

Modelado Difuso T-S de un Convertidor Cuadrático Reductor de CD-CD

Elvia Palacios⁺, Jorge Alberto Morales-Saldaña^{*} y Rodrigo Loera Palomo^{*}

⁺Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Av. Salvador Nava s/n, San Luis Potosí, S.L.P. 78290, México.

^{*}Facultad de Ingeniería Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Av. Dr. Manuel Nava No. 8, San Luis Potosí, S.L.P. 78290, México.

Resumen—Este trabajo presenta el modelado difuso de un convertidor cuadrático reductor de CD-CD. La principal dificultad en el control de estos sistemas se debe a su carácter no lineal, debido a que la topología de conmutación de circuitos implica diferentes modos de operación. Basados en el enfoque de modelado difuso Takagi-Sugeno con las corrientes de los inductores y el voltaje del capacitor de la etapa 1 como variables de premisa. El modelo difuso TS del convertidor incluye los elementos parásitos en inductores, capacitores y elementos semiconductores. Finalmente los resultados de simulación de un convertidor cuadrático ilustra la eficiencia del modelo propuesto.

Palabras clave: Modelado Difuso, Convertidores CD-CD, Fuentes de alimentación, Circuitos Conmutados,

I. INTRODUCCION

El desarrollo de nuevas topologías de convertidores conmutados es un área en constante crecimiento debido a las nuevas tendencias en las fuentes de alimentación [1,2] siendo la relación de transformación, densidad de potencia y la alta eficiencia aspectos que predominan en este tipo de sistemas. Esto ha propiciado la generación de topologías o circuitos cada vez más complejos, donde surgen problemas interesantes desde el punto de vista de control. En [3] se presenta el modelo de un convertidor cuadrático reductor, el cual tiene una dinámica de cuarto orden y donde las funciones de transferencia son de fase nominal, esto resulta en sistemas difíciles de controlar debido a las restricciones en el ancho de banda por la presencia de los ceros del lado derecho en el plano-s (RHP). Algunos trabajos reportados sobre diseño de controladores para este tipo de convertidores son [4,5], los cuales se basan en modelos determinísticos que cambian dependiendo de su punto de operación.

Una técnica no lineal para el control de convertidores CD-CD es el control difuso. Esta técnica provee una función de retroalimentación lineal *por partes* como resultado de un procedimiento de síntesis y por lo tanto la implementación es, *a priori*, más sencilla que otras estrategias no lineales. El modelo Takagi-Sugeno (TS) es un tipo de modelo no lineal y puede expresar características dinámicas de un sistema complejo en una forma simple. Diferentes regiones de un sistema no lineal pueden definirse como modelos lineales locales separados con el enfoque de modelado difuso TS.

Entonces cada modelo lineal es conmutado suavemente con las funciones de pertenencia difusas, obteniendo así un modelo no lineal difuso. Con este modelo se puede proveer de un enfoque sistemático de análisis y diseño para sistemas de control. Además, el modelo difuso TS resulta ser más completo que el modelo en espacio de estados promedio.

II. MODELO DIFUSO TAKAGI-SUGENO

El modelo Takagi-Sugeno (TS) fue propuesto por Takagi y Sugeno [4] y es utilizado en la literatura debido a i) el valor numérico de la parte conclusión permite establecer análisis de estabilidad y utilizar algoritmos de control convencionales. ii) se ha demostrado que los modelos difusos son aproximadores universales de sistemas no lineales. El modelo difuso TS es una interpolación gradual de varios modelos de sistemas lineales locales a través de funciones de pertenencia. Este modelo es constituido por una colección de reglas difusas “Si-Entonces” de la siguiente forma:

Regla i: Si $z_1(t)$ es M_{i1} y ... y $z_p(t)$ es M_{ir}

Entonces

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) &= C_i(t) x(t) \quad i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (1)$$

donde $A_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$

$$x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)]^T, \quad z(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_p(t)]^T$$

son las variables de premisa, $u(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_m(t)]^T \in \mathfrak{R}^{m \times 1}$ es el vector de entrada y r número de reglas “Si-entonces”.

