

La función coherencia como criterio de optimización para separación ciega de fuentes

J. R. Villavicencio, L.A. Márquez, Jq. Álvarez.

Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Carretera Ensenada-Tijuana No. 3918 Zona Playitas, Ensenada Baja California, México (e-mail: jvillavi@cicese.mx; lmarquez@cicese.mx; jqalvar@cicese.mx).

Resumen

El problema de separación ciega de fuentes ha sido de gran interés en diferentes áreas de la ciencia, debido al extenso campo de aplicaciones que tiene. Básicamente, el problema consiste en recuperar variables latentes desconocidas a partir de observaciones de datos creadas mediante combinaciones lineales también desconocidas. En este artículo se presenta una nueva metodología, basada en la función coherencia, para resolver este problema. Las propiedades de la función coherencia proveen la base para construir una función de costo que permite recuperar las variables latentes de una manera eficiente. El uso de la función coherencia permite obtener un esquema de separación basado en la varianza y la correlación de tiempo de las señales, lo que permite debilitar las restricciones de identificabilidad de las metodologías de separación ciega de fuentes basadas en estadísticas de segundo orden. Los resultados experimentales obtenidos muestran un desempeño de separación satisfactorio, en comparación con los niveles de eficiencia establecidos en la literatura.

1. INTRODUCCIÓN

El problema de separación ciega de fuentes (BSS) consiste en recuperar las variables latentes (fuentes originales) a partir de observaciones de vectores multidimensionales (vectores de combinaciones lineales), en donde se desconoce las ponderaciones de la combinación (canal) y no se posee información alguna sobre las fuentes originales. Desde que fue considerada por primera vez en 1982, durante el estudio de la decodificación de movimientos en vertebrados (Comon and Jutten [2010]), este problema ha sido de gran interés debido a que el campo de aplicaciones es extenso, yendo desde procesamiento de señales biomédicas (Jung et al. [1998]), (Chien et al. [2006]), (Pourazad et al. [2005]), hasta las finanzas (Hyvärinen and Oja [2000]).

Originalmente este método fue desarrollado para resolver el problema de la fiesta, el cual se describe a continuación. Imagine que está en un cuarto en donde dos personas charlan simultáneamente. Se tienen dos micrófonos, los cuales están en diferente posición. Los dos micrófonos proveen dos señales de tiempo $x_1(t)$ y $x_2(t)$, con amplitudes x_1 y x_2 respectivamente, y el índice de tiempo t . Cada una de estas grabaciones es una suma ponderada de las señales generadas por los dos locutores, los cuales llamaremos $s_1(t)$ y $s_2(t)$. Suponemos que la relación entre las fuentes s y las mediciones x están dadas de manera lineal,

$$\begin{aligned} x_1(t) &= a_{11}s_1(t) + a_{12}s_2(t) \\ x_2(t) &= a_{21}s_1(t) + a_{22}s_2(t) \end{aligned} \quad (1)$$

donde a_{11} , a_{12} , a_{21} , y a_{22} son parámetros que dependen de la distancia entre los micrófonos y los locutores. El

problema consiste en estimar las señales originales $s_1(t)$ y $s_2(t)$, usando solamente las señales observadas $x_1(t)$ y $x_2(t)$, sin tener información de las ponderaciones a_{ij} .

Una manera de ver cómo se ha llegado a resolver este problema es suponiendo que las variables latentes son estadísticamente mutuamente independientes. A partir de esta suposición, existen básicamente dos maneras de abordar el problema (Cardoso [2001]): la primera supone que las fuentes son variables temporalmente independientes idénticamente distribuidas (iid) pero no-gaussianas, lo cual nos lleva a usar estadísticas de alto orden (HOS). Algunos métodos basados en HOS son JADE (Cardoso and Souloumiac [1993]), INFOMAX (Bell and Sejnowski [1995]), FASTICA (Hyvarinen [1999]). La segunda supone que las fuentes son posiblemente gaussianas pero no temporalmente iid, lo cual solo requiere de estadísticas de segundo orden (SOS), y supone que las fuentes tienen cierta estructura temporal. Algunos métodos de SOS son AMUSE (Tong et al. [1991]), SOBI (Belouchrani et al. [1997]), SONS (Choi and Cichocki [2000]).

En general ambas metodologías se complementan. Los métodos HOS que buscan recuperar los componentes mediante la maximización de la no gaussianidad de los vectores, son ineficaces al tratar de recuperar componentes independientes con distribuciones gaussianas, al igual que es imposible para los métodos por estructura de tiempo SOS recuperar componentes iid. Por esta razón se recomienda contemplar el uso de varias metodologías ICA en la solución de un problema en particular.

