

Síntesis de Observador de orden reducido para Sistemas Singulares LPV

G.-L. Osorio-Gordillo* C.-M. Astorga-Zaragoza* G.-V. Guerrero-Ramírez*
V.-M. Alvarado-Martínez* J. Reyes-Reyes** M. Adam-Medina*

*Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, CENIDET
Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, Cuernavacam Mor., México
(e-mail: {gloriaosorio, astorga, gerardog, adam}@cenidet.edu.mx, victor@alvarado.fr)

**Instituto Tecnológico de Zacatepec
Calz. Tecnológico No. 27, C.P. 62780, Zacatepec, Mor., México
(e-mail: juanreyesreyes@ieee.org)

Resumen—En este artículo se presenta un método simple para sintetizar un observador de orden reducido para sistemas singulares lineales de parámetros variables (S-LPV). Este observador es una extensión del observador de orden reducido presentado en un trabajo previo, en el cual, el observador fue sintetizado para sistemas lineales invariables en el tiempo (LTI). En este trabajo, se proporcionan las condiciones que determinan la convergencia del observador de orden reducido para sistemas S-LPV. La demostración de la estabilidad del observador se realiza a través de un análisis de Lyapunov y un análisis de factibilidad basado en desigualdades matriciales lineales (LMI).

Palabras clave: Observador, sistema singular, sistema lineal de parámetros variables.

I. INTRODUCCIÓN

La síntesis de observadores para sistemas singulares (en inglés: *singular systems* o *descriptor systems*) ha sido ampliamente investigada en la literatura, ver por ejemplo los trabajos desarrollados por Müller y Hou (1993); Darouach y Boutayeb (1995); Zhou y Lu (2009); Darouach y Zasadzinski (2009). Por otra parte, el problema de síntesis de observadores para sistemas Lineales de Parámetros Variables en el Tiempo (que se denominará en lo subsecuente como sistemas LPV, por las siglas en inglés de *Linear Parameter Variant*), ha adquirido una gran importancia en los últimos años, ya que estos pueden ser utilizados para aproximar sistemas no lineales. En consecuencia, se pueden aplicar una gran cantidad de resultados teóricos -orientados originalmente a los sistemas lineales- para resolver problemas no lineales mediante el uso del enfoque LPV. Por ejemplo, Wei y Re (2007) utilizan el enfoque LPV para modelar y controlar motores de diesel. Por otra parte, Zolghadri *et al.* (2008) presentan el caso de detección y localización de fallas para sistemas LPV. Rodrigues *et al.* (2007) presentan el caso del diseño de un control tolerante a fallas para sistemas LPV afines de tipo Takagi-Sugeno, mientras que Wang y Yang (2009) abordan tanto la detección y localización de fallas, como el control de sistemas LPV. Kulcsàr *et al.* (2010), presentan el

caso de estimación de entradas desconocidas para sistemas LPV, con el fin de diseñar filtros de detección de fallas.

Sin embargo, aun cuando existe una amplia variedad de trabajos que tratan sobre temas de control automático, ya sea para sistemas singulares o para sistemas LPV, existen escasas contribuciones reportadas en la literatura sobre el diseño de técnicas modernas de control automático para sistemas con ambas características: sistemas singulares LPV (que en lo subsecuente se denominarán sistemas S-LPV por las siglas en inglés de *Singular Linear Parameter Variant*).

Aunque la idea de tratar sistemas que son simultáneamente singulares y LPV no es nueva (ver por ejemplo Rehm y Allgöwer (2000) y más recientemente Chadli *et al.* (2008)), no existe un enfoque general para la síntesis de observadores que sea válida para todas las clases de este tipo de sistemas (por ejemplo para sistemas S-LPV que pueden ser afines, multi-afines, polinomiales o racionales).

