

# Control de vibraciones en edificios con base en estimadores\*

Miguel Angel Garcia<sup>†</sup> y Luis Alvarez-Icaza<sup>‡</sup>  
Instituto de Ingeniería  
Universidad Nacional Autónoma de México  
04510 Coyoacán DF, México

**Resumen**— Se presenta un sistema de control de vibraciones en una estructura civil a través de un amortiguador magnetoreológico. Se diseña un observador adaptable con el cual se recuperan las señales de posición y velocidad en cada uno de los pisos de la estructura y se estiman los parámetros de la estructura y del amortiguador. Se diseña, además, una ley de control para el voltaje en el amortiguador. Se analiza la estabilidad conjunta del observador, estimador y controlador. Se presentan simulaciones numéricas para comprobar el efecto del controlador y observador adaptable que utilizan el registro sísmico de Santiago Chile, 1985.

**Palabras clave:** Control de vibraciones, amortiguadores semi-activos, estimación de estados y parámetros.

## I. INTRODUCCIÓN

Los amortiguadores magnetoreológicos (AMR) pueden modificar sus propiedades en tiempo real siendo un atractivo medio de protección de estructuras civiles. Un AMR consiste en un amortiguador el cual tiene un fluido magnetoreológico, un fluido aislante y un conjunto de partículas magnetizables como el hierro. Las partículas se ordenan como cadenas cuando se aplica un campo magnético aumentando proporcionalmente la fuerza del amortiguador. La desventaja de un AMR es su comportamiento no lineal, el cual debe abordarse con un modelo dinámico de fricción. Ejemplos de estructuras que cuentan con AMRs son los puentes “Dongting” en China, “Eiland” en Holanda y “Dubrovnik” en Croacia (Weber *et al.* 2006).

Para obtener la señal de control del AMR, se han propuesto esquemas de diseño basados en control óptimo (Fu *et al.* 1999), donde se logra atenuar hasta un 50 % las vibraciones de una estructura de seis pisos a través de cuatro AMRs ubicados en el primer y segundo piso. Un control basado en análisis de Lyapunov (Alvarez y Jimenez 2003) considera la dinámica del amortiguador como perturbación singular, al ser más rápida que la de una estructura, logrando reducir hasta un 80 % el efecto del sismo *El Centro* sobre una estructura de seis pisos. Un control propuesto por (Cornejo y Alvarez-Icaza 2006) consiste en obtener la ley de control a través de técnicas de pasividad como IDA o *interconnection and damping assignment* logrando atenuar

un 98 % el efecto del sismo de la ciudad de México sobre el primer piso de una estructura de tres.

Algunas otras técnicas de control sísmico son backstepping presentado por (Villamizar *et al.* 2005) donde muestran que los valores pico en la aceleración de los seis pisos de una estructura son menores que los obtenidos con técnicas de Lyapunov o pasivas. En 2006 (Furuki *et al.* 2006) proponen un esquema de control adaptable para una estructura de tres pisos, con la señal sísmica *El Centro* se obtiene una aceleración pico del tercer piso de  $3.2 [m/s^2]$  en comparación a una aceleración pico de  $4.9 [m/s^2]$  con un sistema pasivo.

A pesar de disponer de varias leyes de control, estas dependen de los estados y parámetros del sistema cuya medición requiere de sensores tal que aumenta la cantidad conforme el número de pisos de la estructura. Al respecto, algunos esquemas de control consideran conocidos los parámetros de la estructura y el amortiguador, pero su desempeño es limitado. La mayoría de los controladores requieren del conocimiento preciso de las posiciones, velocidades y los parámetros estructurales. Algunos ejemplos son el esquema de control basado en el análisis de Lyapunov (Alvarez y Jimenez 2003) y el esquema adaptable (Cetin *et al.* 2009) entre otros.

(Alvarez y Jimenez 2002) proponen un esquema adaptable de identificación de parámetros del sistema estructura-amortiguador obteniendo las frecuencias fundamentales de una estructura de tres pisos. De igual manera se demuestra que en una estructura de seis se pueden obtener las primeras frecuencias con un modelo reducido, utilizando una menor cantidad de mediciones, lo cual representa un ahorro en términos de instrumentación y procesamiento de datos. En 2006 los mismos autores proponen un sistema que estima tanto los estados como los parámetros del sistema.

En este trabajo se conjunta un estimador de estados y de parámetros así como un controlador basados en el trabajo anterior de (Alvarez y Jimenez 2003). La principal contribución es analizar la estabilidad en lazo cerrado del conjunto observador-estimador-controlador, dado que en un sistema no lineal no se cumple el principio de separación. Para verificar los resultados del análisis, se realizan simulaciones con una estructura de cinco pisos y un AMR entre su base y el primer piso, sujeta a la excitación de un sismo.

\*Trabajo realizado bajo el patrocinio de los proyectos UNAM-PAPIIT IN108010 y CONACYT 103640.

