, visto desde la perspectiva frontal, y es producido por el incremento/decremento del par que ejercen las hélices de los dos motores; Alabeo (ϕ), el cual es generado por la diferencia de voltaje producida entre los motores, lo cuál a su vez provoca una inclinación derecha/izquierda desde la perspectiva frontal; y Guiñada (ψ), que denota el giro perpendicular con respecto a la base del sistema.

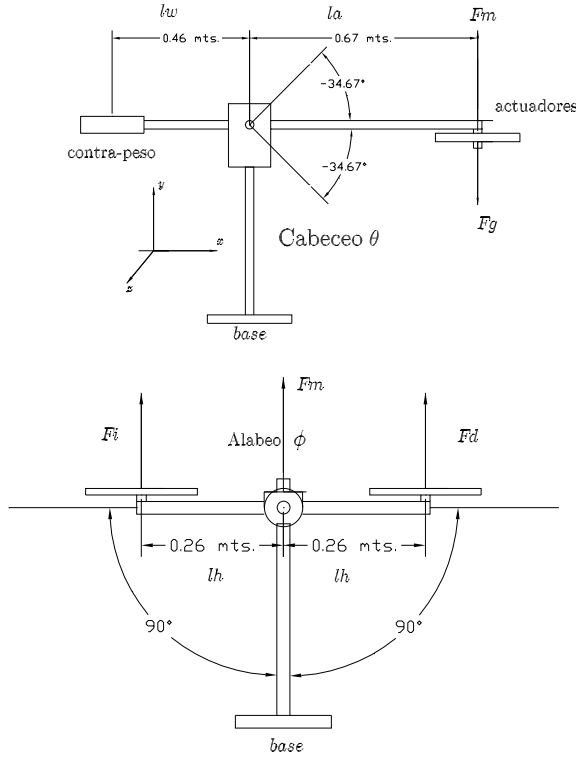


Figura 1. Sistema birotor. Arriba, vista lateral. Abajo, vista frontal

La descripción de la dinámica del sistema está basada en las siguientes ecuaciones diferenciales, las cuales se obtuvieron en base al modelo existente de la plataforma comercial de *Quanser*:

$$\ddot{\theta} = \frac{K_f u_s l_a \cos(\phi) - T_g}{J_t} \quad (1)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{K_f u_d l_h}{J_f} \quad (2)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{-K_f u_s \sin(\phi) l_a}{J_s} \quad (3)$$

donde K_f denota la constante de proporcionalidad que relaciona al motor con su correspondiente hélice; l_a representa la distancia entre la base y el cuerpo del sistema, $T_g = l_a F_g$ es el par gravitacional producido por la fuerza de gravedad, J_t corresponde al momento de inercia sobre el ángulo de cabeceo, u_s es la entrada dada por la suma de los voltajes aplicados a dos motores (u_1 y u_2):

$$u_s = u_1 + u_2; \quad (4)$$

asimismo se tiene que l_h representa la distancia entre ángulo de alabeo y cada uno de los motores, J_f denota el momento de inercia sobre el ángulo de alabeo, J_s es el momento de inercia sobre el ángulo de guiñada, y u_d corresponde a la diferencia de los voltajes aplicados a los motores:

$$u_d = u_1 - u_2; \quad (5)$$

III. CONTROL DEL SISTEMA BIOTOR

En esta sección se resolverá el problema de estabilizar los ángulos (estados) del sistema birotor, donde se asume que las posiciones y velocidades angulares se pueden medir. Se presentará un control PID para gobernar el ángulo de cabeceo, mientras que para el ángulo de guiñada se presentan dos leyes de control: un control PD+PID y control por Saturaciones Anidadas.

III-A. Control de Cabeceo

El ángulo θ se controlará a partir de la ecuación (1). Dado que no se conocen los parámetros físicos del sistema como la inercia J_t , la constante K_f o el término de gravedad T_g , se utilizará un controlador PID de la forma:

$$u_s = \left(k_{pt}(\theta - \theta_d) + k_{dt}\dot{\theta} + k_{it} \int \tilde{\theta} dt \right) \quad (6)$$

donde θ_d representa el valor de cabeceo deseado y $\tilde{\theta}$ denota el error del cabeceo. El diseño de este control estuvo basado en el trabajo presentado en (H. Rios et al., 2009).