El objetivo de este trabajo es contribuir en el campo de la síntesis de observadores para sistemas S-LPV. En este artículo se presenta una extensión de los resultados obtenidos por Darouach y Boutayeb (1995), donde los autores presentan un método para diseñar observadores de orden completo y de orden reducido para sistemas lineales invariables en el tiempo (conocidos en inglés como *Linear Time Invariant systems*, LTI). La extensión consiste en proporcionar las condiciones que garanticen la estabilidad de un observador para sistemas S-LPV. Estas condiciones son deducidas partiendo del análisis desarrollado en Darouach y Boutayeb (1995), precedido de un análisis de estabilidad de Lyapunov, y un análisis de factibilidad basado en desigualdades matriciales lineales (conocidas en inglés como *Linear Matrix Inequalities*, LMI). Una de las ventajas más interesantes del enfoque aquí propuesto es que el observador se puede aplicar a sistemas de tipo rectangular, es decir, sistemas en los cuales el número total

de ecuaciones (diferenciales y algebraicas) que describen el sistema es distinto al número de estados.

II. OBSERVADOR DE ORDEN REDUCIDO

Formulación del problema

Considere el siguiente sistema S-LPV:

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^q$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ son el vector de estados, el vector de las entradas y el vector de las salidas respectivamente, $A(\theta) \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $B(\theta) \in \mathbb{R}^{m \times q}$ y $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $E \in \mathbb{R}^{m \times n}$ son matrices constantes y $\text{rank } E = r < n$.

En este trabajo, se aborda el caso de sistemas S-LPV, en los cuales el parámetro θ varía en un politopo convexo de M vértices. Bajo esta consideración, la estructura del sistema S-LPV (1) es:

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2)$$

donde

$$\sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) = 1, \quad \mu_i(\theta(t)) \geq 0 \quad (3)$$

$i = 1, \dots, M$, donde $M = 2^k$ y k es el número de parámetros variables. $\mu_i(\theta(t)) = \mu(\bar{\theta}_i, \theta_i, \theta_i(t), t)$ ($\bar{\theta}_i$ y θ_i representan el máximo y mínimo valor de θ_i respectivamente).

Cabe remarcar que la función de ponderación $\mu_i(\theta(t))$ evoluciona dentro del conjunto convexo definido por (Briat, 2008):

$$\Gamma = \left\{ \begin{array}{l} \text{col} \\ i \end{array} : \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) = 1, \mu_i(\theta(t)) \geq 0 \right\}.$$

Definiendo el modelo local de (2) como:

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (4)$$

A partir de este paso, nos enfocaremos en el diseño de un observador local para el modelo singular lineal (4). Dado que el $\text{rank } E = r$, existe una matriz P no singular tal que (Darouach y Boutayeb, 1995):

$$PE = \begin{bmatrix} E_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad PA_i = \begin{bmatrix} A_{0i} \\ A_{1i} \end{bmatrix}, \quad PB_i = \begin{bmatrix} B_{0i} \\ B_{1i} \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde $E_0 \in \mathbb{R}^{r \times n}$ y $\text{rank } E_0 = r$. Esta transformación hace posible la división de la parte estática y la dinámica del sistema singular (4).

Agrupando la parte estática en las ecuaciones de salida, el submodelo de (4) se puede expresar como:

$$\begin{aligned} E_0 \dot{x}(t) &= A_{0i} x(t) + B_{0i} u(t) \\ y_{0i}(t) &= C_{0i} x(t) \end{aligned} \quad (6)$$

donde $y_{0i}(t) = \begin{bmatrix} -B_{1i} u(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^j$, $C_{0i} = \begin{bmatrix} A_{1i} \\ C \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{j \times n}$ y $j = m - r + p$

Con lo que se obtiene el modelo transformado singular LPV politópico:

$$\begin{aligned} E_0 \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) (A_{0i} x(t) + B_{0i} u(t)) \\ y_0(t) &= C_0 x(t) \end{aligned} \quad (7)$$

donde

$$\begin{aligned} y_0(t) &= \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) B_{1i} u(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^j \text{ y} \\ C_0 &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) A_{1i} \\ C \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{j \times n} \end{aligned}$$

Diseño del observador politópico de orden reducido

De acuerdo con Darouach y Boutayeb (1995), un observador para el sistema (6), puede tener la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) (\Pi_i \omega(t) + L_i y_{0i}(t) + H_i u(t)) \\ \hat{x}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) (M_i \omega(t) + F_i y_{0i}(t)) \end{aligned} \quad (8)$$

donde $\omega(t) \in \mathbb{R}^{n-j}$ es el vector de estados del observador y $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados estimados. Las entradas del observador son la salida $y(t)$ y la entrada $u(t)$ del proceso.

