

Diseño de un Generador de Residuos para la Detección e Identificación de Fallas

Miguel Ángel Hernández Pérez
Basilio del Muro Cuellar

Sección de Investigación y Posgrado-IPN ESIME Culhuacan
Santa Ana 1000, México, DF 04430

apocalipsis_mahp@hotmail.com
bdelmuro@ipn.mx

Teléfono: (52) 56-562058

Resumen—En este trabajo se propone un método sistemático para la construcción de un dispositivo de Detección e Identificación de Fallas en sistemas lineales e invariantes en el tiempo. La metodología está inspirada en la teoría del rechazo de perturbaciones por inyección estática de la salida. Se establecen las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de un dispositivo generador de residuos, basado en un esquema observador, capaz de Detectar e Identificar Fallas. Cabe mencionar que una de las principales ventajas del método propuesto es su simplicidad pues es de muy fácil cálculo e implementación. La eficacia de este método se valida en simulación para el caso de un sistema de tres tanques interconectados.

Palabras clave: Detección, Identificación, falla, subespacios invariantes, observador, inyección estática de la salida.

I. INTRODUCCIÓN

Los procesos industriales, son día a día más sofisticados y con mayores necesidades de seguridad y fiabilidad, requiriendo acciones de inspección, vigilancia y supervisión eficientes. Por consecuencia dichos procesos exigen métodos de detección e identificación de fallas, que no afecten su eficiencia en materia de producción y de seguridad. Esto representa un reto importante en el desarrollo de técnicas simples para la Detección e Identificación de Fallas (FDI por sus siglas en inglés Fault Detection and Identification) (Ridenour, 2004).

En general, una falla puede definirse como una desviación no permitida de al menos una propiedad, característica o parámetro del sistema con respecto a su condición usual, nominal o aceptable (Chiang, Russell y Bratz, 2001).

Durante la última década, diferentes autores han abordado el problema de detección e identificación de fallas en procesos industriales (Kabore, Othman y McKenna, 2000), (Kabore y Wang, 2001), utilizando diversos enfoques.

Entre las técnicas dedicadas a la detección de fallas tanto en sistemas lineales como no lineales, cabe destacar los trabajos que utilizan técnicas de desacoplo de fallas

propuesto por Hammouri (Hammouri y Kinnaert, 1999) y de Persis (Persis e Isidori, 2001), los cuales proporcionan condiciones para la detección y aislamiento basándose en la teoría de observabilidad del sistema. El trabajo presentado en (Kinnaert, 2003) se enfoca a una clase particular de sistemas bilineales, en el marco del diagnóstico por desacoplamiento exacto de las fallas. Alcorta y Frank (García y Frank, 1997) proponen métodos analíticos de detección de fallas utilizando observadores no lineales. Asimismo los trabajos mencionados anteriormente se basan en (Isidori, Krener, Gori y Monaco, 1981). El objetivo de este trabajo es proponer el diseño de un dispositivo de Detección de Fallas ante entrada desconocida en este caso en un sistema de tres tanques interconectados. El enfoque utilizado se basa en los trabajos teóricos propuestos (Basile y Marro, 1992) y (Wohnham, 1993) para el diseño de sistemas de generación de residuos desacoplados mediante el uso de observadores cuando se tiene acceso a todo el estado. Cabe mencionar que la contribución principal de esta metodología es facilitar la solución al problema FDI evitando la teoría del control geométrico, creando una envoltura que contenga siempre la falla, con ayuda de una matriz de estabilidad \mathcal{E} asegurando la Detección e Identificación de cada posible Falla.

Este trabajo está organizado como sigue. La sección II describe la formulación del problema, en la sección III, se darán a conocer algunos resultados anteriores que son base para la detección de fallas, en la sección IV, se presenta el resultado principal y aportación de este trabajo, en la sección V, se ejemplifica el resultado principal mediante un ejemplo y por ultimo en la sección VI se dan las conclusiones a las cuales se llego en este trabajo.

II. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Considere la siguiente clase de sistemas lineales invariantes en el tiempo continuo en espacio de estados

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + L_1q_1(t) + L_2q_2(t) + \dots + L_qq_q(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ z(t) = Ex(t) \end{cases} \quad (1)$$

Donde $x(\cdot) \in X \approx \mathbb{R}^n$ denota el estado $u(\cdot) \in U \approx \mathbb{R}^m$ la entrada de control; $q(\cdot) \in Q \approx \mathbb{R}^q$ la entrada de perturbación; y $y(\cdot) \in Y \approx \mathbb{R}^p$ la salida medible; y $z(\cdot) \in Z \approx \mathbb{R}^r$ la salida a controlar. $A : X \rightarrow X, B : U \rightarrow X, L : Q \rightarrow X, E : X \rightarrow Z$ y $C : X \rightarrow Y$ son aplicaciones lineales representadas en bases particulares por matrices reales constantes.

El problema de Detección e Identificación de Fallas (FDI): construir un dispositivo generador de residuos r_i , tales que el i -ésimo residuo sea sensible a la falla $q_i(t)$ e insensible ante toda falla $q_j(t)$, para $j = 1, 2, \dots, q$, con $j \neq i$, es decir, insensible ante la falla $\bar{q}_i(t) = \sum_{j=1, j \neq i}^q q_j(t)$.

III. RESULTADOS PRELIMINARES

En esta sección se recordaran algunos resultados básicos de la teoría de Control Geométrico. Por tratarse de nociones básicas se enunciarán aquí algunos preliminares sin demostración, pudiendo consultarse, por ejemplo, los mismos a detalle en las referencias ((Basile y Marro, 1992) y (Wohnham, 1993)), sea el sistema (A,L,E) descrito por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Lq(t) \\ z(t) &= Ex(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Si se deseara verificar si la salida $z(t)$ es insensible a la entrada $q(t)$, es decir que la relación entre la salida y la entrada de referencia sea cero.

$$\frac{Z(s)}{Q(s)} = 0 \quad (3)$$

La condición necesaria y suficiente en términos geométricos es equivalente a pedir la existencia de un subespacio \mathcal{T} contenedor de las trayectorias que se ubique entre $Im L$ y $ker E$, esto es,

$$Im L \subset \mathcal{T} \subset ker E \quad (4)$$

El subespacio \mathcal{T} debe poseer la propiedad de A -invariancia, es decir, $A\mathcal{T} \subset \mathcal{T}$.

A. Desacoplamiento de Perturbaciones por Retroalimentación Estática del Estado (DPRE)

Si estamos interesados en el DPRE, es decir, en el Desacoplamiento de la Perturbación $q(t)$ en la salida $z(t)$, se debe encontrar un mapeo $F : X \rightarrow U$ que logre que la salida $z(t)$ sea insensible a la entrada $q(t)$.

Usando una retroalimentación del estado $u(t) = -Fx$, se puede modificar la matriz A pasando a ser ahora $(A - BF)$. Se desea ahora buscar un subespacio \mathcal{V} con la “nueva” propiedad de invariancia, es decir tal que $(A - BF)\mathcal{V} \subset \mathcal{V}$, para alguna retroalimentación $F : X \rightarrow U$ y que se ubique entre $Im L$ y $ker E$. Tal subespacio $\mathcal{V} \subset X$ se define como un subespacio $(A - Im B)$ -invariante y puede demostrarse que cumple la relación $A\mathcal{V} \subset \mathcal{V} + Im B$.

Nótese que un subespacio $(A - Im B)$ -invariante, es simplemente un subespacio A -invariante para sistemas en lazo cerrado después de aplicar una retroalimentación de estados, es decir es un subespacio $(A - BF)$ -invariante.

Lemma 1: La condición necesaria y suficiente para lograr el rechazo de perturbaciones DPRE, es que exista un subespacio $\mathcal{V}(A - Im B)$ -invariante ubicado entre $Im L \subset ker E$, esto es,

$$Im L \subset \mathcal{V} \subset ker E \quad (5)$$

Si estas condiciones se mantienen, entonces existe una F vinculada a \mathcal{V} , es decir, $(A - BF)\mathcal{V} \subset \mathcal{V}$ tal que

$$\frac{Z(s)}{Q(s)} = E(sI - (A - BF))^{-1}L = 0 \quad (6)$$

B. El problema dual: Desacoplamiento de Perturbaciones por Inyección Estática de la Salida (DPIS)

Una manera alternativa a la retroalimentación del estado para lograr desacoplar la perturbación es considerar la inyección estática de la salida.