III-B. Control PD+PID del ángulo guiñada

El ángulo de alabeo será utilizado para controlar la posición del ángulo de guiñada. Para controlar dicha posición, es necesario diseñar un controlador que permita gobernar el ángulo de alabeo. La ecuación (2) representa la ecuación en lazo abierto para el alabeo y se procede a diseñar un controlador tipo PD de la forma siguiente:

$$u_d = k_{pf}(\phi - \phi_d) + k_{df}\dot{\phi} \quad (7)$$

donde ϕ_d corresponde al valor de alabeo deseado.

Para controlar el ángulo de guiñada, se toma la parte lineal de la ecuación (3), por lo tanto se tiene que

$$J_s \ddot{\psi} = u_s l_a(\phi) \quad (8)$$

Para lograr una posición de guiñada deseada, se diseña un control de lazo cerrado que nos permita gobernar el ángulo de alabeo deseado ϕ_d , por lo tanto, se puede obtener la siguiente forma:

$$\phi_d = k_{ps}(\psi - \psi_d) + k_{ds}\dot{\psi} + k_{is} \int \tilde{\psi} dt \quad (9)$$

donde $\tilde{\psi}$ representa el error de guiñada. El controlador anterior está basado del trabajo presentado en (H. Rios et al., 2009).

III-C. Saturaciones Anidadas

Para el control de cabeceo, dado que no se conocen algunos parámetros físicos del sistema, se continuará utilizado un controlador PID en el movimiento de cabeceo, pero se agregará el término $\frac{1}{\cos(\phi)}$, el cual no presentará singularidad, pues el ángulo ϕ será acotado por un término de saturación en el control del movimiento de guiñada.

$$u_s = \frac{1}{\cos(\phi)} \left(k_{pt}(\theta - \theta_d) + k_{dt}\dot{\theta} + k_{it} \int \tilde{\theta} dt \right) \quad (10)$$

Antes de continuar con el diseño del controlador, se realizará la siguiente definición.

Definición 1: Saturación Convencional.

Sea $\sigma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, se dice que es una saturación convencional si ésta tiene un límite $b \in \mathbb{R}_+$ tal que

- a) $s\sigma(s) > 0 \quad \forall s \neq 0$
- b) $\sigma(s) = s \quad \text{cuando } |s| \leq b$
- c) $|\sigma(s)| = b \quad \text{cuando } |s| > b$

Lema 1: Considere una cadena de n-integradores dada por

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (11)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 \quad (12)$$

$$\vdots \quad (13)$$

$$\dot{x}_{n-1} = x_n \quad (14)$$

$$\dot{x}_n = u \quad (15)$$

la cual se puede representar como $\dot{x} = A_x x + B_x u$, con $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$ y

$$A_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, B_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

entonces existe una transformación $z = T_{zx}x$, la cual transforma (11)-(15) en $\dot{z} = A_z z + B_z u$, donde

$$A_z = \begin{bmatrix} 0 & k_2 & k_3 & \cdots & k_{n-1} & k_n \\ 0 & 0 & k_3 & \cdots & k_{n-1} & k_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & k_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_z = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

donde $k_1, k_2, \dots, k_{n-1}, k_n \in \mathbb{R}$ son coeficientes que logran la transformación.

△

Considérese ahora al conjunto de coeficientes de (17) como

$$K = \{k_n, k_{n-1}, \dots, k_2, k_1\} \quad (18)$$

Sea $K_l \subset K$, el cual representa un subconjunto que contiene los primeros l elementos de K que se toman en el orden: $k_n, k_{(n-1)}, \dots, k_1$. Defínase una función $F_h^m(K_l)$, la cual actúa sobre el conjunto K_l , donde F_h^m genera el producto de las combinaciones de elementos, tomando m a la vez de K_l . El número de tales combinaciones está dado por el coeficiente binomial:

$$\bar{C}_m^l = \binom{l}{m} \quad (19)$$

Por lo tanto, $F_h^m(K_l)$ se puede ver como una función generadora que entrega la h -ésima combinación del producto de m elementos tomados a la vez del conjunto de K_l , sin repetirse y sin importar el orden. Nótese que $F_h^0 = 1$.