El problema consiste en obtener las matrices Π_i, L_i, H_i, M_i y F_i tal que el observador politópico satisfaga las propiedades de estabilidad y convergencia del error de observación.

Para estimar los estados del sistema (2), se asume de Müller y Hou (1999) que:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A_{0i}^T & E_0^T & C_{0i}^T \\ E_0^T & 0 & 0 \end{bmatrix} = n + \text{rank}(E_0) \quad (9)$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sE_0 - A_{0i} \\ C_{0i} \end{bmatrix} = n, \quad \forall i = 1, \dots, M \quad (10)$$

Las matrices del observador politópico pueden ser determinadas definiendo una matriz $T \in \mathbb{R}^{(n-j) \times r}$, tal que:

$$\varepsilon(t) = \omega(t) - TE_0 x(t) \quad (11)$$

Despejando $\omega(t)$ de (11), sustituyendo en (8) y considerando la igualdad (3), obtenemos:

$$\widehat{x}(t) = M_i \varepsilon(t) + \begin{bmatrix} M_i & F_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} TE_0 \\ C_{0i} \end{bmatrix} x(t) \quad (12)$$

donde

$$\begin{bmatrix} M_i & F_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} TE_0 \\ C_{0i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n-j} & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

Simplificando la ecuación (12) tenemos:

$$\widehat{x}(t) - x(t) = M_i (\omega(t) - TE_0 x(t))$$

De Darouach y Boutayeb (1995) se obtienen las siguientes relaciones.

$$\Pi_i = TA_{0i} M_i \quad (14)$$

$$L_i = TA_{0i} F_i \quad (15)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} TE_0 \\ C_{0i} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I_j \end{bmatrix} \quad (16)$$

Eligiendo una matriz $R \in \mathbb{R}^{(n-j) \times n}$ tal que $\begin{bmatrix} R \\ C_{0i} \end{bmatrix}$ sea una matriz no singular, se obtiene la matriz M_i tal que:

$$M_i = \begin{bmatrix} R \\ C_{0i} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_{n-j} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Se define la ecuación dinámica de (11) como:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \dot{\omega}(t) - TE_0 \dot{x}(t) \quad (18)$$

Ahora, sustituyendo $\dot{\omega}(t)$ y $E_0 \dot{x}(t)$ de (8) y (7) respectivamente, en la ecuación (18) y considerando la igualdad (3), obtenemos:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) ((\Pi_i \omega(t) + L_i y_{0i}(t) + H_i u(t)) - T(A_{0i} x(t) + B_{0i} u(t))) \quad (19)$$

Despejando $\omega(t)$ de (11) y sustituyendo en (19):

$$\dot{\varepsilon}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) (\Pi_i (\varepsilon(t) + TE_0 x(t)) - T(A_{0i} x(t) + B_{0i} u(t)) + L_i C_{0i} x(t) + H_i u(t)) \quad (20)$$

Reagrupando los términos comunes con $x(t)$, $u(t)$ y $\varepsilon(t)$, se obtiene una nueva expresión de (20):

$$\dot{\varepsilon}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) (\Pi_i \varepsilon(t) + (\Pi_i TE_0 + L_i C_{0i} - TA_{0i}) x(t) + (H_i - TB_{0i}) u(t)) \quad (21)$$

Si se satisfacen las siguientes condiciones:

$$\Pi_i TE_0 + L_i C_{0i} - TA_{0i} = 0 \quad (22)$$

$$H_i = TB_{0i} \quad (23)$$

La ecuación (21) es reducida a:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) \Pi_i \varepsilon(t) \quad (24)$$

Con lo que la convergencia del observador esta garantizada si la matriz Π_i es estable.

Estabilidad del observador

La condición suficiente para garantizar la estabilidad de (8) esta dada por el siguiente teorema.