El sistema difuso es inferido como

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} \\ \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \end{aligned} \quad (2)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(C_i x(t))}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(C_i x(t)) \quad (3)$$

donde

$$h_i(z(t)) = \frac{\mu_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))}, \quad \mu_i(z(t)) = \prod_{i=1}^r M_{ij}(z(t)) \quad (4)$$

y $M_{ij}(z_j(t))$ es el grado de pertenencia de $z_j(t)$ en M_{ij} . Este modelo presenta las siguientes propiedades:

P.1 $\mu_i(z(t)) \geq 0$ y $\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) \geq 0$ para $i=1,2,\dots,r$, por lo tanto $h_i(z(t)) \geq 0$ y $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$.

P.2 El modelo difuso TS (2), (3) es en general una ecuación variante en el tiempo y es muy usado para modelar sistemas no lineales.

Para estabilizar este tipo de modelo, la ley de control clásica utilizada es la llamada PDC (*Parallel Distributed Compensation*), la cual será presentada en un trabajo posterior.

Las condiciones de estabilidad básicas del sistema en lazo abierto son derivadas utilizando una función de Lyapunov cuadrática, basado en el siguiente teorema.

Teorema.[4] El equilibrio del sistema difuso (2)-(3) es globalmente asintóticamente estable si existe una matriz P definida positiva tal que

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad i=1,2,\dots,r \quad (5)$$

III. MODELO DIFUSO TAKAGI-SUGENO DE UN CONVERTIDOR CUADRÁTICO REDUCTOR

En esta sección se revisará el modelo promedio del convertidor cuadrático para determinar el modelo Takagi-Sugeno, el cual representará mejor al sistema no lineal.

En la figura 1 se muestra el circuito de un convertidor cuadrático reductor cuyo comportamiento dinámico es descrito por las redes resultantes durante los lapsos T_{on} y T_{off} . Estas redes son determinadas por una señal binaria q que enciende y apaga periódicamente al interruptor Q considerando una modulación de ancho de pulso (PWM). T_s es el periodo de conmutación, el cual es igual a la suma de T_{on} y T_{off} . Las redes resultantes son mostradas en la figura 2.

Aplicando las técnicas tradicionales de análisis de circuitos sobre las redes de la figura 2, se obtienen las ecuaciones de estado del convertidor:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(x)u(t) + D \quad (6)$$

Donde $x = [i_{L1} \ i_{L2} \ v_{C1} \ v_{C2}]^T$, A es la matriz del sistema, $B(x)$ es la matriz de entrada, D es la matriz estática y $u(t)$ es el

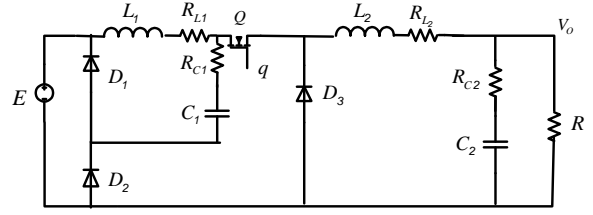


Fig. 1 Convertidor Cuadrático Reductor.

valor promedio de la función q , la cual corresponde al ciclo de trabajo promedio.

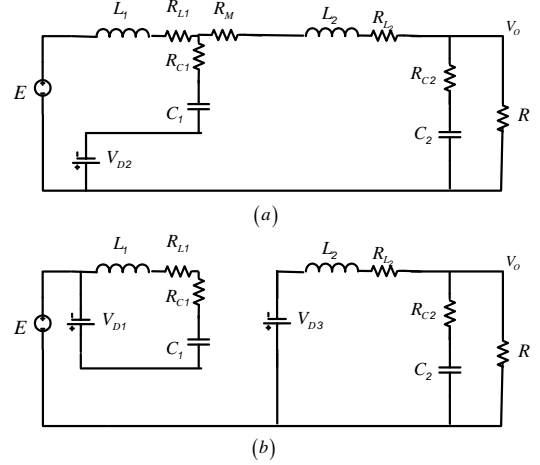


Fig. 2 Modos de operación del convertidor cuadrático reductor. (a) $q=1$ y (b) $q=0$.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{(R_{C1} + R_{L1})}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & -\left[R_{L2} + \frac{RR_{C2}}{R + R_{C2}}\right] \frac{1}{L_2} & 0 & -\left[\frac{R}{R + R_{C2}}\right] \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left[\frac{R}{R + R_{C2}}\right] \frac{1}{C_2} & 0 & -\left[\frac{1}{R + R_{C2}}\right] \frac{1}{C_2} \end{bmatrix},$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} \frac{i_{L2}(t)R_{C1} + V_{D1} + V_{D2} + E}{L_1} \\ \frac{i_{L1}(t)R_{C1} - i_{L2}(t)(R_{C1} + R_M) + v_{C1}(t) - V_{D1} + V_{D3}}{L_2} \\ \frac{i_{L2}(t)}{C_1} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} -\frac{V_{D2}}{L_1} \\ -\frac{V_{D3}}{L_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