Con el fin de generar una transformación T_{zx} , defínase la función $C(m, l)$, con $l \in [0, \dots, n]$, $m \in [0, \dots, l]$ y $m \leq l$, sobre el conjunto de coeficientes K dado por (18)

$$C(l, m) = \sum_{h=1}^{\bar{C}_m^l} F_h^m(K_l) \quad (20)$$

$$C(l, 0) = 1 \quad (21)$$

Así, el sistema en las nuevas coordenadas está caracterizado por

$$z_{n-i} = \sum_{j=0}^i C(i, j) x_{n-j}, \quad i \in [0, \dots, n-1] \quad (22)$$

donde además la transformación T_{zx} está también dada explícitamente por

$$T_{zx_{(n-i)(n-j)}} = C(i, j) \quad i \geq j \quad (23)$$

$$T_{zx_{(n-i)(n-j)}} = 0 \quad i < j \quad (24)$$

Según lo expuesto anteriormente, si se forma una transformación de variables en un sistema de cuatro integradores en cascada, se tiene que

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{zx_{1,1}} & T_{zx_{1,2}} & T_{zx_{1,3}} & 1 \\ 0 & T_{zx_{2,2}} & T_{zx_{2,3}} & 1 \\ 0 & 0 & T_{zx_{3,3}} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (25)$$

donde

$$T_{zx_{1,1}} = k_2 k_3 k_4 \quad (26)$$

$$T_{zx_{1,2}} = k_2 k_3 + k_2 k_4 + k_3 k_4 \quad (27)$$

$$T_{zx_{2,2}} = k_3 k_4 \quad (28)$$

$$T_{zx_{1,3}} = k_2 + k_3 + k_4 \quad (29)$$

$$T_{zx_{2,3}} = k_3 + k_4 \quad (30)$$

$$T_{zx_{3,3}} = k_4 \quad (31)$$

Ahora bien, simplificando los términos constantes de las ecuaciones (2)-(3) y reacomodando, se obtiene lo siguiente:

$$\ddot{\psi} = -k_{\psi}u_s \text{sen}(\phi) \quad (32)$$

$$\ddot{\phi} = k_{\phi}u_d \quad (33)$$

donde $k_{\psi} = \frac{K_f l_a}{j_s}$ y $k_{\phi} = \frac{K_f l_h}{j_f}$. Si se considera que en estado estacionario $\ddot{\theta} = 0$, en (1), luego el control de cabeceo está dado por $u_s = \frac{T_g}{K_f l_a \cos(\phi)}$, con $k_{\psi 1} = \frac{k_{\psi}}{K_f l_a}$, entonces

$$\ddot{\psi} = -k_{\psi 1} T_g \tan(\phi) \quad (34)$$

$$\ddot{\phi} = k_{\phi} u_d \quad (35)$$

Impónganse cotas pequeñas a ϕ , de modo tal que $\tan(\phi) \approx \phi$, entonces el sistema quedaría como

$$\ddot{\psi} = -k_{\psi 1} T_g \phi \quad (36)$$

$$\ddot{\phi} = k_{\phi} u_d \quad (37)$$

el cual representa un sistema de cuatro integradores en cascada, por lo que la transformación de coordenadas T_{zx} se escribe como

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{zx_{1,1}} & T_{zx_{1,2}} & T_{zx_{1,3}} & 1 \\ 0 & T_{zx_{2,2}} & T_{zx_{2,3}} & 1 \\ 0 & 0 & T_{zx_{3,3}} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (38)$$

donde

$$T_{zx_{1,1}} = -\frac{k_2 k_3 k_4}{k_{\psi 1} T_g} \quad (39)$$

$$T_{zx_{1,2}} = -\frac{k_2 k_3 + k_2 k_4 + k_3 k_4}{k_{\psi 1} T_g} \quad (40)$$

$$T_{zx_{2,2}} = -\frac{k_3 k_4}{k_{\psi 1} T_g} \quad (41)$$

$$T_{zx_{1,3}} = k_2 + k_3 + k_4 \quad (42)$$

$$T_{zx_{2,3}} = k_3 + k_4 \quad (43)$$

$$T_{zx_{3,3}} = k_4 \quad (44)$$

Una vez transformado el sistema, si se utiliza la metodología del control por saturaciones anidadas propuesta en (E. N. Johnson et al., 2003), la ley de control para el sistema (36)-(37) queda definida entonces por

$$u_d = -\frac{1}{k_{\phi}} \sigma_{b_4} (k_4 z_4 + \sigma_{b_3} (k_3 z_3 + \sigma_{b_2} (k_2 z_2 + \sigma_{b_1} (k_1 z_1)))) \quad (45)$$

donde σ_{b_i} corresponde a una saturación convencional, y b_i es la cota de la saturación, con $i = 1, 2, 3, 4$.

