

# Modelo transitorio para detección de fugas en ductos

L. Molina\*

IMP\*, México, D.F. C.P. 07730

lmespino@imp.mx\*

(52)-55-91758113\*

C. Verde

Instituto de Ingeniería-UNAM,

DF 04510, México,

verde@unam.mx,

(52)-55-56233684

## Resumen—

En la actualidad el diseño de sistemas de detección y localización de fugas en ductos representa una área de estudio dentro de los sistemas de diagnóstico automático y la comunidad de control ha tenido una importante participación en este tema, sin embargo se requieren estudios que lleven a caracterizar mejor los fenómenos dinámicos involucrados en condiciones de fugas y sobre todo ante distintas condiciones de frontera del ducto.

En este trabajo se presenta un modelo matemático para simular el comportamiento del flujo simultáneo de agua y aire a través de tuberías en presencia de fugas. El modelo incluye las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía, en las cuales se incluyen términos de fuga. El modelo es resuelto mediante un esquema de diferencias finitas. Para validar los datos simulados, se usaron datos de presión y caudales experimentales.

Adicionalmente se reporta la Línea de Altura Motriz (LAM) obtenida de manera experimental comparada con las predicciones obtenidas con el modelo propuesto.

Las simulaciones presentan una buena aproximación con respecto los datos experimentales. El modelo permite estudiar el comportamiento hidrodinámico del fluido inducido por el tamaño y posición de una fuga.

**Palabras clave:** Modelo dinámico de fugas, redes de ductos, perfil de presión en un ducto.

## I. INTRODUCCIÓN

La literatura especializada de dinámica de fluidos aborda con poco detalle los efectos que inducen las fugas en el perfil estático de presión. Dado que todos los métodos de detección están basados en estos efectos, el tema es de vital importancia.

Cuando no existen fugas presentes en los ductos todos los estudios coinciden en el comportamiento del LAM. Sin embargo cuando existe una fuga, se han encontrado discrepancias en los perfiles de presión reportados.

Cuando las Condiciones de Frontera (CF) utilizadas son: la presión aguas arriba  $p(1)$  y la presión aguas abajo  $p(n)$  (Emara et al., 2002, Verde et al., 2007), se reportan perfiles similares al mostrados en la Figura 1, donde la pendiente sufre un cambio en el punto de localización de la fuga.

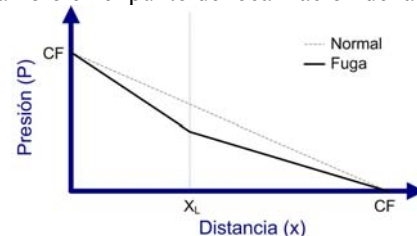


Figura 1. Esquemático del perfil de presión,  $X_L$  posición de la fuga. CF:  $p(1)$  y  $p(n)$ .

Por otro lado, los estudios en los cuales se utilizan el flujo volumétrico aguas arriba  $v(1)$  y la presión aguas abajo  $p(n)$  como CF del sistema (Kam, 2010), se han reportado LAM con un comportamiento distinto en el segmento antes de la fuga, ver Figura 2. En estos estudios la presión disminuye aguas arriba debido al efecto de la fuga.

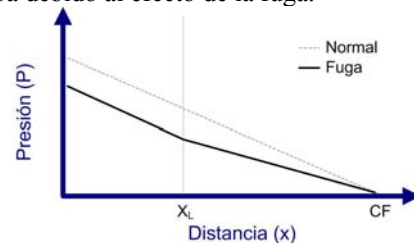


Figura 2. Esquemático del perfil de presión. CF:  $v(1)$  y  $p(n)$ .

En este estudio, se construyó un prototipo para analizar experimentalmente la LAM inducida por una fuga. Así mismo se propone un modelo matemático para simular el comportamiento hidráulico que inducen una fuga, usando CF:  $v(1)$  y  $p(n)$ . Finalmente, el modelo es resuelto numéricamente mediante la técnica de diferencias finitas.