Teorema 1: El observador politópico (8) es estable si existe una matriz común $P = P^T > 0$ tal que

$$\Pi_i^T P + P \Pi_i < 0, \forall i \in \{1, \dots, M\} \quad (25)$$

Demostración: Considere la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(\varepsilon(t)) = \varepsilon^T(t) P \varepsilon(t)$$

La derivada de la función de Lyapunov a lo largo de las trayectorias del sistema (24) es:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\varepsilon(t)) &= \dot{\varepsilon}^T(t) P \varepsilon(t) + \varepsilon^T(t) P \dot{\varepsilon}(t) \\ &= \varepsilon^T(t) \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) (\Pi_i^T P + P \Pi_i) \varepsilon(t) \end{aligned} \quad (26)$$

La estabilidad cuadrática (Amato, 2006) del punto de equilibrio del sistema (24) se garantiza si $\dot{V}(\varepsilon(t)) < 0, \forall \varepsilon(t) \neq 0$. Dicha condición se satisface si

$$\sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t)) (\Pi_i^T P + P \Pi_i) < 0. \quad (27)$$

Si existe una matriz P apropiada, es posible garantizar que $(\Pi_i^T P + P \Pi_i) < 0$ se cumpla para todo $i = \{1, \dots, M\}$; entonces es evidente que (27) se satisface para cualquier $\mu_i(\theta(t))$. Como la desigualdad (27) debe satisfacerse para cada $\mu(t) \in \Gamma$, entonces esta debe cumplirse en cada vértice del politopo. Esto implica que (Briat, 2008):

$$\Pi_i^T P + P \Pi_i < 0, \forall i \in \{1, \dots, M\} \quad (28)$$

Sintonización del observador

Las ganancias del observador pueden ser definidas a través de la asignación de polos del sistema (18) en una subregión del semiplano complejo izquierdo (Chilali y Gahinet, 1996). Esto se consigue mediante la definición de una región LMI, en lo subsecuente denominada \mathcal{D} . Esta región \mathcal{D} puede ser por ejemplo un círculo con centro

$(-\lambda, 0)$ y de radio δ . Los valores de λ y δ determinan la región \mathcal{D} en la cual son ubicados los valores propios de cada Π_i . En este contexto, la ubicación de polos del sistema (18) en la región \mathcal{D} puede ser expresada como:

$$\begin{pmatrix} -\delta P & \lambda P + \Pi_i^T P \\ \lambda P + P \Pi_i & -\delta P \end{pmatrix} < 0 \quad (29)$$

sustituyendo Π_i de (14) en (29), se obtiene la siguiente desigualdad matricial bilineal (BMI, por las siglas en inglés de *Bilinear Matrix Inequality*):

$$\begin{pmatrix} -\delta P & \lambda P + M_i^T A_{0i}^T T^T P \\ \lambda P + P T A_{0i} M_i & -\delta P \end{pmatrix} < 0 \quad (30)$$

Las BMI's (30) pueden transformarse en LMI's si se considera $Q_i = A_{0i} M_i$ que sería una matriz constante, ya que las matrices que la forman son conocidas, y $K = P T$. Bajo estas suposiciones, la desigualdad (30) se transforma en:

$$\begin{pmatrix} -\delta P & \lambda P + Q_i^T K^T \\ \lambda P + K Q_i & -\delta P \end{pmatrix} < 0 \quad (31)$$

Esta última desigualdad es lineal comparada con las variables desconocidas P y K . Existen herramientas para la solución de LMI's que pueden ser usadas para resolver (31).

Finalmente, si se selecciona adecuadamente la matriz P , de tal forma que las desigualdades (31) se satisfagan, entonces el sistema (24) es estable.

Observaciones:

1. Si $\text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = n$ los cálculos planteados aquí pueden ser aplicados directamente al sistema (2) sin alguna transformación.
2. El orden reducido μ del observador es dado por $\mu = n - \text{rank } C$.

III. EJEMPLO

Considere un sistema singular LPV definido por

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned}$$

donde

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} -0,75 & 1 & 0 \\ -1 & -0,9 + \theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & -0,8 + \theta_1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B(\theta) = \begin{bmatrix} 0,9 + \theta_1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

La variable θ_1 varía de acuerdo con $\theta_1 \in [-0,5, 0,5]$. Este sistema puede ser representado en su forma politópica como sigue

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\theta(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned}$$