Si solamente se considera acceso a la salida $y(t)$, esta se puede inyectar al sistema a través de una ganancia G , es decir, podemos utilizar una matriz $G : U \rightarrow X$. El nuevo sistema queda ahora de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A - GC)x(t) + Lq(t) \\ z(t) &= Ex(t) \end{aligned} \quad (7)$$

Se modificó la matriz A pasando a ser ahora $(A - GC)$. Se desea ahora buscar un subespacio S con la “nueva” propiedad de invariancia, es decir tal que $(A - GC)S \subset S$, para alguna inyección $G : U \rightarrow X$ y que se ubique entre $Im L$ y $ker E$. Tal subespacio $S \subset X$ se define como un subespacio $(ker C - A)$ -invariante y puede demostrarse que cumple la relación $A(S \cap ker C) \subset ker C$. La familia de todos los mapeos $G : U \rightarrow X$ que satisfacen $A(S \cap ker C) \subset ker C$ para un subespacio S dado, se denota por $G \in \mathcal{G}(S)$.

Nótese que un subespacio $(ker C, A)$ -invariante, es simplemente un subespacio A -invariante para sistemas en lazo cerrado después de aplicar una inyección de la salida, es decir es un subespacio $(A - GC)$ -invariante.

Lemma 2: La condición necesaria y suficiente para lograr el rechazo de perturbaciones por Inyección Estática de la Salida es que exista un subespacio $S, (ker C - A)$ -invariante ubicado entre $Im L \subset ker E$, esto es,

$$Im L \subset S \subset ker E \quad (8)$$

Si esto se cumple, existe una G tal que

$$\frac{Z(s)}{Q(s)} = E(sI - (A - GC))^{-1}L = 0 \quad (9)$$

C. Reconstrucción de una Función del Estado ante entrada desconocida

Una diferente interpretación de la solución al DPIS es el problema de la reconstrucción de la función de estado $Z = Ex(t)$, ante una entrada $q(t)$ no accesible. Considere el esquema observador de la figura 1.

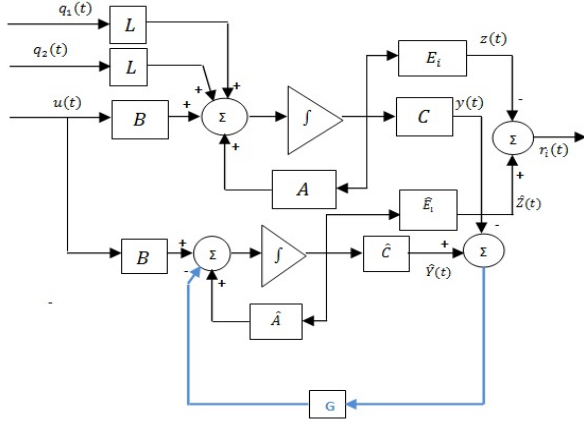


Figura 1. Esquema propuesto

Lemma 3: La condición necesaria y suficiente para la existencia de una matriz G tal que $\lim_{t \rightarrow \infty} [\hat{z}(t) - z(t)] = 0$ en el esquema observador de la figura 1 es que exista un subespacio S , $(ker C - A)$ -invariante ubicado entre $Im L \subset ker E$.

Nótese que es la misma condición del rechazo de perturbaciones por inyección de la salida, por lo que el resultado anterior puede reescribirse de la siguiente manera:

Lemma 4: Las siguientes condiciones son equivalentes

1. Existe un subespacio S , $(ker C - A)$ -invariante ubicado entre $Im L \subset ker E$
2. Existe una G tal que

$$\frac{Z(s)}{Q(s)} = E(sI - (A - GC))^{-1} L = 0$$

3. existe una matriz G tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\hat{z}(t) - z(t)] = 0 \quad (10)$$

IV. RESULTADOS PRINCIPALES

A. Generador de Residuos para Detección e Identificación de Fallas cuando el Estado es Accesible

A partir de las reflexiones anteriores, se dispone de una herramienta para resolver el problema de la detección e identificación de fallas. Considere el problema fundamental FDI.