En esta representación L_i y C_i corresponden a los valores de

inductancia y capacitancia de cada una de las etapas del convertidor, E y R son el voltaje de entrada y el valor de la carga. Los componentes del vector de estados son i_{Li} , los cuales representan las corrientes de inductor y v_{Ci} representan los voltajes de capacitor, siendo el voltaje del capacitor 2, el voltaje de salida del convertidor. Estas variables son medidas o disponibles para propósito de retroalimentación. R_{Ci} corresponde a la resistencia parasita de los capacitores, R_{Li} , corresponde a la resistencia parasita de los inductores y R_m es la resistencia de encendido del MOSFET, además V_{Di} es la caída de tensión en los diodos en su estado de conducción. Como se observa en el modelo, la no linealidad está presente en el producto de la matriz de entrada $B(x)$ por la señal del ciclo de trabajo $u(t)$.

Para obtener el modelo difuso TS (2),(3) del modelo del convertidor (6) se consideran i_{L1} , i_{L2} y v_{C1} como variables de premisa. Los universos de discurso de estas variables son $i_{L1} \in [M_{11} \ M_{12}]$, $i_{L2} \in [M_{21} \ M_{22}]$ y $v_{C1} \in [M_{31} \ M_{32}]$ donde $M_{11} = M_{21} = M_{31} = 0$, $M_{12} = M_{22} = 5$ y $M_{32} = 42$. Las funciones de pertenencia para cada variable son

$$\mu_{M_{11}}(i_{L1}) = \frac{M_{12} - i_{L1}}{M_{12} - M_{11}}, \quad \mu_{M_{12}}(i_{L1}) = 1 - \mu_{M_{11}}(i_{L1})$$

$$\mu_{M_{21}}(i_{L2}) = \frac{M_{22} - i_{L2}}{M_{22} - M_{21}}, \quad \mu_{M_{22}}(i_{L2}) = 1 - \mu_{M_{21}}(i_{L2})$$

$$\mu_{M_{31}}(v_{C1}) = \frac{M_{32} - v_{C1}}{M_{32} - M_{31}}, \quad \mu_{M_{32}}(v_{C1}) = 1 - \mu_{M_{31}}(v_{C1})$$

Por lo tanto, el modelo difuso contiene 8 reglas de la forma

R 1. Si i_{L1} es M_{11} y i_{L2} es M_{22} y v_{C1} es M_{31}

$$\text{Entonces } \dot{x} = Ax + B_1 u + D$$

R 2. Si i_{L1} es M_{11} y i_{L2} es M_{22} y v_{C1} es M_{32}

$$\text{Entonces } \dot{x} = Ax + B_2 u + D$$

R 3. Si i_{L1} es M_{11} y i_{L2} es M_{21} y v_{C1} es M_{31}

$$\text{Entonces } \dot{x} = Ax + B_3 u + D$$

R 4. Si i_{L1} es M_{11} y i_{L2} es M_{21} y v_{C1} es M_{32}

$$\text{Entonces } \dot{x} = Ax + B_4 u + D$$

R 5. Si i_{L1} es M_{12} y i_{L2} es M_{22} y v_{C1} es M_{31}

$$\text{Entonces } \dot{x} = Ax + B_5 u + D$$

R 6. Si i_{L1} es M_{12} y i_{L2} es M_{22} y v_{C1} es M_{32}

$$\text{Entonces } \dot{x} = Ax + B_6 u + D$$

R 7. Si i_{L1} es M_{12} y i_{L2} es M_{21} y v_{C1} es M_{31}

$$\text{Entonces } \dot{x} = Ax + B_7 u + D$$

R 8. Si i_{L1} es M_{12} y i_{L2} es M_{21} y v_{C1} es M_{32}

$$\text{Entonces } \dot{x} = Ax + B_8 u + D$$

Donde las matrices de entrada son

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1085 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1085 \\ 1200 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_3 = \begin{bmatrix} 1330 \\ -740 \\ -272730 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} 1330 \\ 466 \\ -272730 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_5 = \begin{bmatrix} 1085 \\ 277 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_6 = \begin{bmatrix} 1085 \\ 1477.7 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_7 = \begin{bmatrix} 1330 \\ -460 \\ -27273 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_8 = \begin{bmatrix} 1330 \\ 740 \\ -27273 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El modelo difuso TS del convertidor es