Este polítopo tiene $M = 2$ vértices correspondientes a las evaluaciones de los valores extremos del parámetro θ_1 . Las matrices que describen el sistema están dadas por

$$A1 = \begin{bmatrix} -0,75 & 1 & 0 \\ -1 & -1,4 & 0 \\ 0 & -1 & -1,3 \end{bmatrix}, \quad A2 = \begin{bmatrix} -0,75 & 1 & 0 \\ -1 & -0,4 & 0 \\ 0 & -1 & -0,3 \end{bmatrix}$$

$$B1 = \begin{bmatrix} 0,4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B2 = \begin{bmatrix} 1,4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Las funciones de ponderación $\mu_i(\theta)$ son:

$$\mu_1(\theta) = \frac{\theta_1 - \underline{\theta}_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} = \theta_1 + 0,5$$

$$\mu_2(\theta) = \frac{\bar{\theta}_1 - \theta_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} = 0,5 - \theta_1$$

En este caso

$$\text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = 2$$

Si elegimos una matriz de transformación $P = I_3$, obtenemos el sistema singular politópico descrito por:

$$E_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{01} = \begin{bmatrix} -0,75 & 1 & 0 \\ -1 & -1,4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{02} = \begin{bmatrix} -0,75 & 1 & 0 \\ -1 & -0,4 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1,3 \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -0,3 \end{bmatrix}, \quad B_{01} = \begin{bmatrix} 0,4 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_{02} = \begin{bmatrix} 1,4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B_{11} = B_{12} = 0$$

Elijiendo una matriz $R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ y una región LMI con centro $\lambda = 1$ y radio $\delta = 1$ se obtuvieron las siguientes matrices:

$$P = 6,0933 \times 10^8$$

$$K = \begin{bmatrix} 2,9248 & 3,8997 \end{bmatrix} \times 10^8$$

$$T = \begin{bmatrix} 0,48 & 0,64 \end{bmatrix}$$

Las ganancias del observador politópico son obtenidas de las igualdades (17), (14), (15), (16) y (23).

Considerando las siguientes condiciones iniciales $x_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}^T$, $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 1,5 & 0,4 & -1 \end{bmatrix}^T$ y $\omega_0 = 0,1$, se obtuvieron las siguientes figuras:

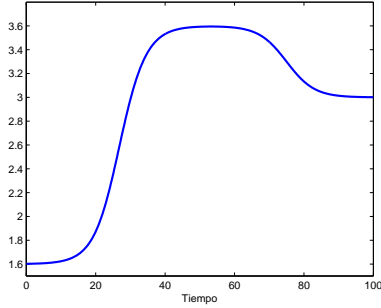


Figura 1. Comportamiento dinámico de la entrada.

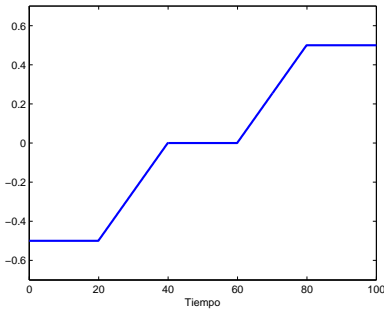


Figura 2. Variación del parámetro θ_1 .

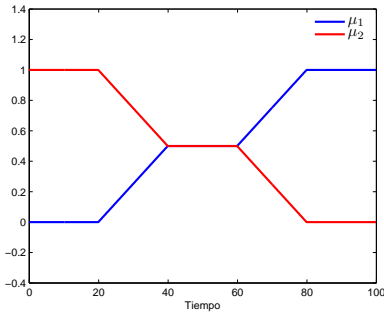


Figura 3. Funciones de ponderación.

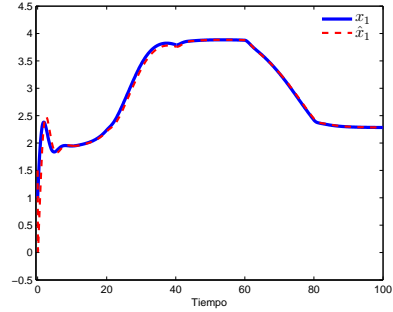


Figura 4. Convergencia del estado estimado $\hat{x}_1(t)$.

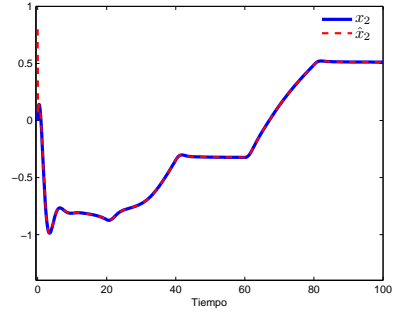


Figura 5. Convergencia del estado estimado $\hat{x}_2(t)$.