En conclusión este estudio permite afirmar que la selección adecuada de las CF es determinante para establecer los perfiles hidráulicos de presión en ductos con

presencia de fugas. Y que éstas permiten obtener resultados muy similares a los datos experimentales.

## II. MODELO MATEMÁTICO

Se han realizado una gran cantidad de trabajos para solucionar el problema de detección y localización de fugas, y se han propuesto una gran variedad de soluciones (Geiger, 2006). Algunos autores han propuesto solo el uso de las ecuaciones de conservación de masa y momento (Billman and Isermann, 1987; Verde et al., 2007). Sin embargo, otros han incluido la ecuación de energía (Belsito et al., 1998; Cazarez and Vasquez, 2005), debido a que se considera que el resolver de manera acoplada las tres ecuaciones permite verificar la estabilidad del modelo y prepararlo para incluir en el futuro los términos del intercambio de calor.

El modelo propuesto en este estudio está compuesto por las ecuaciones de masa, cantidad de movimiento y energía (1), (2) y (3) respectivamente, en las cuales se consideran términos de fuga. El uso del término de fuga  $\Gamma_L$  dentro de las ecuaciones de conservación es ampliamente usado en la literatura (Emara et al., 2002; Abhulimen and Susu, 2004; Bratland, 2009).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = -\Gamma_L \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho g \sin \phi - \tau_w \frac{S}{A} - V_L \Gamma_L \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v e)}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial t} = -\rho g \sin \phi - e_L \Gamma_L \quad (3)$$

donde,  $\rho$  es la densidad de la mezcla, definida como:

$$\rho = \rho_l \varepsilon_l + \rho_g (1 - \varepsilon_l) \quad (4)$$

$v$  es la velocidad de la mezcla definida como:

$$v = \frac{\rho_l \varepsilon_l v_l + \rho_g (\varepsilon_l - 1) v_g}{\rho} = \frac{\rho_l v_{sl}}{\rho} + \frac{\rho_g v_{sg}}{\rho} \quad (5)$$

donde  $\varepsilon_l$  y  $\varepsilon_g$  son la fracción del agua y aire, respectivamente,  $v_l$  y  $v_g$  son las velocidades promedio de la fase líquida y gas,  $v_{sl}$  y  $v_{sg}$  son las velocidades superficiales de la fase líquida y gas,  $\rho_l$  y  $\rho_g$  son las densidades la fase líquida y gas. Así mismo,  $A$  es el área de la tubería,  $\Gamma_L$  es el término de fuga,  $p$  es la presión de la mezcla,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\theta$  es el ángulo de inclinación respecto a la horizontal,  $S$  es el perímetro de la tubería,  $\tau_w$  son los esfuerzos de fricción y están definidos como:

$$\tau_w = \frac{1}{2} F \rho_m v^2 \quad (6)$$

donde  $F$  es el factor de fricción de Fanning.

En la ecuación (3)  $e$  es la energía específica convectiva total (7) y  $e_L$  es la energía específica total convectiva de fuga (8).

$$e = h + \frac{v^2}{2} \quad (7)$$

$$e_L = h + \frac{v_L^2}{2} \quad (8)$$

En estas dos últimas ecuaciones,  $h$  es la entalpía de la mezcla, definida como:

$$h = \frac{\varepsilon_l \rho_l h_l + (1 - \varepsilon_l) \rho_g h_g}{\rho} \quad (9)$$

El último término de (2) es el término de fuga el cual representa el momento que pierde el sistema por causa de una fuga.

Considerando que la densidad de la mezcla es solo función de la presión  $\rho = f(p)$  entonces su derivada parcial con respecto al tiempo está dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (10)$$

De forma similarmente, la derivada espacial (coordenada axial  $x$ ) esta definida mediante:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (11)$$

En las ecuaciones (10) y (11),  $c$  es la velocidad del sonido de la mezcla (12), calculadas mediante IAPWS (Wagner et al., 2000) para la velocidad del sonido del líquido y la ecuación de estado para el gas.

$$\frac{1}{c^2} = \frac{\varepsilon_l}{c_l^2} + \frac{\varepsilon_g}{c_g^2} \quad (12)$$

En éste trabajo se consideró la variable de temperatura y la ecuación de energía debido a que el modelo puede ser utilizado posteriormente para modelar gas como fluido de trabajo, donde la compresibilidad, la densidad y el coeficiente de Joule-Thomson, juegan un papel importante.