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^8 h_i (Ax + B_i u + D), \quad (7)$$

donde h_i se obtiene con la siguiente expresión

$$h_i = \frac{\omega_i}{\sum_{i=1}^8 \omega_i},$$

y cada ω_i está dada por

$$\omega_1 = \mu_{M_{11}} \mu_{M_{21}} \mu_{M_{31}}, \quad \omega_5 = \mu_{M_{12}} \mu_{M_{21}} \mu_{M_{31}},$$

$$\omega_2 = \mu_{M_{11}} \mu_{M_{21}} \mu_{M_{32}}, \quad \omega_6 = \mu_{M_{12}} \mu_{M_{21}} \mu_{M_{32}},$$

$$\omega_3 = \mu_{M_{11}} \mu_{M_{22}} \mu_{M_{31}}, \quad \omega_7 = \mu_{M_{12}} \mu_{M_{22}} \mu_{M_{31}},$$

$$\omega_4 = \mu_{M_{11}} \mu_{M_{22}} \mu_{M_{32}}, \quad \omega_8 = \mu_{M_{12}} \mu_{M_{22}} \mu_{M_{32}}.$$

La estabilidad del modelo se verifica al encontrar una matriz P positiva definida que satisface (5), la cual es dada por

$$P = \begin{bmatrix} 0.0080 & 0 & -0.0001 & 0 \\ 0 & 0.0045 & 0 & 0.0191 \\ -0.0001 & 0 & 1.4533 & 0 \\ 0 & 0.0191 & 0 & 0.1945 \end{bmatrix}.$$

IV. SIMULACIÓN DEL MODELO DIFUSO T-S DEL CONVERTIDOR CUADRÁTICO REDUCTOR

Para verificar la validez del modelo obtenido se realizaron simulaciones usando los parámetros listados en la Tabla I

Tabla 1 Parámetros del convertidor

Parámetro	parametro		
R	10 Ω	E	42 V.
R _{C1}	0.162 Ω	L ₁	40mH
R _{C2}	0.162 Ω	L ₂	35mH
R _{L1}	0.05 Ω	C ₁	220 μ F
R _{L2}	0.05 Ω	C ₂	470 μ F
R _m	0.27 Ω	V _{D1} = V _{D2} = V _{D3}	0.7 V.

Las simulaciones consistieron en obtener las respuestas del modelo difuso TS del convertidor en condiciones tales como señal-pequeña y señal-grande. El modelo difuso TS fue construido usando Simulink de Matlab. Además para aspectos de comparación se realizaron las simulaciones del convertidor cuadrático reductor usando el Toolbox Simpower System de Matlab. En el circuito se consideraron las mismas condiciones de elementos parásitos, así como las caídas de tensión en los elementos semiconductores. Los resultados son mostrados a continuación

A. Caso 1

En este caso se realizó la simulación del convertidor cuando está presente un cambio del ciclo de trabajo del $\pm 10\%$ sobre el valor nominal, esto es $u:0.5 \rightarrow 0.55$ y $u:0.5 \rightarrow 0.45$. Con este fin se estableció como condición nominal de $u=0.5$ resultando en los siguientes valores de corrientes de inductor y voltajes de capacitor: $i_{L1}=0.5250 A$, $i_{L2}=1.050 A$, $v_{C1}=21V$ y $v_{C2}=10.5V$. En la figura 3 (a), la respuesta de la corriente del inductor L₁ del modelo difuso propuesto se aproxima de forma muy cercana a la corriente del modelo conmutado. En la corriente del inductor L₂ (figura 3 (b)), las respuestas presentan una pequeña diferencia en el sobretiro, sin embargo este puede reducirse con el ajuste de las funciones de pertenencia. Las respuestas de los voltajes de los capacitores (figura 3 (c) y (d)) presentan un comportamiento idéntico entre el modelo TS y el modelo conmutado. Estos resultados muestran que el modelo difuso TS caracteriza de forma muy cercana el comportamiento del convertidor cuadrático reductor al menos en pequeñas variaciones sobre una condición nominal de operación. La respuesta del convertidor ante variaciones importantes en el ciclo de trabajo es mostrada a continuación.