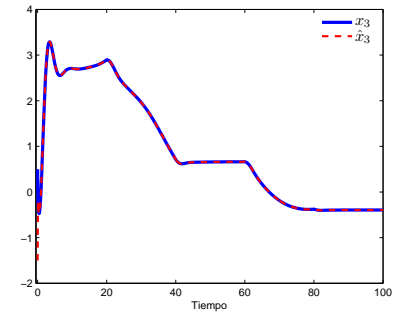


Figura 6. Convergencia del estado estimado $\hat{x}_3(t)$.

Dado que el observador de orden reducido estima solo los estados no medidos, y considerando $y(t) = x_2(t)$ como la salida, en la gráfica de la Figura 5 se puede observar que $\hat{x}_2(t) = y(t)$.

IV. CONCLUSIONES

En este artículo se presenta un observador LPV politópico para sistemas singulares. La síntesis del observador es una extensión del trabajo presentado en Darouach y Boutayeb (1995) en el que se presenta un observador para sistemas singulares lineales invariantes en el tiempo. Se formulan condiciones suficientes para asegurar la existencia y estabilidad del observador propuesto, mediante la combinación de un análisis estilo Lyapunov y la formulación de una desigualdad lineal matricial (LMI). El desempeño del observador es evaluado en un ejemplo mediante simulación numérica.

REFERENCIAS

- Amato, F. (2006). Robust Control of Linear Systems Subject to Uncertain Time-Varying Parameters. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Vol. 325. Springer-Verlag. The Netherlands.
- Briat, C. (2008). Commande et observation robustes des Systèmes LPV Retardés. Tesis de doctorado. Institut Polytechnique de Grenoble.
- Chadli, M., M. Darouach y J. Daafouz (2008). Static output stabilisation of singular LPV systems: LMI formulation. *Proc. of the 47th Conference on Decision and Control*. Cancún, México. 4793-4796.
- Chilali, M. y P. Gahinet (1996). H_∞ design with pole placement constraints: An LMI approach. *IEEE Trans. on Automatic Control* **41**(3), 358-367.
- Darouach, M. y M. Boutayeb (1995). Design of observers for descriptor systems. *IEEE Trans. on Automatic Control* **40**(7), 1323-1327.
- Darouach, M. y M. Zasadzinski (2009). Optimal unbiased reduced order filtering for discrete-time descriptor systems via LMI. *Systems & Control Letters* **58**(6), 436-444.
- Kulcsár, B., J. Bokor y J. Shinar (2010). Unknown input reconstruction for LPV systems. *Int. J. of Robust and Nonlinear Control* **20**(5), 579-595.
- Müller, P. C. y M. Hou (1993). On the observer design for descriptor systems. *IEEE Trans. on Automatic Control* **38**(11), 1666-1671.
- Müller, P. C. y M. Hou (1999). Causal Observability of Descriptor Systems. *IEEE Trans. on Automatic Control* **44**(1), 158-163.

- Rehm, A. y F. Allgöwer (2000). Self-scheduled H_∞ output feedback control of descriptor systems. *Comp. Chem. Eng.* **24**(2-7), 279-284.
- Rodrigues, M., D. Theilliol, S. Aberkane y D. Sauter (2007). Fault tolerant control design for polytopic LPV systems. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* **17**(1), 27-37.
- Wang, H. y G. H. Yang (2009). Integrated fault detection and control for LPV systems. *Int. J. of Robust and Nonlinear Control* **19**(3), 341-363.
- Wei, X. y L. del Re (2007). Gain scheduled H_∞ control for air path systems of diesel engines using LPV techniques. *IEEE Trans. on Control System Technology* **15**(3), 406-415.
- Zhou, L. y G. Lu (2009). Detection and stabilization for discrete-time descriptor systems via a limited capacity communication channel. *Automatica* **45**(10), 2272-2277.
- Zolghadri, A., D. Henry y S. Grenaille (2008). Fault diagnosis for LPV systems. *Proc. of the 16th Mediterranean Conference on Control and Automation*. Ajaccio, France. 261-266.