En este trabajo, proponemos una nueva metodología de SOS para BSS basada en la función coherencia. La idea

principal de este método es que, suponiendo que las fuentes originales son mutuamente linealmente independientes con funciones de densidad espectral de potencia diferentes, las fuentes originales son recuperadas al minimizar la función de costo propuesta. Además, el uso de la función coherencia permite la separación de componentes Gaussianos iid, los cuales están restringidos en las metodologías BSS/ICA.

Este trabajo esta organizado de la siguiente manera. En la sección II se presentan el planteamiento del problema y una repaso a la función coherencia. En la sección III se establece una relación entre descorrelación y cero coherencia. Además, se presenta el criterio de optimización usado. En la sección IV se presenta la sección de experimentos. En la sección V se presentan conclusiones.

2. PRELIMINARES

2.1 Modelo BSS

En la estimación de fuentes originales por estructura de tiempo consideraremos señales de tiempo estacionarias con media cero $s_i(t) = 1, \dots, T$, donde t es el índice de tiempo. El modelo BSS se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t), \quad t = 1, 2, \dots \quad (2)$$

donde $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de observación, $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de las fuentes desconocidas (el cual $n \geq m$), $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ es una matriz desconocida de rango columna pleno que caracteriza al medio o canal. La identificación ciega consiste en identificar la matriz de combinaciones \mathbf{A} o su matriz de separación inversa $\mathbf{W} = \mathbf{A}$ de manera que se puedan estimar los fuentes originales $\mathbf{s}(t)$, dado un numero finito de datos $\mathbf{x}(t)$. En este problema ignoraremos los efectos del cualquier ruido que afecte a nuestro modelo. Durante el análisis de las siguientes secciones haremos las siguientes suposiciones:

- La matriz de combinaciones \mathbf{A} es de rango columna pleno m .
- Las fuentes originales $\mathbf{s}(t)$ son procesos estacionarios con matriz de covarianza no singular.
- Las fuentes originales $\mathbf{s}(t)$ están mutuamente descorrelacionadas teniendo funciones de autocorrelación diferentes.

La habilidad para estimar la matriz \mathbf{A} de las SOS reales del vector de observación se denomina identificabilidad (Tong et al. [1991]). \mathbf{A} y \mathbf{W} son identificables mediante las SOS de las observaciones si y solo si las correlaciones de todas las fuentes son mutuamente linealmente independientes.

2.2 Pre-procesamiento

Sin perder generalidad, podemos suponer que las combinaciones y los componentes independientes tiene media cero. Si este no es el caso, podemos pre-procesar los datos de tal manera que se satisfaga esta condición. Esto se realiza al remover la media de los datos. Esto significa que las observaciones, \mathbf{x}' , son pre-procesadas al realizar

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}' - \mathbf{E}\{\mathbf{x}'\} \quad (3)$$

antes de aplicar BSS.

El problema de BSS/ICA se reduce inmensamente si las observaciones son pre-blanqueadas. Un vector aleatorio de media cero $\mathbf{y} = (y_1 \dots y_m)^T$ se dice blanco si sus elementos y_i están descorrelacionados y su matriz de covarianza es la matriz identidad $\mathbf{E}\{\mathbf{y}\mathbf{y}^T\} = \mathbf{I}$. El problema de blanqueado consiste en encontrar una transformación lineal \mathbf{V} de tal manera que el vector \mathbf{y} , dado un vector aleatorio \mathbf{x} con m elementos sea blanco.

$$\mathbf{y} = \mathbf{V}\mathbf{x} \quad (4)$$

Sea $\mathbf{E}_{\mathbf{C}_x} = (e_1 \dots e_m)$ la matriz cuyas columnas son los eigenvectores de la matriz de covarianza $\mathbf{C}_x = \mathbf{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\}$. Ahora, sea $\mathbf{D}_{\mathbf{C}_x} = \text{diag}(d_1 \dots d_m)$ la matriz diagonal de los eigenvalores de \mathbf{C}_x . Entonces la transformación lineal de blanqueado esta dado por

$$\mathbf{V} = \mathbf{D}_{\mathbf{C}_x}^{-1/2} \mathbf{E}_{\mathbf{C}_x}^T \quad (5)$$

Ambas matrices pueden ser fácilmente calculadas a través del vector de observación \mathbf{x} .

2.3 Planteamiento del problema

Mediante la transformación \mathbf{V} siempre es posible descorrelacionar el vector de observación $\mathbf{x}(t)$. Sustituyendo la ecuación (2) en (4), tenemos

$$\mathbf{y}(t) = \underbrace{\mathbf{V}\mathbf{A}}_{\mathbf{VA}} \mathbf{s}(t) \quad (6)$$

Como \mathbf{VA} es una matriz ortogonal, finalmente, el problema se reduce a aplicar una transformación ortogonal \mathbf{R} de manera que $(\mathbf{RVA}) = \mathbf{I}$ (matriz identidad).