Por otro lado, reacomodando los términos de (1), (2) y (3) en su forma matricial se obtiene:

$$\mathbf{A}(\mathbf{u}) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{B}(\mathbf{u}) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \mathbf{C}(\mathbf{u}) \quad (13)$$

donde  $\mathbf{u}$  es el vector a discretizar formado por  $(p, v, T)$  Igualando a cero el determinante del sistema (13) se obtiene:

$$\text{Det}[\mathbf{A}(\mathbf{u}) \lambda - \mathbf{B}(\mathbf{u})] = 0 \quad (14)$$

finalmente se obtiene la expresión:

$$\lambda^3 - 3v\lambda^2 + 3v^2\lambda + c^2v - v^3 = (\lambda - v)(\lambda - v + C)(\lambda - v - C) = 0 \quad (15)$$

en donde sus raíces son:

$$\lambda_1 = v + c \quad (16)$$

$$\lambda_2 = v - c \quad (17)$$

$$\lambda_3 = v \quad (18)$$

Se puede observar que las raíces de (15) son reales por lo que el sistema hiperbólico de ecuaciones (1), (2) y (3) representa un problema de valor inicial bien postulado, y desde el punto de vista de estabilidad, el sistema es estable mientras la velocidad de la mezcla no supere la velocidad del sonido en el fluido.

## III. SOLUCIÓN NUMÉRICA

El sistema hiperbólico de ecuaciones diferenciales parciales fue discretizado mediante un esquema de diferencias finitas. Con un arreglo de primer orden, hacia atrás en el tiempo

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \approx \frac{\mathbf{u}(n, t) - \mathbf{u}(n, t-1)}{\Delta t} \quad (19)$$

y hacia atrás en la coordenada espacial.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \approx \frac{\mathbf{u}(n,t) - \mathbf{u}(n-1,t)}{\Delta x} \quad (20)$$

Aplicando el método de diferencias finitas, el sistema (1), (2) y (3) es transformado en un sistema de ecuaciones el cual involucra todos nodos en un solo paso de tiempo.

Si la CF son  $v(1)$ ,  $p(n)$  y  $T(1)$  (velocidad aguas arriba, presión aguas abajo y temperatura aguas arriba, respectivamente), entonces el sistema esta representado por:

$$\mathbf{A}\mathbf{u}(n,t) = \mathbf{C}[\mathbf{u}(n,t-1)] \quad (21)$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} m_1(1) & m_2(1) & 0 & m_3(1) & m_4(1) & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & m_1(2) & m_2(2) & 0 & m_3(2) & m_4(2) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & P_1(2) & P_2(2) & 0 & P_3(2) & P_4(2) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & e_1(2) & e_2(2) & e_3(2) & e_4(2) & e_5(2) & e_6(2) & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & P_1(n) & P_2(n) & 0 & P_3(n) & P_4(n) & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & e_1(n) & e_2(n) & e_3(n) & e_4(n) & e_5(n) & e_6(n) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}(n,t) = \begin{bmatrix} p(1) \\ v(1) \\ T(1) \\ p(2) \\ v(2) \\ T(2) \\ \vdots \\ \vdots \\ p(n) \\ v(n) \\ T(n) \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} bm(1) \\ v(1) \\ t(1) \\ bm(2) \\ bP(2) \\ be(2) \\ \vdots \\ bm(j) + \Gamma_L \\ bP(j) + v_L \Gamma_L \\ be(j) + e_L \Gamma_L \\ \vdots \\ p(n) \\ bP(n) \\ be(n) \end{bmatrix}$$

Donde  $p(n)$ ,  $v(n)$  y  $T(n)$  son los valores de la presión, la velocidad y la temperatura del nodo  $n$ , respectivamente. Las constantes  $bm$ ,  $bP$  y  $be$  son términos conocidos por la condiciones iniciales y el tiempo anterior. Finalmente los términos  $\Gamma_L$ ,  $v_L \Gamma_L$  y  $e_L \Gamma_L$  son los términos de fuga que están presentes en el nodo  $j$ , que solo existen cuando la fuga esta presente.