En lo que concierne al análisis de estabilidad, tomando como base lo expuesto en (E. N. Johnson et al., 2003), se puede llegar a demostrar que el sistema es exponencialmente estable de forma local.

TABLA I
VALORES DE GANANCIAS

Tipo	Ganancia	Valores Simulación	Valores Experimentales
Control de Cabeceo			
PID	k_{pt}	1.5	7
	k_{dt}	1.5	2
	k_{it}	0.1	1.4
Control de Guiñada			
PD+PID	k_{ps}	1	6
	k_{ds}	1.5	3
	k_{is}	0.02	0.02
	k_{pf}	3	4
	k_{df}	2	2
Ganancias			
saturaciones anidadas	k_1	1	3
	k_2	0.6	2.3
	k_3	0.7	4
	k_4	1	3
Cotas de saturaciones			
	b_1	0.1	8
	b_2	0.2	12
	b_3	0.4	16
	b_4	0.8	20

TABLA II
VALORES DE PARÁMETROS SUPUESTOS

Tipo	Parámetro	Valor
Modelo del bi-rotor	J_t	0.8 Kgm^2
	J_f	0.0364 Kgm^2
	J_s	1 Kgm^2
	l_a	0.67 m
	l_h	0.26 m
	K_f	0.686 N/Volt

IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

Las simulaciones fueron realizadas en el programa SIMULINK de MATLAB 2008. Dado que la plataforma se terminó de construir a mediados de este año, aún se desconocen los valores reales de algunos parámetros físicos, como las inercias o la constante de relación entre la velocidad del motor y el empuje que genera. Por lo tanto, se supusieron dichos valores para poder realizar las simulaciones. Obviamente, de conocerse los valores reales de estos parámetros, es de esperarse que las pruebas experimentales arrojen mejores resultados que los que se presentan actualmente, y entonces la relación de comportamientos entre las simulaciones y la experimentación sería muy parecida.

Para las simulaciones, se propuso llevar al sistema de la posición inicial $\theta = -34^\circ$, $\phi = 0^\circ$ y $\psi = 5.72^\circ$ hacia el origen $\theta = 0^\circ$, $\phi = 0^\circ$, $\psi = 0^\circ$, utilizando el control PID para controlar el ángulo de cabeceo. Las ganancias empleadas en simulación, obtenidas a prueba y error, se muestran en la Tabla I, mientras que los valores de los parámetros se muestran en la Tabla II.

En la Figura 2 se muestra en línea continua el comportamiento de las variables ψ , ϕ y θ , mientras que en línea segmentada se muestran los valores deseados para dichos ángulos al aplicar el control PID (6) para cabeceo y PD+PID

(7)-(9) para guiñada-alabeo. En la Figura 3 se muestran las mismas variables, pero ante la respuesta al controlador PID (10) en cabeceo y Saturaciones Anidadas en guiñada-alabeo (45). De las gráficas obtenidas en simulación, puede observarse que el controlador PD+PID responde más rápido que el de Saturaciones Anidadas, sólo que presenta una señal menos suave. Por su parte, se puede notar que la respuesta al controlador por Saturaciones Anidadas es críticamente amortiguado. En el sistema físico, no será posible que el ángulo de cabeceo vaya por debajo de -34° , dado que el vástago está acotado, de lo contrario golpearía la base de la estructura.