<sup>†</sup>Estudiante de posgrado, imatrion@yahoo.com.mx

<sup>‡</sup>Investigador, alvar@pumas.iingen.unam.mx, Corresponsal.

## II. MODELO

El modelo del AMR se obtiene de (Alvarez y Jimenez 2002). Este modelo es de tipo no lineal debido a la fuerza de fricción interna del amortiguador. A diferencia de los modelos de fricción de Bouc-Wen, la cantidad de parámetros que describen la dinámica del AMR es menor, además de que las no linealidades se reducen siendo su análisis relativamente más fácil. Las ecuaciones de dinámica del AMR son

$$f = v_0 z v + v_1 m_1 \dot{z} + v_2 \dot{x}_1 \quad (1a)$$

$$\dot{z} = \dot{x}_1 - \mu(v) |\dot{x}_1| z \quad (1b)$$

$$\mu(v) = \frac{1}{m_1} (\rho_0 + \rho_1 v) > 0 \quad (1c)$$

donde  $v_0$  [ $N/(mV)$ ],  $v_1$  [ $1/s$ ],  $v_2$  [ $Ns/m$ ]  $\rho_0$  [ $kg/m$ ] y  $\rho_1$  [ $kg/(mV)$ ] son parámetros constantes. La función  $\mu(v)$  tiene una cota superior  $\mu_{max}$  para todo valor de la señal de voltaje  $v \in [0, v_{max}]$  donde  $v_{max}$  es el voltaje máximo aplicable al AMR. Cabe señalar que este modelo ya fue validado previamente en el trabajo de (Jimenez y Alvarez 2005).

La estructura civil se modela como un conjunto de masas-resortes-amortiguadores conectados en serie  $n$  veces como su número de pisos. Este modelo se representa de forma matricial incluyendo la fuerza del AMR

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx + Bf = -M\ddot{x}_g \quad (2)$$

donde

$$M_{n \times n} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix}$$

$$C_{n \times n} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_n \end{bmatrix}$$

$$K_{n \times n} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_n \end{bmatrix}$$

La matriz  $M$  tiene cada una de las masas de los  $n$  pisos de la estructura, las matrices  $K$  y  $C$  representan los factores de rigidez y amortiguamiento de la estructura mientras el término  $M\ddot{x}_g$  representa la fuerza ejercida por el sismo sobre ella. La acción del AMR está en la matriz  $B_{n \times 1} = [1, 0, \dots, 0]^T$ . El espacio de estados consiste en la posición  $x = [x_1, \dots, x_n]$ , velocidad  $\dot{x} = [\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n]$  y el estado  $z$  interno del AMR,  $\xi = [x, \dot{x}, z]^T$ . El modelo

de la estructura y amortiguador puede escribirse como

$$\dot{\xi} = A\xi + B_1\theta_x|\dot{x}_1|z + B_2\theta_y|\dot{x}_1|zv + \Pi\ddot{x}_g \quad (3a)$$

$$\psi = D\xi + b_1\theta_x|\dot{x}_1|z + b_2\theta_y|\dot{x}_1|zv \quad (3b)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} & 0 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C + C_p & 0 \\ 0^T & L & \beta \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ v_1 \\ 0_{n-1 \times 1} \\ -1 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} & 0_{n \times 1} \\ -\frac{1}{|\dot{x}_1|} & v_1 \\ 0_{n-1 \times 1} & 0_{n-1 \times 1} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ -l \\ 0 \end{bmatrix} \quad \theta_x = \begin{bmatrix} \frac{\rho_0}{m_1} \end{bmatrix} \quad \theta_y = \begin{bmatrix} \frac{v_0}{m_1} \\ \frac{\rho_1}{m_1} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -M^{-1}K & -M^{-1}(C + C_p) & 0_{n \times 1} \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} v_1 \\ 0_{n-1 \times 1} \end{bmatrix} \quad b_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{|\dot{x}_1|} & v_1 \\ 0_{n-1 \times 1} & 0_{n-1 \times 1} \end{bmatrix}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} -\frac{v_1 m_1 + v_2}{m_1} & 0_{1 \times n-1} \\ 0_{n-1 \times n} & \end{bmatrix}$$

donde  $\psi$  son las salidas de aceleración,  $l = [1, \dots, 1]_{n \times 1}^T$  y  $\beta$  es un valor que garantiza que  $A$  es Hurwitz. Los términos  $-\frac{1}{|\dot{x}_1|}$  en  $B_2$  y  $b_2$  no producen indeterminación pues se multiplican por  $|\dot{x}_1|$ . Las dimensiones de las matrices son  $A_{2n+1 \times 2n+1}$ ,  $B_{12n+1 \times 1}$ ,  $B_{22n+1 \times 2}$ ,  $\Pi_{2n+1 \times 1}$ ,  $D_{n \times 2n+1}$ ,  $b_{1n \times 1}$ ,  $b_{2n \times 2}$  y  $C_{pn \times n}$ . Este sistema se parametriza por medio de la siguiente ecuación