Por otro lado si las CF son  $p(1)$ ,  $p(n)$  y  $T(1)$  entonces el sistema (13) esta representado por:

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{u}(n,t) = \bar{\mathbf{C}}[\mathbf{u}(n,t-1)] \quad (22)$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ P_1(2) & P_2(2) & 0 & P_3(2) & P_4(2) & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & m_1(2) & m_2(2) & 0 & m_3(2) & m_4(2) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & P_1(2) & P_2(2) & 0 & P_3(2) & P_4(2) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & e_1(2) & e_2(2) & e_3(2) & e_4(2) & e_5(2) & e_6(2) & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & P_1(n) & P_2(n) & 0 & P_3(n) & P_4(n) & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & e_1(n) & e_2(n) & e_3(n) & e_4(n) & e_5(n) & e_6(n) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} p(1) \\ bP(1) \\ t(1) \\ bm(2) \\ bP(2) \\ be(2) \\ \vdots \\ bm(j) + \Gamma_L \\ bP(j) + v_L \Gamma_L \\ be(j) + e_L \Gamma_L \\ \vdots \\ p(n) \\ bP(n) \\ be(n) \end{bmatrix}$$

Ambos sistemas son resuelto mediante la subrutina LA\_GESV que es parte de del estándar LAPAC95 (Barker et al., 2001).

#### IV. EQUIPO EXPERIMENTAL NO. 1

El equipo experimental No. 1, es la estación piloto del laboratorio de hidráulica del Instituto de Ingeniería (II-UNAM), esquematizada en la Figura 3.

Consta principalmente de; un tanque (a), una tubería de 0.105 m de diámetro y 132.56 m de longitud (b). La descargada es atmosférica y utiliza agua como fluido de trabajo.

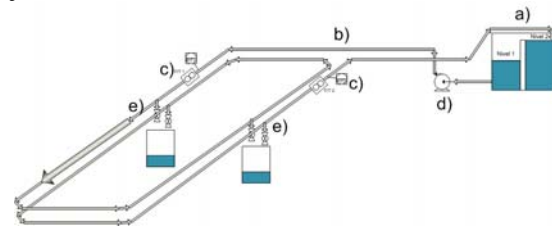


Figura 3 Equipo experimental No. 1: a) Tanque, b) Ducto, c) sensores de presión y flujo, d) bomba centrífuga y e) derivaciones para simular fugas (servo válvulas).

Este equipo esta instrumentado en sus extremos (c) para medir la presión y el caudal. Las fugas pueden provocarse a 15.1 m, 49.46 m, 83.25 m y 117.39 m del transmisor de presión, posición 1 a la 4 respectivamente. Las presiones son adquiridas mediante un transmisor piezo-resistivo WIKA y los datos de flujo son obtenidos mediante sensores de propela Signet 2540. Las mediciones son adquiridas cada segundo (1 s).

En este equipo se registro (caudal y presión) aguas arriba y aguas abajo, en presencia de una fuga de  $d_L=0.01905$  m de

diámetro. La fuga fue provocada (300 s) después del que el flujo alcanzó su estado estable, se repitió el experimento tres veces en cada una de las localizaciones mencionadas anteriormente. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 4.

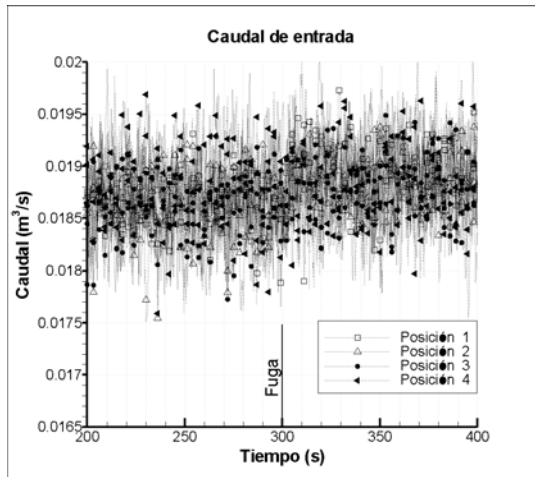


Figura 4. Tendencia de flujo volumétrico aguas abajo ( $v_1$ ), equipo experimental No. 1. Fugas posición 1 a 4.