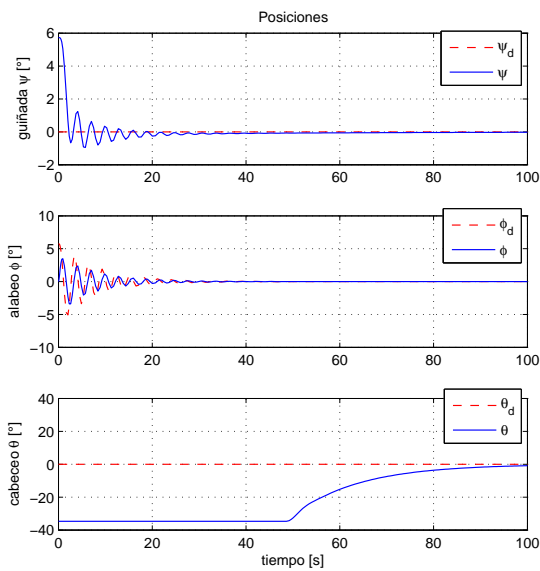


Figura 2. Respuesta en simulación de los ángulos de cabeceo y guiñada

IV-A. Resultados Experimentales

La plataforma fue construida con materiales con hierro en la base, mientras que el resto de la estructura está formada por aluminio para sostener el cuerpo del sistema, y plástico-naylon para el cuerpo de la estructura, dado que este material es rígido y ligero. Además cuenta con rodamientos de poca fricción que están acoplados a la flecha de cada eje de rotación. Tiene como actuadores dos motores de corriente directa de 12 volts. y 3 amperes. Estos a su vez tienen las hélices acopladas a un reductor de velocidad en el eje de cada motor (Figura 4).

Para medir las posiciones y velocidades angulares de cada articulación se utilizan encoders incrementales con una resolución de 540 pulsos por revolución. A su vez, para leer la posición de cada encoder se utilizaron microcontroladores PIC 18F2331, los cuales cuentan con módulos de lectura especial para encoders, que considerando los dos canales de cada encoder, aumenta en 4 veces la resolución

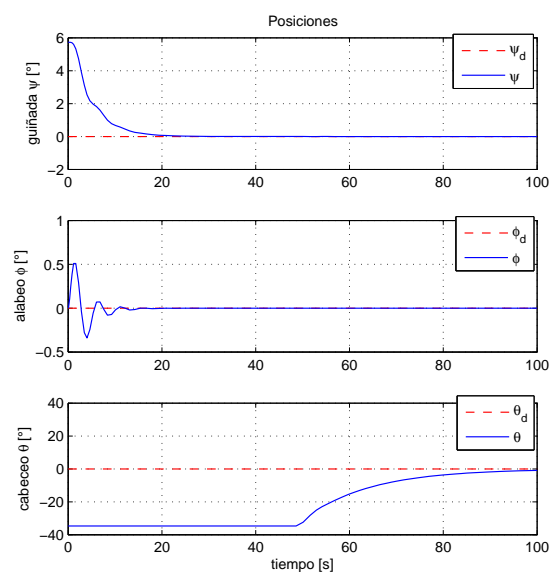


Figura 3. Respuesta en simulación de los ángulos de cabeceo y guiñada



Figura 4. Plataforma Experimental Sistema Birotor

nominal. Asimismo, se utilizó un microprocesador Rabbit de la serie 4000 (el cual cuenta con módulo WiFi) que se encarga de adquirir los datos de cada PIC mediante el protocolo RS232, de realizar el control, de calcular las velocidades mediante una derivada discreta en el código del programa, y de enviar las señales de control a los actuadores mediante PWM. La interfaz de potencia está formada por dos MOSFET's de conmutación rápida y elevada corriente de trabajo IRFZ44N. La etapa de potencia está aislada del microprocesador por medio de optoacopladores.

En la Figura 5 se muestra el resultado experimental del control PID (6) para cabeceo y PD+PID (7)-(9) para guiñada-alabeo, mientras que el resultado para la prueba del controlador PID (10) en cabeceo y Saturaciones Anidadas

en guiñada-alabeo (45) se muestra en la Figura 6. Las ganancias utilizadas se encuentran en la Tabla I. La sintonización de las ganancias de los controladores PID y PD+PID se hicieron a prueba y error por no contar con algunos de los parámetros físicos del sistema.