Del lemma 3, sabemos como obtener una adecuada estimación de la señal $z_i(t)$ ante la entrada desconocida $\bar{q}_i(t) \sum_{j=1, j \neq i}^q q_j(t)$. en términos geométricos (del lemma 4), esto es equivalente a la existencia de S , $(ker C - A)$ -invariante ubicado entre $Im \bar{L}_i \subset ker E_i$ con $Im \bar{L}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^q Im L_j$. Si agregamos ahora la condición geométrica $Im \bar{L}_i \cap Im L_i = 0$, la señal $\hat{z}_i(t)$ será una correcta estimación ante la entrada desconocida $\bar{q}_i(t)$ y una incorrecta estimación ante la entrada $q_i(t)$, lo que permite enunciar el resultado principal de este trabajo sin necesidad de una demostración adicional.

Teorema 1: Sea el sistema (1), el problema FDI tiene solución si y solo si, las siguientes condiciones se cumplen

1. Existe un subespacio S , $(ker C - A)$ -invariante ubicado entre $Im \bar{L}_i \subset ker E_i$
2. $Im \bar{L}_i \cap Im L_i = 0$

Obsérvese que si se tiene acceso a todo el estado, la matriz C puede escogerse a voluntad haciendo que la propia imagen de $Im \bar{L}_i$ tenga la propiedad de invariancia requerida.

Para establecer las condiciones de existencia del observador (generador de residuos), cuando el estado es accesible y facilitar la solución al problema FDI evitando los tediosos cálculos vinculados a la teoría de Control Geométrico, se diseñó una metodología simple que permite asegurar la existencia del generador de residuos y realizar el cálculo del mismo de una manera sencilla para resolver el problema FDI.

Observación 1: La salida del sistema original y la salida del observador se restan para producir una señal conocida como residuo $r(t) = z(t) - \hat{z}(t)$, de tal manera que este residuo debe ser cero en ausencia de fallas, (el observador funcionando “bien” ante $\bar{q}_i(t)$) y diferente de cero cuando se presente la falla $q_i(t)$, (el observador funcionando “mal” ante $q_i(t)$), siempre y cuando $Im \bar{L}_i \cap Im L_i = 0$.

Corolario 1: Sea el sistema 1. Considere que el estado es accesible, es decir, $C = I$. La condición necesaria y suficiente para resolver el problema $Im \bar{L}_i \cap Im L_i = 0$

Demostración 1: Sea $C = I$. Bajo estas condiciones es fácil ver que siempre se puede calcular una matriz de ganancias G tal que $(A - GC)S \subset S$, con $S = Im \bar{L}_i$. Por ejemplo, $A - GC = -I_{\mathcal{E}}$, donde $I_{\mathcal{E}}$ es una matriz diagonal con valores propios estables. Por lo tanto, la matriz G es

$$G = A + I_{\mathcal{E}}, \quad (11)$$

Es claro entonces que del Teorema 1, la condición necesaria y suficiente es simplemente $Im \bar{L}_i \cap Im L_i = 0$

V. EJEMPLO

La aplicación en el presente trabajo está basada en un sistema de tres tanques interconectados como el que se muestra en la figura 2 y está formado por tres tanques de almacenamiento de líquido, una electro-válvula a la salida para el control del flujo del líquido y una bomba de suministro constante de líquido a la entrada.

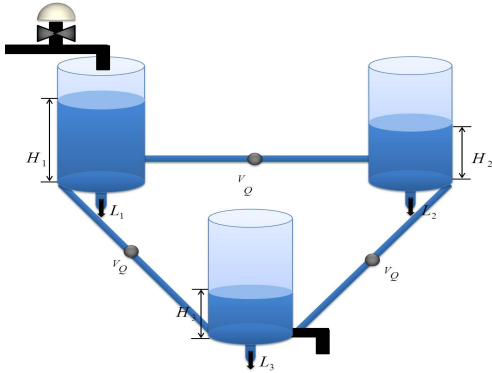


Figura 2. Sistema de 3 tanques interconectados

Para obtener el modelo matemático del sistema se tomara en cuenta 3 aspectos importantes

$$V_Q = \text{velocidad de flujo del líquido, } m^3/\text{seg}$$

$$K = \text{coeficiente de flujo de salida}$$

$$H = \text{altura}$$

Con frecuencia los procesos industriales implican flujo de líquidos a través de tubos y tanques conectados. El flujo en tales procesos resulta a menudo turbulento. Los sistemas que contienen flujo turbulento se presentan a menudo mediante ecuaciones diferenciales no lineales, sin embargo si la región de operación está limitada, tales ecuaciones diferenciales no lineales se pueden linealizar. En este artículo se trabajara con el modelo real matemático linealizado del sistema de nivel de líquido.