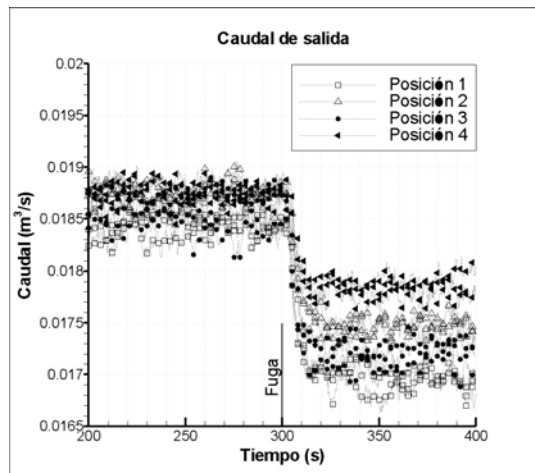


Figura 5. Tendencia de flujo volumétrico aguas abajo ( $Q_2$ ). Equipo experimental No. 1. Fugas posición 1 a 4.

De la Figura 4 se puede observar que las fugas no inducen cambios significativos en el caudal aguas arriba. Por este motivo el caudal aguas arriba es considerado constante en este estudio y es establecido como CF. Sin embargo, el caudal aguas abajo (Figura 4) es afectado considerablemente por la presencia de la fuga. De acuerdo al principio de conservación de masa, en el punto de fuga debe cumplir la siguiente relación:

$$Q_1 = Q_2 + Q_{fuga} \quad (23)$$

donde  $Q_1$  es el caudal aguas arriba,  $Q_2$  es el caudal aguas abajo y  $Q_{fuga}$  es el caudal de fuga. El efecto que induce una fuga en el caudal aguas abajo se puede observar en la Figura 5.

En la figura anterior se puede apreciar que la disminución del caudal aguas abajo es inversamente proporcional a la localización de la fuga, debido principalmente al gradiente de presión (el diámetro de la fuga se mantuvo constante). De forma similar al caudal aguas abajo, la presión aguas arriba se ve disminuida considerablemente a causa de las fugas (Figura 6). Por lo que el cambio en la presión aguas arriba es otra consecuencia directa de las fugas.

No obstante, la presión aguas abajo (Figura 7) no presentó cambios significativos en presencia de fugas. Por lo que fue seleccionada en este trabajo como otra de las CF necesarias para la solución del modelo propuesto.

Las presiones reportadas son manométricas y la presión aguas abajo no es cero (Figura 7), debido a que en la descarga hacia el tanque existe una pequeña elevación del ducto para realizar la descarga por encima de éste y que la localización del sensor no se encuentra en la descarga.

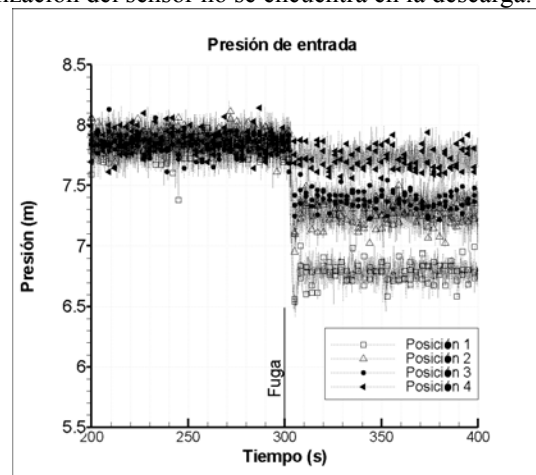


Figura 6. Tendencias de presión aguas arriba ( $P_1$ ), equipo experimental No. 1. Fugas posición 1 a 4.