B. Caso 2

La respuesta de un convertidor conmutado a grandes variaciones en el ciclo de trabajo se ve reflejada en un incremento de la región de operación y puede presentar comportamiento dinámico complejos. Por lo tanto, la obtención de un modelo que caracterice el comportamiento del convertidor bajo estas condiciones es una contribución importante. Usando el modelo difuso TS se realizaron simulaciones en donde se aplicó un cambio en ciclo de trabajo de $u:0.3 \rightarrow 0.8$, este cambio en el ciclo de trabajo emula el comportamiento en señal grande del modelo obtenido. Los resultados obtenidos son mostrados en la figura 4.

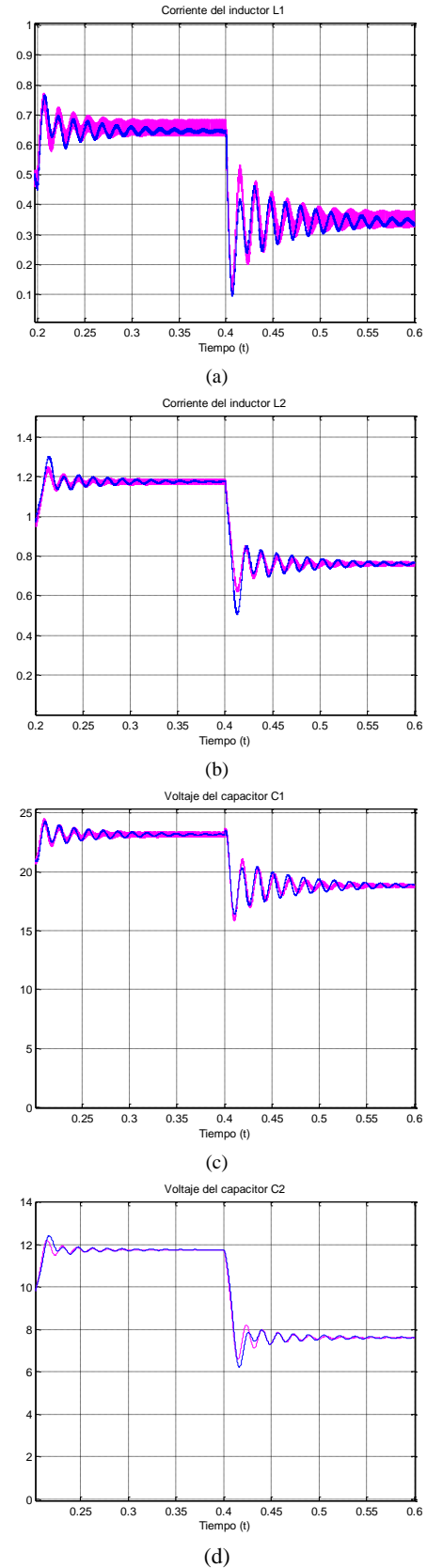


Fig. 3 Respuesta de un convertidor cuadrático reductor ante pequeñas variaciones del ciclo de trabajo. (a) Corriente de inductor L₁; (b) Corriente de inductor L₂; (c) Voltaje de capacitor C₁ y (d) Voltaje de capacitor C₂.

Como se observa en la figura 4, la respuesta del modelo difuso TS tiene un comportamiento muy cercano al modelo conmutado, principalmente las respuestas de los voltajes de los capacitores. En las corrientes de los inductores se presentan pequeñas diferencias principalmente en el sobretiro. Sin embargo es importante mencionar que en ambos modelos fueron incluidos los efectos de los elementos parásitos y la contribución de los elementos semiconductores teniendo con esto un modelo completo del convertidor.