Por lo tanto se diseñara un dispositivo para FDI, a partir de su modelo matemático en espacio de estados de la figura 2.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{C_3 R_3} - \frac{1}{C_3 R_2} - \frac{1}{C_3 R_1} & \frac{1}{C_2 R_2} - \frac{1}{C_2 R_1} & \frac{1}{C_3 R_1} \\ \frac{-1}{C_3 R_2} + \frac{1}{C_3 R_2} & \frac{-1}{C_2 R_1} - \frac{1}{C_2 R_2} & \frac{1}{C_1 R_1} \\ \frac{1}{C_3 R_1} & \frac{-1}{C_2 R_1} & \frac{-1}{C_1 R_1} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} q_1(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} q_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} q_3(t)$$

Donde

$$R = \frac{\text{cambio en la diferencia de nivel, } m}{\text{cambio en la velocidad de flujo, } m^3/\text{segundo}}$$

La resistencia del flujo turbulento considerando que la velocidad del flujo está en estado estable es

$$R_\tau = \frac{2 * H}{V_Q}$$

Y

$$C = \frac{\text{cambio en el liquido almacenado, } m^3}{\text{cambio en la altura, } m}$$

Los valores reales para nuestro problema a tratar del sistema de tres tanques interconectados es el siguiente:

$$V_Q = 0.000004 \text{ } m^3/\text{seg}$$

$$C = 0.0052 \text{ } m^2$$

$$H_1 = 0.144 \text{ } m \quad H_2 = 0.13 \text{ } m \quad H_3 = 0.116 \text{ } m$$

Por lo tanto

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -0.0089 & 0.00028 & 0.0026 \\ 0.00028 & -0.0056 & 0.0026 \\ 0.0026 & 0.0026 & -0.0026 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} q_1(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} q_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} q_3(t)$$

Del teorema 1, y como primera condición para que exista un esquema observador para FDI, se debe de cumplir que

$$Im L_i \cap Im \bar{L}_i = 0$$

Para detectar la primera falla la condición se cumple

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

Así como para la segunda y tercera falla respectivamente, se cumple la condición

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

Verificando que la condición anterior se cumple, es fácil comprobar que el subespacio $\bar{L}_i = Im \bar{L}_i$ y es en sí mismo un subespacio $(Im \bar{L}_i)$ -invariante y es obvio entonces que $Im \bar{L}_i = S_{ker C, \bar{L}_i}$, por lo tanto se satisface la condición para la existencia de un observador para $z_i(t)$.

$$S_{ker C, \bar{L}_i} = ker E = Im \bar{L}_i$$

Por lo tanto

$$Im \bar{L}_i \subset S_{ker C, \bar{L}_i} \subset ker E$$

De la condición del teorema 1 y con las anteriores igualdades, basta encontrar una matriz E_i tal que $ker E_i = Im \bar{L}_i$.

Para el sistema de tres tanques interconectados con tres fallas las matrices E para FDI quedan de la siguiente forma

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Y

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cumpléndose estas condiciones se dice que si existe un esquema observador capaz detectar e identificar fallas, y se aplica una inyección de la salida para lograr $Z(s)/Q(s)$ y así poder detectar la falla, encontrando la matriz de ganancia G que reubique los polos en las posiciones correctas para el adecuado funcionamiento del esquema propuesto.

La matriz de estabilidad propuesta es

$$I_{\mathcal{E}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$G = A + I_{\mathcal{E}}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0,9991 & 0,0002 & 0,0026 \\ 0,0002 & 0,9943 & 0,0026 \\ 0,0026 & 0,0026 & 0,9973 \end{bmatrix}$$

Con esta ganancia se garantiza que $\lim_{t \rightarrow \infty} [\hat{z}(t) - z(t)] = 0$.

Este dispositivo propuesto en este trabajo es capaz de detectar e identificar correctamente la falla $q_1(t)$ ante las fallas $q_2(t)$ y $q_3(t)$, para el primer caso, cuando la falla entra a los 10 segundos como se muestra en la figura 3.