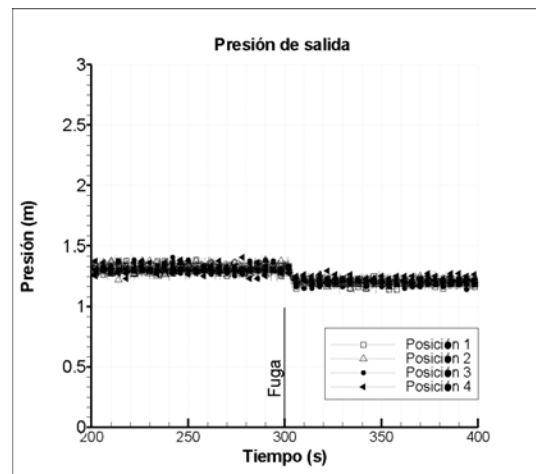


Figura 7. Tendencia de presión aguas abajo ( $P_2$ ), equipo experimental No.1. Fugas posición 1 a 4.

Los datos provenientes del modelo fueron comparados con los resultados experimentales del equipo experimental No. 1, obteniéndose los siguientes resultados, ver Figura 8. CF: caudal aguas arriba  $v(1)$ , presión aguas abajo  $p(n)$  y temperatura aguas arriba  $T(1)$ . Las condiciones operación

fueron: flujo volumétrico  $v(1)=0.0003458 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , factor de fricción  $F = 0.0357$ , localización y diámetro de fuga  $x_L=1.02 \text{ m}$  y  $d_L=0.00635 \text{ m}$ , respectivamente.

En la Figura 8, se muestran los flujos experimentales (Exp). Así mismo los caudales simulados (Sim) son superpuestos, observándose una estrecha similitud. La fuga es simulada en el segundo (300 s) y su localización se encuentra a (15.1 m). El error encontrado entre el flujo simulado y el experimental es menor al 6% del caudal aguas arriba.

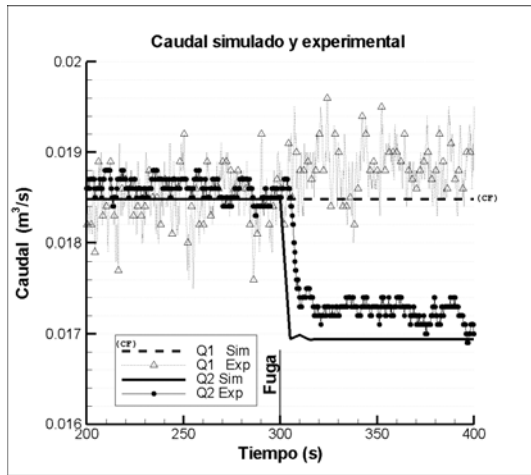


Figura 8. Tendencia de caudal aguas arriba y aguas abajo, equipo experimental 1. Fuga posición 1.

La Figura 9 muestra la comparación de las presiones simuladas y experimentales aguas arriba y aguas abajo. En este caso el error encontrado es menor a 1%.

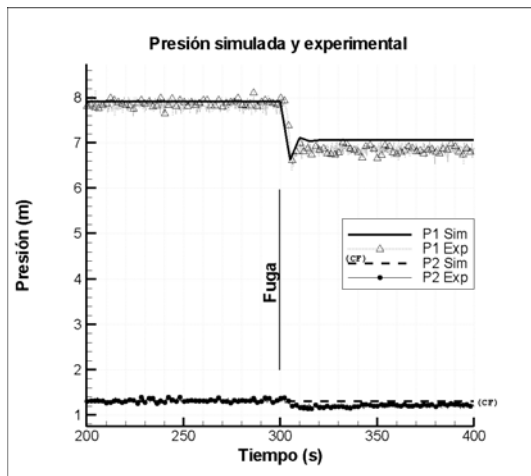


Figura 9. Tendencia de presión aguas arriba y aguas abajo, equipo experimental 1. Fuga posición 1.

Para las posiciones de fuga 2 a la 4 se encontraron errores del orden de magnitud del 1%.