$$\psi_{n \times 1} = U\theta \quad (4)$$

donde la matriz  $U_{n \times 4n+1} = [U_k, U_c, U_z, U_f]$  está definida por

$$U_k = - \begin{bmatrix} f_1 & -f_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & f_2 & -f_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_n \end{bmatrix}$$

$$U_c = - \begin{bmatrix} \dot{f}_1 & -\dot{f}_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \dot{f}_2 & -\dot{f}_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{f}_n \end{bmatrix}$$

$$U_z = \begin{bmatrix} -zv \\ 0_{n-1} \end{bmatrix} \quad U_f = \begin{bmatrix} v_1|\dot{x}_1|z & v_1|\dot{x}_1|zv \\ 0_{n-1} & 0_{n-1} \end{bmatrix}$$

donde  $f_i = x_i - x_{i-1} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$ , mientras el conjunto de parámetros  $\theta_{4n+1 \times 1} = [\theta_k, \theta_c, \theta_z, \theta_f]$  se define como

$$\theta_k = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_2} & \frac{k_3}{m_2} & \frac{k_3}{m_3} & \cdots & \frac{k_n}{m_n} \end{bmatrix}^T$$

$$\theta_c = \begin{bmatrix} \frac{c_1 + v_1 m_1 + v_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} & \frac{c_3}{m_3} & \cdots & \frac{c_n}{m_n} \end{bmatrix}^T$$

$$\theta_z = \begin{bmatrix} \frac{v_0}{m_1} \\ \frac{\rho_1}{m_1} \end{bmatrix} \quad \theta_f = \begin{bmatrix} \frac{\rho_0}{m_1} \\ \frac{\rho_1}{m_1} \end{bmatrix}$$

### III. OBSERVADOR ADAPTABLE

El propósito de utilizar un observador adaptable es calcular las señales de posición y velocidad de cada uno de los  $n$  pisos de la estructura y obtener los valores de los parámetros tanto de la estructura como del AMR, a través de las señales de aceleración que se obtienen con acelerómetros colocados en cada piso de la estructura. El observador adaptable que se propone usa el algoritmo de mínimos cuadrados, y es:

$$\dot{\hat{\xi}} = \hat{A}\hat{\xi} + B\hat{\theta}_n|\dot{\hat{x}}_1|\hat{z} + \Pi\ddot{x}_g + J\tilde{\psi} + g \quad (5a)$$

$$\dot{\hat{\psi}} = \hat{D}\hat{\xi} + b\hat{\theta}_n|\dot{\hat{x}}_1|\hat{z} = \hat{U}\hat{\theta} \quad (5b)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \frac{1}{\phi^2}\Upsilon\hat{U}^T\tilde{\psi}, \Upsilon = \Upsilon^T > 0 \quad (5c)$$

$$\dot{\Upsilon} = -\frac{1}{\phi^2}\Upsilon\hat{U}^T\hat{U}\Upsilon, \Upsilon(0) = \Upsilon_0 > 0 \quad (5d)$$

donde el símbolo  $\hat{*}$  representa el valor estimado de la señal  $*$ . La variable  $g$  es una función de sintonización, las matrices  $B$  y  $b$  son la composición  $B = [B_1, B_2]$  y  $b = [b_1, b_2]$  mientras  $\theta_n = [\theta_x, \theta_y^T]^T$ . Las matrices estimadas  $\hat{A}$  y  $\hat{D}$  se construyen con los parámetros estimados  $\hat{\theta}$ . La matriz  $J_{2n+1 \times n}$  es la matriz de ganancia del observador. La matriz  $\Upsilon_{4n+1 \times 4n+1}$  es la matriz de covarianza de la ley de adaptación de los parámetros tal como en el algoritmo de mínimos cuadrados. El ajuste del observador se da en términos el error en la salida de las aceleraciones. El término de normalización  $\phi^2$  garantiza que los parámetros permanecen acotados.

### IV. CONTROLADOR

El controlador se obtiene al proponer la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}\xi^T P \xi \quad (6)$$

cuya derivada evaluada en la dinámica del sistema es

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}\xi^T Q_1 \xi + \xi^T P [B_1 \theta_x |\dot{\hat{x}}_1| z + B_2 \theta_y |\dot{\hat{x}}_1| z v + \Pi \ddot{x}_g] \quad (7)$$

siendo  $PB_2\theta_y|\dot{\hat{x}}_1|z$  el único término donde la señal  $v$  actúa, el control se diseña de la siguiente forma

$$v = \begin{cases} 0, & \text{si } \xi^T PB_2\theta_y|\dot{\hat{x}}_1|z \geq 0 \\ v_{max}, & \text{si } \xi^T PB_2\theta_y|\dot{\hat{x}}_1|z < 0 \end{cases} \quad (8)$$