V. CONCLUSIONES

Las características no lineales del convertidor cuadrático reductor resultan en un sistema complejo en donde el diseño de controladores es difícil debido a las características de fase no mínima y alto orden del modelo obtenido por métodos tradicionales. Este trabajo propone un modelo difuso TS del convertidor cuadrático reductor. Basado en las ecuaciones de estado del circuito del convertidor en el modo de operación en conducción continua. Los resultados de las simulaciones muestran que el modelo difuso T-S obtenido es bastante preciso para reproducir el comportamiento de pequeña señal, así como las respuestas de señal grande del convertidor. El modelo propuesto preserva las características reales del circuito, así como provee una alternativa para el modelado de este tipo de sistemas. Así, este modelo permitirá diseñar un controlador difuso PDC, además el uso de Desigualdades Matriciales Lineales (LMI) para el estudio de estabilidad formal. El diseño e implementación experimental de un prototipo se encuentra actualmente en proceso.

VI. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue apoyado por SEP - Conacyt (61375).

REFERENCIAS

- [1] J.A. Morales-Saldaña, J. Leyva-Ramos, E.E. Carbajal-Gutierrez and M.G. Ortiz Lopez M.G., Average Current-Mode Control Scheme for a Quadratic Buck Converter With a Single Switch, *IEEE Transaction on Power Electronics* (23); pp. 485-490, 2008.
- [2] X.L.Wei, K.M. Tsang and W.L. Chan, Non Linear PWM Control of Single Switch Quadratic Buck Converter using internal model, *IET Power Electronics* (2),5, pp.475-483, 2009.
- [3] Passino K.M. and Yurkovich S., *Fuzzy Control*, Reading MA: Adisson-Wesley 1997.
- [4] Takagi T and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", *IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics*, vol 15, No. 2 pp. 116-132. 1985
- [5] P. Korba, R. Babuska, H.B. Verbruggen, and P.M. Frank, *Fuzzy Gain Scheduling: Controller and Observer Design Based on Lyapunov Method and Convex Optimization*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems. Vol. 11, No. 3, June 2003.

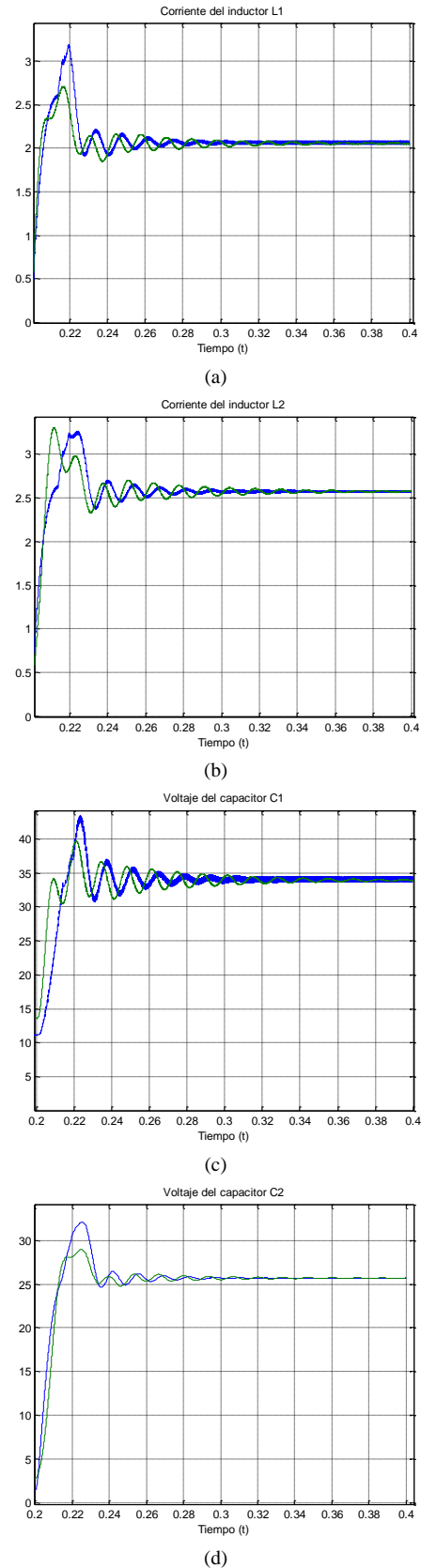


Fig. 4 Respuesta de un convertidor cuadrático reductor ante variaciones del ciclo de trabajo $u : 0.3 \rightarrow 0.8$. (a) Corriente de inductor L_1 ; (b) Corriente de inductor L_2 ; (c) Voltaje de capacitor C_1 y (d) Voltaje de capacitor C_2 .