## V. EQUIPO EXPERIMENTAL NO. 2

El equipo experimental 2 (Figura 10) consiste en: a) un tanque, b) ducto de 0.0127m de diámetro y 2.40 m de longitud, c) siete sensores de presión (piezómetros) localizados a 0.355 m, 0.62 m, 0.89 m, 1.16 m, 1.43 m, 1.7 m y 1.965m, d) una descarga atmosférica, e) válvula de fuga posición 1.02 m y diámetro de fuga 0.00635 m y f) bomba centrífuga.

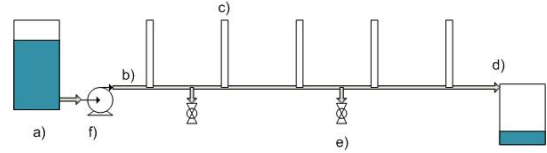


Figura 10. Esquema del, equipo experimental 2.

La presión estática de cada punto de medición fue registrada para el caso sin fuga y con una fuga obteniéndose un perfil estático de presión (LAM) a lo largo del ducto, ver Figura 11.

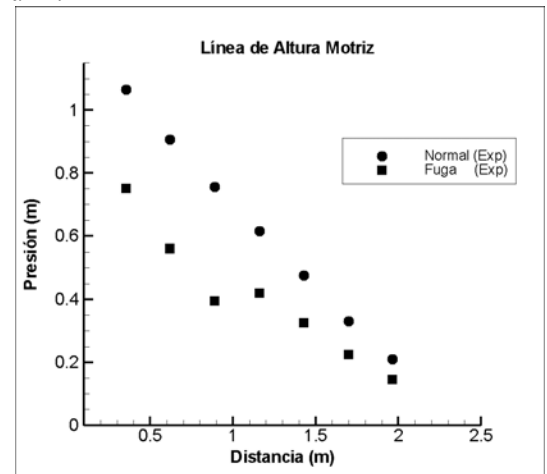


Figura 11. LAM del equipo experimental 2 (Perfil de presión espacial).

Se puede observar que el perfil de presión estático es similar al los perfiles reportados por (Dinis et al, 1999; Kam, 2010), comparar la Figura 11 con Figura 2, donde el primer segmento presenta un gradiente de presión muy similar al caso sin fuga, pero con un *offset* negativo. Y el segundo segmento presenta una menor caída de presión. El experimento se repitió variando la posición de la fuga obteniéndose el mismo comportamiento.

En este equipo experimental se observó un incremento de presión estática en el sensor posterior a la posición de la fuga. Este incremento de presión es debido a la disminución de velocidad promedio en la localización de la fuga. En la literatura de análisis de transitorios (Chaudhry, 1987) es reportado que una disminución en la velocidad de flujo le corresponde un incremento en la presión estática en forma matemática:

$$\Delta H = -\frac{a}{g} \Delta V \quad (24)$$

donde  $H$  es la altura de presión,  $a$  es la velocidad del sonido en el fluido, y  $V$  es la velocidad promedio del fluido.

Comparando los datos simulados contra los datos provenientes del el quipo experimental No. 2, se obtuvieron los siguientes resultados: Se compararon los perfiles estáticos de presión, para el caso sin fuga y con fuga (Figura 12).

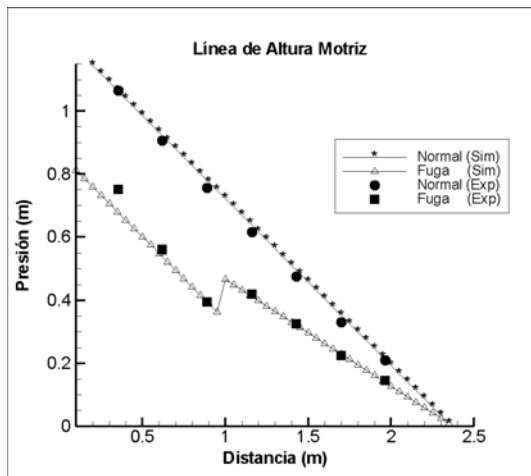


Figura 12. LAM simulada y experimental (equipo experimental No. 2).