Esto implica que  $PB_2\theta_y|\dot{\hat{x}}_1|z$  solo afecta la derivada de  $V$  al ser negativo. Una forma de disminuir el efecto *chattering* es aproximar la señal de control por medio de una función de saturación tal que

$$v = \text{sat}(-\alpha_1 \xi^T PB_2\theta_y|\dot{\hat{x}}_1|z) \quad \alpha_1 > 0 \quad (9)$$

donde la función saturación se define como

$$\text{sat}(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 0 \\ x, & \text{si } 0 < x < v_{max} \\ v_{max}, & \text{si } x \geq v_{max} \end{cases} \quad (10)$$

y  $\alpha_1$  es la ganancia del controlador.

### V. ESTABILIDAD EN LAZO CERRADO

Para demostrar estabilidad del sistema se escribió el controlador en término de los estados y parámetros estimados y se realizó un análisis de Lyapunov proponiendo como función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}\xi^T P \xi + \frac{1}{2}\tilde{\xi}^T S \tilde{\xi} + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \Upsilon^{-1} \tilde{\theta} \quad (11)$$

donde  $\tilde{\xi} = \xi - \hat{\xi}$  es el error de estimación en los estados y  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$  es el error de estimación en los parámetros. Las matrices  $P$  y  $S$  son positivas definidas. Para demostrar que la derivada temporal de  $V$  es menor o igual a cero, se ordenaron los elementos de  $\dot{V}$  en aquellos que dependen del error de estimación ( $\dot{V}_{2,3}$ ) y aquellos que dependen de la señal de control ( $\dot{V}_4$ ), y los restantes ( $\dot{V}_1$ ). Al respecto, se logró demostrar que los términos de  $\dot{V}_4$  y  $\dot{V}_{2,3}$  son menores o iguales a cero mientras el término de  $\dot{V}_1$  sólo permite alcanzar estabilidad práctica que es cuando las trayectorias del sistema se mantienen sobre una región alrededor del punto de equilibrio (Khalil 1996).

Para  $\dot{V}_4$ , añadiendo la función de sintonización  $g = J_n \hat{B}_2 \hat{\theta}_y |\dot{\hat{x}}_1| \hat{z} v$ , los términos correspondientes son

$$\dot{V}_4 = \xi^T P B_2 \theta_y |\dot{\hat{x}}_1| z v + \tilde{\xi}^T S J_n B_2 \theta_y |\dot{\hat{x}}_1| z v$$

donde al sustituir la ley de control 9 se escribe como

$$\dot{V}_4 \leq -[\xi^T \tilde{\xi}^T] W [\xi^T \tilde{\xi}^T]^T$$

$$W = \begin{bmatrix} \lambda_1 P P & \lambda_2 S P \\ -\lambda_1 P P & -\lambda_2 S P \end{bmatrix} \alpha_1$$

con

$$\lambda_1 = \frac{\tilde{z}^2}{2m_1^2} [\rho_1 \hat{\rho}_1 |\dot{\hat{x}}_1| |\dot{\hat{x}}_1 - \dot{\hat{x}}_1| (1 + v_1^2) - \hat{v}_0 v_1 \rho_1 |\dot{\hat{x}}_1| - v_0 v_1 \hat{\rho}_1 |\dot{\hat{x}}_1 - \dot{\hat{x}}_1| + v_0 \hat{v}_0]$$

$$\lambda_2 = \lambda_1$$

$$-J_{n+1,1} (-\hat{v}_0 v_1 \rho_1 |\dot{\hat{x}}_1| - v_0 v_1 \hat{\rho}_1 |\dot{\hat{x}}_1| + v_0 \hat{v}_0 + \rho_1 \hat{\rho}_1 |\dot{\hat{x}}_1| |\dot{\hat{x}}_1| v_1^2)$$

donde  $\lambda_1$  es el autovalor único de  $B_2 \theta_y \hat{\theta}_y^T \hat{B}_2^T$  y  $\lambda_2$  el de  $J_n B_2 \theta_y \hat{\theta}_y^T \hat{B}_2^T$ ,  $J_n$  es una matriz cuadrada de  $2n + 1$  cuya columna  $n + 1$  corresponde a la primera columna de  $J$  con signo negativo y en el elemento  $n + 1, n + 1$  de  $J_n$  se suma uno, los elementos restantes son ceros.