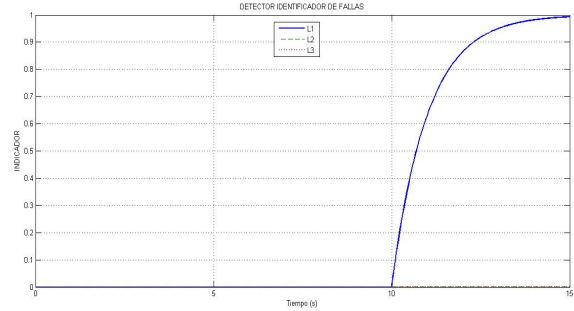


Figura 3. Indicador sensible a $Lq_1(t)$ e insensible a $q_2(t)$ y $q_3(t)$

Para la segunda entrada de perturbación, el esquema propuesto funciona tal que el dispositivo es sensible a $q_2(t)$ e insensible ante $q_1(t)$ y $q_3(t)$, cuando la falla entra a los 20 segundos, como se muestra en la figura 4.

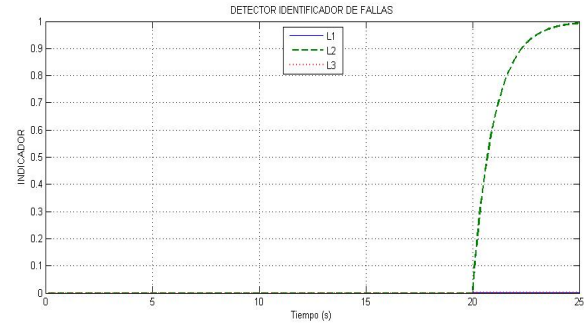


Figura 4. Indicador sensible a $Lq_2(t)$ e insensible a $q_1(t)$ y $q_3(t)$

Para la última entrada de perturbación, el banco de filtros funciona tal que el dispositivo es sensible a $q_3(t)$ e insensible ante $q_1(t)$ y $q_2(t)$, cuando la falla se presenta a las 30 segundos, como se muestra en la figura 5.

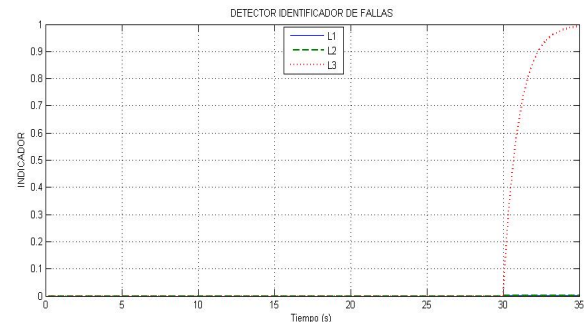


Figura 5. Indicador sensible a $Lq_3(t)$ e insensible a $q_1(t)$ y $q_2(t)$

Todo sistema físico sin excepción está sujeto a cambios en sus parámetros y a condiciones iniciales diferentes de cero, los cuales modifican el comportamiento para el cual fueron diseñados. Estos cambios pueden ser debidos a efectos de la temperatura, desgastes ocasionados por la fricción, el envejecimiento de los componentes, etc. Una de las ventajas que ofrece esta metodología para la FDI es que responde bien ante variaciones paramétricas y condiciones iniciales como se muestra en las siguientes simulaciones numéricas.

Para el primer caso, cuando la falla $q_1(t)$ entra a los 10 segundos.