Los puntos discretos (● y ■) corresponden a las mediciones experimentales (Exp) y las líneas continuas a los datos obtenidos con el modelo (Sim).

En la Figura 12 el error medio relativo entre los datos simulados y las mediciones fue de 2.82% y el error relativo máximo (9.35%) corresponde a la primer punto de medición, por lo que los datos simulados presentan una buena aproximación respecto a los datos experimentales. En esta gráfica el incremento de presión estática en la posición de la fuga es más notorio en los datos simulados. Este último resultado permite tener una mejor comprensión de lo que sucede con el perfil estático de presión en el lugar de la fuga.

## VI. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo de fuga para agua y aire. Y dada la pequeña diferencia encontrada entre los datos simulados y las mediciones experimentales, se considera que el modelo describe satisfactoriamente la hidrodinámica que inducen las fugas.

Para el caso de los ductos donde una bomba centrífuga es utilizada para hacer circular el fluido a través de tuberías horizontales las CF que permiten simular su comportamiento son  $v(1)$ ,  $p(n)$ , y  $T(1)$ . Como consecuencia el comportamiento que inducen las fugas es el que se reportan en la Figura 2.

Por otro lado en los ductos donde la presión aguas arriba es controlada a un nivel constante, las CF:  $p(1)$ ,  $p(n)$  y  $T(n)$  permiten simular su comportamiento en el modelo. Para estos casos donde la presión aguas arriba se mantiene constante es necesario realizar más experimentos.

Estos resultados permitirán mejorar los modelos del fluido con fugas y permitirán desarrollar mejores sistemas de diagnóstico automático para la detección y localización de fugas.

## REFERENCIAS

- Abhulimen KE, Susu AA (2004) Liquid pipeline leak detection system: model development and numerical simulation, *Chem. Engrg. J.*, 97 (1), 47-67.
- Barker VA, Blackford L S, Dongarra J, Du Croz J, Hammarling S, Marinova M, Wasniewski J, Yalamov P (2001) LAPACK95 Users' Guide, Soc. Ind. Appl. Math., Philadelphia, PA, third ed.
- Belsito S, Lombardi P, Andreussi P, Banerjee S (1998). Leak detection in liquefied gas pipelines by artificial neural networks. *AIChe J.*, 44(12), 2675-2688.
- Billman L, Isermann R (1987) Leak detection methods for pipelines, *Automatica*; 23(3):381-5.
- Bratland O (2009) Pipe Flow 2: Multi-phase Flow Assurance.
- Cazarez O, Vasquez MA (2005) Prediction of Pressure, Temperature, and Velocity Distribution of Two-Phase Flow in Oil Wells *J. Petrol Sci. and Eng*, 46(3), March 2005, 195-208.
- Chaudhry, MH (1987). *Applied Hydraulic Transients*, Van Nostrand Reinhold Comoany Inc., Ney York
- Dinis, JM, Wojtanowicz AK., Scott SL, (1999). Leak detection in liquid subsea flowlines with no record feed rate. *J. Energy Resour. Technol. (ASME)* 121, 161-166 Sep.
- Emara SHE, Khulief YA, Hussaini I (2002) Proceedings of the Institution of Mechanical Eng, Part I: *J. of Systems and Control Eng.* 216(6), 497- 512.
- Geiger G (2006) State-of-the-art in leak detection and localization. *Oil Gas European Magazine*, 32(4), 193-198.
- Kam SI (2010) Mechanistic modeling of pipeline leak detection at fixed inlet rate, *J. Petrol Sci and Eng*, 70(3-4), 145-156.
- Verde C, Visairo N, Gentil S (2007) Two leaks isolation in a pipeline by transient response, *Advances in Water Resources*, 30(8) 1711-1721.
- Wagner W, Cooper JR, Dittmann A, Kijima J, Kretzschmar HJ, Kruse A, Mares R, Oguchi K, Sato H, Stöcker I, Sifner O, Takaishi Y, Tanishita I, Trübenbach J, Willkommen Th, (2000), The IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam, *ASME Journal of Eng. for Gasturbines and Power*, 122 (1) 150-182.