Para determinar si  $\dot{V}_4 \leq 0$ , se puede comprobar con la factorización de Schur sobre la parte simétrica de  $W$  y agregando las matrices  $-Q_1$  y  $-Q_2$  soluciones, respectivamente, de  $PA + A^T P = -Q_1$  y  $S(A - JD) + (A - JD)^T = -Q_2$ , la matriz  $W$  se escribe como

$$W = U_s W_s U_s^T \alpha_1 \quad (12)$$

$$W_s = \begin{bmatrix} \lambda_1 \Delta_{pp} + Q_1 & \Delta_* \\ 0_{2n+1 \times 2n+1} & -\lambda_2 \Delta_{sp} + Q_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

donde  $U_s$  es una matriz unitaria  $U_s U_s^T = I$  y  $W_s$  una matriz triangular superior tal que  $\Delta_{pp}$  y  $\Delta_{sp}$  son, respectivamente, dos matrices triangulares en cuya diagonal están los valores característicos de  $PP$  y  $SP$ . De esta forma si se cumple lo

siguiente para  $q_1$  y  $q_2$ , los valores característicos menores de  $Q_1$  y  $Q_2$  y para la ganancia del controlador  $\alpha_1$

$$\alpha_1 \lambda_{1_{max}} \Delta_{pp_{i,i}} + q_1 \geq 0 \quad \forall i \in 1, \dots, 2n+1$$

$$\alpha_1 \lambda_{2_{max}} \Delta_{sp_{i,i}} + q_2 \geq 0 \quad \forall i \in 1, \dots, 2n+1$$

donde  $\lambda_{1_{max}}$  y  $\lambda_{2_{max}}$  son los autovalores máximos de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , los cuales se obtienen de los errores  $\tilde{\theta} \in [\tilde{\theta}_{min}, \tilde{\theta}_{max}]$  y  $\tilde{\xi} \in [\tilde{\xi}_{min}, \tilde{\xi}_{max}]$ , entonces se garantiza  $\dot{V}_4 \leq 0$ .

Los términos de  $\dot{V}_{2,3}$  corresponden a

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2,3} \leq & \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T [S(A - JD) + (A - JD)^T S] + \gamma \tilde{\xi}^T S S \tilde{\xi} \\ & - \frac{\varpi}{2\phi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} + \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T [S J_n F_1 + F_1^T J_n^T S] \tilde{\xi} \end{aligned}$$

donde  $F_1$  es una matriz que corresponde a el efecto de la dinámica del AMR,  $\gamma$  y  $\varpi$  son dos números reales positivos. Sobre estos términos se puede demostrar que

$$\begin{aligned} -\frac{\varpi}{2\phi^2} \tilde{\theta}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{\theta} & > \gamma S S + S J_n F_1 + F_1^T J_n^T S \\ \frac{1}{2} S(A - JD) + (A - JD)^T S & \leq 0 \end{aligned}$$

garantizando que  $\dot{V}_{2,3} \leq 0$

Finalmente los términos de  $\dot{V}_1$  muestran una estabilidad práctica sobre el punto de equilibrio el cual es cero en este caso. Estos términos a través de la norma Euclidiana de un vector  $x$ ,  $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$ , establecen la siguiente desigualdad

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{2} \xi^T Q_1 \xi + \xi^T P [B_1 \theta_x | \dot{x}_1 | z + B_2 \theta_y | \dot{x}_1 | z v + \Pi \ddot{x}_g]$$

donde  $B_2 \theta_y = [B_{21} \theta_{y_1}, B_{22} \theta_{y_2}]$ . De esta forma  $\dot{V}_1 \leq 0$  para

$$\forall \|\xi\| \geq \frac{\|PB_{21} \theta_{y_1}\| \|\dot{z} v\| + \|P \Pi\| \|\ddot{x}_g\|}{q_1/2 - (\|PB_1 \theta_x\| + \|PB_{22} \theta_{y_2}\|) v} \quad (14)$$

donde  $\dot{z}$  y  $\ddot{x}_g$  son los valores máximos de  $z$  y  $\ddot{x}_g$ .

El resultado del análisis de  $\dot{V}_1$ ,  $\dot{V}_{2,3}$  y  $\dot{V}_4$  indica una estabilidad práctica del punto de equilibrio manteniendo las trayectorias del sistema alrededor de una región próxima al origen. Si la región de convergencia dada en (14) es lo suficientemente cercana al origen se pueden atenuar las vibraciones en la estructura y si la excitación sísmica es lo suficientemente rica en frecuencias entonces se pueden estimar los parámetros de la estructura y del AMR.