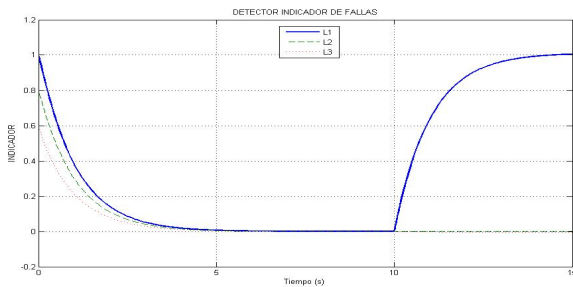


Figura 6. Indicador sensible a $Lq_1(t)$ e insensible a $q_2(t)$ y $q_3(t)$

Para el segundo caso, cuando la falla $q_2(t)$ entra a los 20 segundos

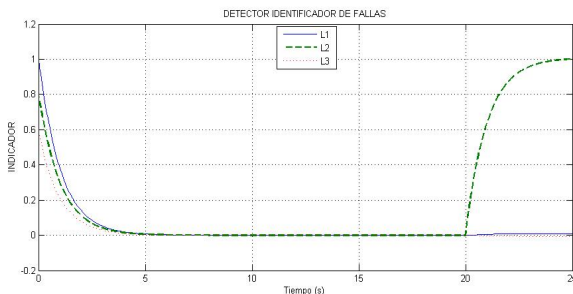


Figura 7. Indicador sensible a $Lq_2(t)$ e insensible a $q_1(t)$ y $q_3(t)$

Para el tercer caso, cuando la falla $q_3(t)$ entra a los 30 segundos

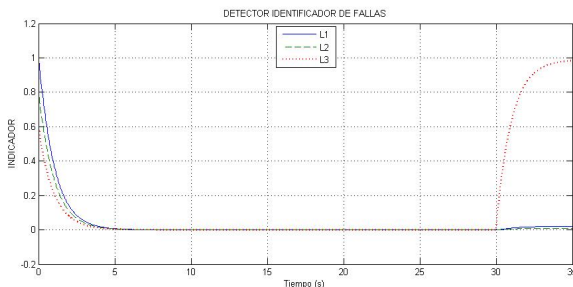


Figura 8. Indicador sensible a $Lq_3(t)$ e insensible a $q_1(t)$ y $q_2(t)$

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentan las condiciones necesarias y suficientes para resolver el problema FDI cuando el estado es accesible. Si bien la metodología propuesta está basada en la teoría de control geométrico, su aplicación no requiere de sofisticados cálculos siendo de fácil implementación. El resultado principal hace uso de una novedosa aplicación de la teoría de observadores asintóticos ante entradas no accesibles. Se emplea como ejemplo de aplicación un sistema de tres tanques interconectados y de acuerdo con los resultados obtenidos en las simulaciones se ilustra que el método propuesto puede ser utilizado fácilmente, ya que se logra evitar parte del cálculo que de la teoría de control geométrico. Una de las principales ventajas del método propuesto es que los observadores utilizados como generadores de residuos son fáciles de implementar y su calibración es sencilla dado que el esfuerzo de cómputo requerido es muy bajo y por consiguiente puede ser llevado fácilmente a una aplicación real en línea en trabajos posteriores.

REFERENCIAS

- Ridenour J. y Zak S. (2004) (2009). *Observer Based Fault Detection and Isolation, Technical Report Advancing Technology Through Collaboration, 2004.*
- Chiang, L. H., E. L. Russell y R. D. Braatz (2008). *Fault Detection and Diagnosis in Industrial Systems. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing, Springer-Verlag, London, (2001).*
- Kaboré P., Othman S., McKenna T. F. y Hammouri H. (2000). *Observer based fault diagnosis for a class of nonlinear systems applications to a free radical copolymerization reaction. Int. J. Control, Vol. 73, No. 9, pp. 787- 803.*
- Kaboré P. y H. Wang (2001) *Design of fault diagnosis filters and fault tolerant control for a class of nonlinear systems. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 46 No. 11, pp. 1805-1810.*
- Hammouri H., M. Kinnaert, E. H. El-Yaagoubi. (1999). *Observer-based approach to fault detection and isolation for nonlinear systems. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 44, 1999. pp. 1879-1884.*
- De Persis C. y A. Isidori(2001). *A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 46. 2001. pp. 853-865.*
- Kinnaert M. (2003). *Fault diagnosis based on analytical models for linear and nonlinear systems: a tutorial. 5^o IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS. Washington DC. USA. 2003. pp. 37-50.*
- García E. A. y P. Frank (1997). *Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis. Control Engineering Practice. Vol. 5. 1997. pp. 683-692.*
- Isidori A., C. Krener, C. Gori-Giorgi y S. Monaco (1981). *A geometric approach to synthesis of failure detection filters. IEEE Transaction on automatic Control. Vol. 26. 1981. pp. 331-345.*
- Basile G. y Marro (1992). *Controlled and Conditioned Invariant Subspaces in Linear System Theory. Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1992.*
- Wohnham W. M. (1993). *Linear Multivariable Control: A Geometric Approach, Third Edition, Springer Verlag, New York, USA, 1985. (ECC.93), Groningen, The Netherlands, pp. 1119-1124, 1993..*