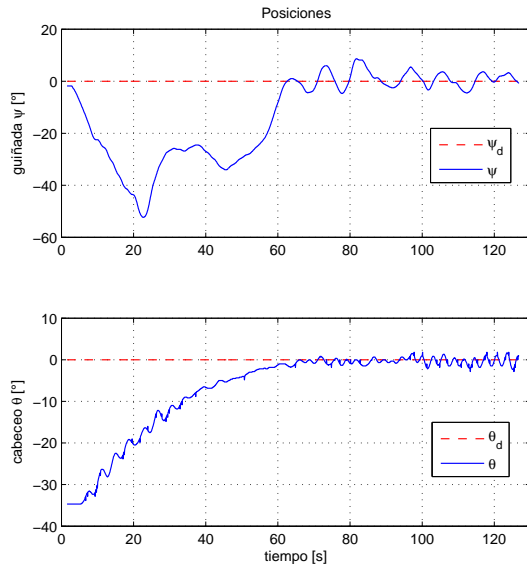


Figura 5. Respuesta experimental de los ángulos

V. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se presenta un sistema birotor desarrollado en el Instituto Tecnológico de la Laguna, al cual se le efectuó una comparación de dos controladores, tanto en simulación como a través de resultados experimentales. Se observó en las gráficas una diferencia importante debido a que no se están considerando los parámetros reales de la plataforma. Los resultados de simulación muestran una respuesta más rápida con respecto a los resultados experimentales. Prácticamente se tuvo una respuesta más lisa utilizando el control por Saturaciones Anidadas en guiñada-alabeo. Como trabajo a futuro, se contempla la obtención de los parámetros físicos del sistema así como el diseño de más controladores.

REFERENCIAS

Manual, 3D Helicopter System, Quanser, 2007. Disponible en <http://www.quanser.com>

Marcelo Handro Maia, Roberto Kawakami Harrop Galvão, Robust Constrained Predictive Control of a 3DOF Helicopter Model with External Disturbances. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. 2008.

Luis Arturo García Delgado and A. Enrique Dzúl López, Simulador para un Helicóptero Cuadrirotor. Research in Computing Science, Vol 36. ISSN:1870-4069, Año 2008.

Luis Arturo García Delgado and A. Enrique Dzúl López, Formation Control for Quad-Rotor Aircrafts Based on Potential Functions. Memorias del Congreso AMCA 2009, Zacatecas México, 30 de Septiembre al 2 de Octubre de 2009.

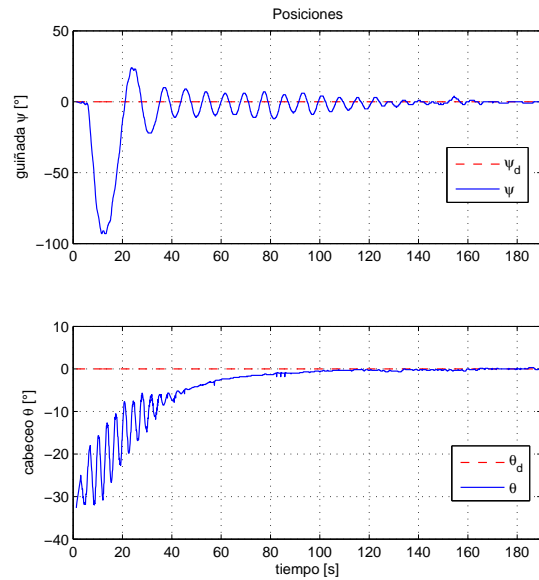


Figura 6. Respuesta experimental de los ángulos

Konstantin K. Starkov, Luis T. Aguilar, and Yury Orlov, Control de Posición por Modos Deslizantes de un Helicóptero de Tres Grados de Libertad, Artículo AMCA 2008.

H. Rios, J.A. Rosales, A. Ferreira, R. Iriarte. Control Robusto por salida basado en un Observador por Modos Deslizantes para un Helicóptero de 3 Grados de libertad. Artículo AMCA 2009.

I. Egaña, M. Iribas, J. Mota, J. Castillejo, P. Vital, J. Villanueva, M. Barreras, M. García-Sanz, Control Robusto QFT de un Helicóptero de 3 gdl, Departamento de Automática y Computación, Campus de Arrosadía, Pamplona España. 2008

Yujia Zhai, Mohamed Nounou, Hazem Nounou, Yasser Al-Hamidi, Model predictive control of a 3-DOF helicopter system using successive linearization, International Journal of Engineering, Science and Technology. 2010.

Mariya A. Ishutkina, Design and Implementation of a Supervisory Safety Controller for a 3DOF Helicopter, Thesis of Master degree in Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, June 2004.

E. N. Johnson and S. K. Kannan. "Nested Saturation with Guaranteed Real Poles", *Proceedings of the American Control Conference*. Denver, Colorado, pp. 497-502, June 4-6.

Luis Arturo Ruiz Brito, Control of a 3DOF Birotor Helicopter using Robust Control Methods, Thesis of Master degree in Aerospace Engineering, December 2009.