## VI. SIMULACIONES

Para corroborar lo anterior, se realizó la simulación sobre una estructura de cinco pisos con los siguientes valores en masa, rigidez y amortiguamiento

$$\begin{aligned} m &= [98,3, 98,3, 98,4, 97,4, 92,5], [kg] \\ k &= [5,16, 4,48, 5,16, 5,78, 5,89] 10e5, [N/m] \\ c &= [120, 120, 127, 118, 125], [Ns/m] \end{aligned}$$

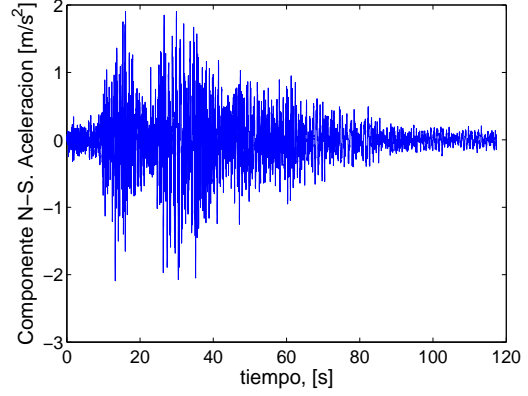


Figura 1. Componente N-S del sismo del 85 en Santiago Chile

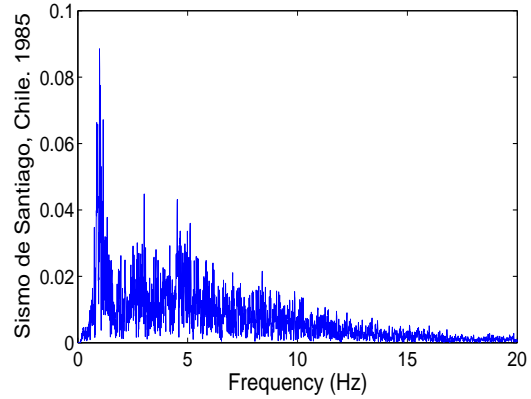


Figura 2. Espectro de frecuencia del sismo de Santiago, Chile.

equipada con un AMR cuyos parámetros corresponden a los valores  $v_0 = 1,059e6$ ,  $v_1 = 57,98$ ,  $v_2 = 2300$ ,  $\rho_0 = 3,12e5$  y  $\rho_1 = -4,50e4$ .

El AMR corresponde a un modelo de *Lord Corporation* cuya característica principal es que funciona con una fuente de 5[V] DC con corriente de 0 a 1[A] siendo la potencia máxima requerida de 5[W]. Este amortiguador da una fuerza de hasta 3 [kN]. La señal sísmica de excitación corresponde con el sismo ocurrido en Chile en 1985 que tuvo una magnitud de 7.8  $M_w$ , escala que da la energía total que es liberada por el sismo (Hanks y Kanamori 1979), y un espectro de frecuencias menores a los 10 Hz, (ver figuras 1 y 2).

La zona de estabilidad práctica es  $\|\xi\| < 0,1101$  sin acción de control y  $\|\xi\| < 8,03 \times 10^{-5}$  con acción de control, mientras la norma máxima de los estados es de 0.1515 en respuesta libre.

En las figuras 3 y 4 se muestra la posición del quinto piso de la estructura sin acción de control y con esta. Como puede observarse, el desplazamiento se reduce un 50% reduciendo significativamente el efecto del sismo.

La señal de voltaje generada, así como la fuerza del amortiguador se muestran en las figuras 5 y 6. El voltaje se obtiene al aproximar la señal de control con la función de

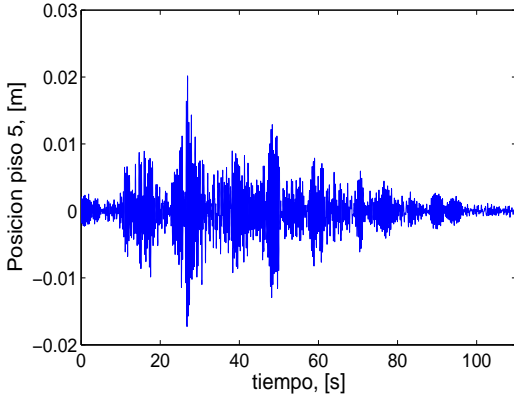


Figura 3. Posición del quinto piso libre

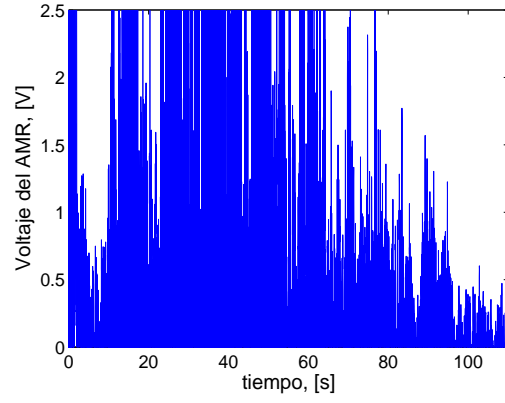


Figura 5. Voltaje del amortiguador

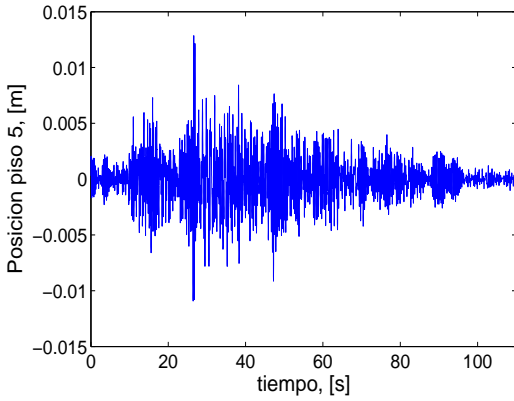


Figura 4. Posición del quinto con acción de control

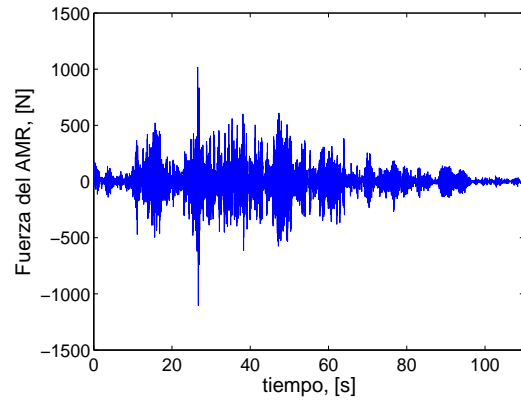


Figura 6. Fuerza del amortiguador

satutación reduciendo así el efecto *chattering*.

La fuerza máxima que aplicó el amortiguador fue de 1 [kN] lo cual representa una tercera parte de la fuerza máxima que puede proporcionar

En la estimación de la posición del quinto piso, figuras 7 y 8, se mantiene un error, el cual es de un orden de magnitud menor al de las señales a estimar, es decir, el error porcentual en la estimación es de un 10%. La norma de los  $2n + 1$  estados así como la norma de su error de estimación, se muestran en las figuras 9 y 10.

En la estimación de parámetros, por cuestión de espacio, se muestran únicamente los valores nominales y los valores estimados al finalizar el sismo. Los valores iniciales fueron los nominales con un error del 30% hacia arriba. Las unidades son:  $\theta_k[1/s^2]$ ,  $\theta_c[1/s]$ ,  $\theta_z[1/s^2]$  y  $\theta_f[1/m; 1/mV]$ .

$$\theta_k = [5,24, 4,55, 4,55, 5,24, 5,24, 5,87, 6,04, 6,36]e3$$

$$\hat{\theta}_k = [6,96, 3,77, 5,42, 7,47, 5,07, 6,47, 6,87, 9,09, 6,57]e3$$

$$\theta_c = [82,60, 1,22, 1,22, 1,29, 1,29, 1,19, 1,21, 1,28, 1,35]$$

$$\hat{\theta}_c = [101,86, 1,88, 1,50, 1,68, 1,76, 1,50, 1,63, 1,60, 1,74]$$

$$\theta_z = 1,07e4 \quad \theta_f = [31,7, -4,58]e2$$

$$\hat{\theta}_z = 1,07e4 \quad \hat{\theta}_f = [23,4, -4,07]e2$$

Las frecuencias fundamentales de la estructura si se lograron estimar con un error promedio del 10% tal como se muestra en la tabla I

## VII. CONCLUSIONES

Se diseñó un sistema de control y un observador para la atenuación de vibraciones en un edificio. El control muestra un desempeño aceptable al disminuir el desplazamiento en la estructura un 50% en comparación a su movimiento libre. El estimador de estados tiene un error constante pero acotado en un 10% sobre los valores reales de las señales de posición y velocidad. En cuanto a los parámetros del AMR se logró obtener sus valores cercanos a los reales. Los parámetros de la estructura no convergen a su valor real pero son lo suficientemente cercanos tal que se pueden obtener las primeras frecuencias de la estructura con un error del

TABLA I  
FRECUENCIAS REALES Y ESTIMADAS EN EL EDIFICIO

Frecuencias estimadas en Hz	Frecuencias reales en Hz
3,16	3,26
11,14	9,97
16,16	15,42
21,23	19,44
24,81	22,74

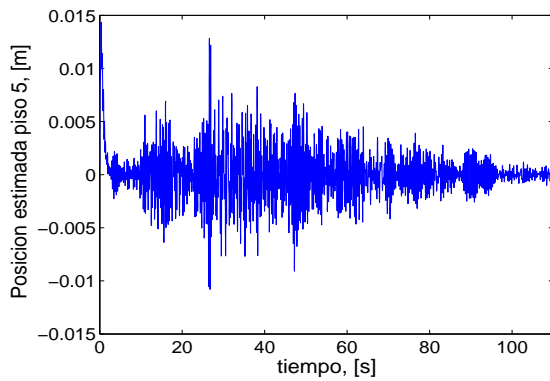


Figura 7. Posición estimada del quinto piso

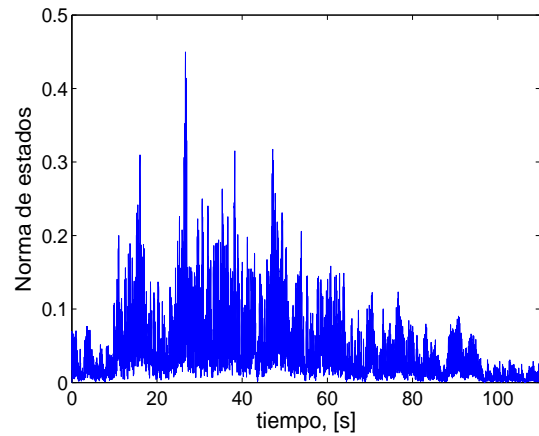


Figura 9. Norma de los estados

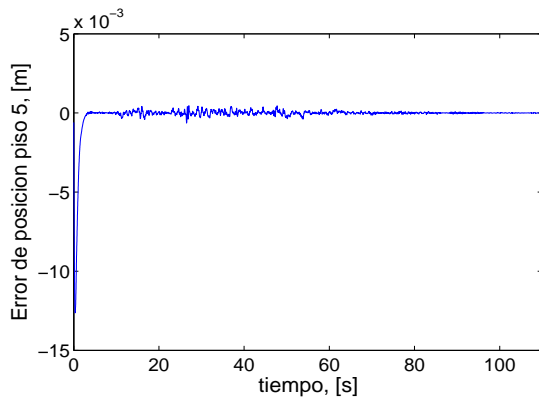


Figura 8. Error de estimación de posición del quinto piso

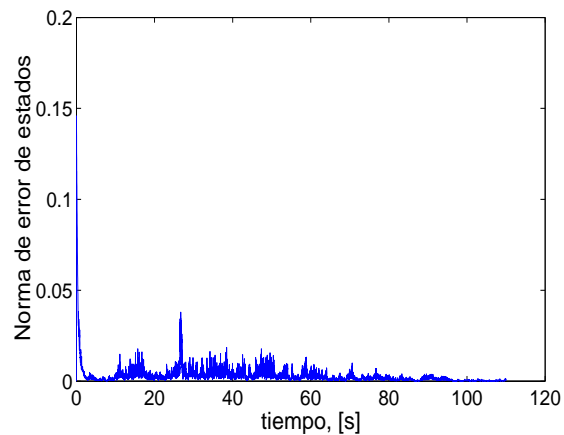


Figura 10. Norma de error de estimación de estados

10%. En el trabajo (García 2011) se pueden encontrar información más detallada sobre la demostración y sobre los resultados obtenidos.

#### REFERENCIAS

- Alvarez, L. y R. Jimenez (2002). Real-time identification of magnetorheological dampers. En: *Proceedings of the 2002 IFAC World Congress*. pp. 1513–1522.
- Alvarez, L. y R.C Jimenez (2003). Semi-active control of civil structures using magnetorheological dampers. En: *Proceedings of the 2003 American Control Conference*. Vol. 2. pp. 1428–1433.
- Cetin, S., E. Zergeroglu, S. Sivrioglu y I. Yuksek (2009). Adaptive control of structures with MR damper. En: *Proceeding of the 2009 IEEE Control Applications Conference (CCA) and Intelligent Control Conference (ISIC)*. pp. 60–65.
- Cornejo, C. y L. Alvarez-Icaza (2006). Vibration control of a building with magneto-rheological-dampers based on interconnection and damping assignment. En: *Proceedings of the 45 th IEEE Conference on Decision and Control*. pp. 6549–6554.
- Fu, Yi., S.J. Dyke, J.M. Caicedo y J.D. Carlson (1999). Seismic response control using smart dampers. En: *Proceedings of the 1999 American Control Conference*. Vol. 2. pp. 1022–1026.
- Furuki, S., T. Terasawa y A. Sano (2006). Adaptive isolation control for uncertain structure with MR damper: experimental studies. En: *Proceedings of the 2006 SICE-ICASE International Joint Conference*. pp. 3228–3233.
- García, M.A. (2011). Control de vibraciones en edificios con base en estimadores. Tesis de Maestría en Ingeniería Eléctrica, UNAM.
- Hanks, T. C. y H. Kanamori (1979). A moment magnitude scale. *Journal of Geophysical Research* **84**(B5), 2348–2350.
- Jimenez, R. y L. Alvarez (2005). Lugre friction model for a magnetorheological damper. *Journal of Structural Control and Health Monitoring* **12**(1), 91–116.
- Khalil, H. K (1996). *Nonlinear Systems. 2a ed.* Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall.
- Villamizar, R., Luo. Ningsu, S.J. Dyke y J. Vehi (2005). Experimental verification of a backstepping controller for magnetorheological MR dampers in structural control. En: *Proceedings of the 2005 IEEE International Symposium on Intelligent Control and Mediterranean Conference on Control and Automation*. pp. 316–321.
- Weber, F., G. Feltrin y O. Huth (2006). Guidelines for structural control. Reporte técnico . SAMCO Structural Assessment Monitoring and Control.