Es decir

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \underbrace{\mathbf{RVA}}_{\mathbf{RVA}} \mathbf{s}(t) \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{I}\mathbf{s}(t) \quad (8)$$

en donde $\hat{\mathbf{y}}$ es la estimación de los componentes independientes $\mathbf{s}(t)$. Finalmente

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{RV}\mathbf{x}(t) \quad (9)$$

2.4 Coherencia.

La coherencia es una función en el dominio de la frecuencia que indica el grado de correlación entre dos señales. Literalmente, la coherencia $\gamma_{yx}(f)$, es la densidad de potencia espectral cruzada entre dos procesos aleatorios, y y x , divididos por la raíz cuadrada del producto de sus autoespectros de potencia (Carter [1993]).

$$\gamma_{yx} = \frac{P_{yx}}{\sqrt{P_{yy}P_{xx}}} \quad (10)$$

La magnitud de coherencia cuadrada (MSC) ecuación (11), denotado por $\Gamma_{yx}(f)$, es una cantidad limitada entre cero y uno, $0 \leq \Gamma_{yx}(f) \leq 1$. De esta relación podemos decir que dos señales de tiempo son *coherentes* si la estimación

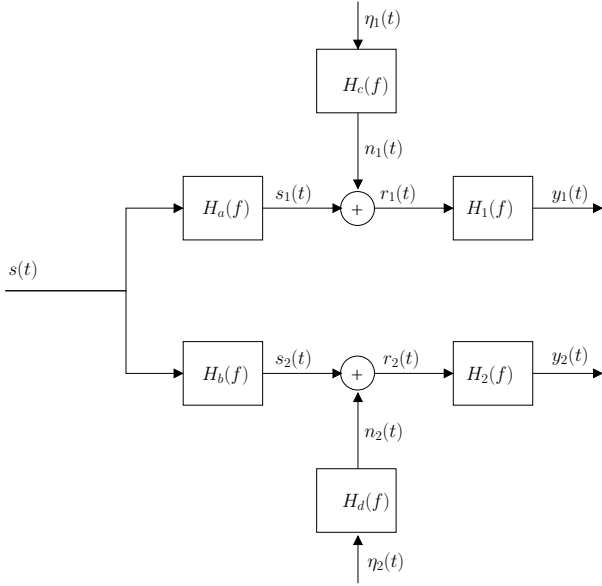


Figura 1. Configuración para examinar las propiedades de la MSC. Las señales $s(t)$, $\eta_1(t)$, y $\eta_2(t)$ son procesos aleatorios estacionarios mutuamente descorrelacionados

$\Gamma_{yx}(f) \approx 1$. Por el contrario, cuando $\Gamma_{yx}(f) \approx 0$ diremos que ambas señales son no coherentes.

$$|\gamma_{yx}(f)|^2 = \Gamma_{yx}(f) = \frac{|P_{yx}(f)|^2}{P_{yy}(f)P_{xx}(f)} \quad (11)$$

Algunas propiedades importantes de la función de coherencia se describen en (Foster and Guinzy [1967], Carter [1993]). Una de ellas es que guarda una estrecha relación con la *relación-síñal-a-ruido* (SNR). La coherencia ha sido comúnmente usada para obtener una estimación del SNR (Carter [1993]) en señales. Otra propiedad es que la coherencia es *invariante a las operaciones de filtrado lineal*. Es decir, la coherencia entre dos series de tiempo no es afectada si las señales fueron previamente filtradas.

Partiendo de la Figura 1 y siguiendo el mismo planteamiento que en (Carter et al. [1973]) llegamos a la ecuación (12)(página siguiente), de la cual podemos establecer lo siguiente:

- De la ecuación (12)(página siguiente) podemos ver que $|\gamma_{y_1 y_2}(f)|^2$ es independiente de $H_1(f)$ y $H_2(f)$, la MSC entre dos señales no es afectada por un filtrado lineal arbitrario de las señales.
- Si $\eta_1(t) = \eta_2(t) = 0$, entonces $|\gamma_{y_1 y_2}(f)|^2 = 1$. La MSC de dos señales entre las que existe una relación lineal es la unidad.
- Si $P_{\eta_1 \eta_1}(f) = P_{\eta_2 \eta_2}(f) = P_{\eta \eta}(f)$ y $H_a(f) = H_b(f) = H_c(f) = H_d(f) = 1$, entonces

$$|\gamma_{y_1 y_2}(f)|^2 = \frac{P_{ss}^2(f)}{[P_{ss}(f) + P_{\eta \eta}(f)]^2} \quad (13)$$

donde

$$\frac{P_{ss}(f)}{P_{\eta \eta}(f)} = \frac{|\gamma_{y_1 y_2}(f)|}{1 - |\gamma_{y_1 y_2}(f)|} \quad (14)$$

Esto nos indica que mediante la función coherencia podemos obtener el SNR. Sin embargo, la relación SNR no es la misma en todos los casos, ya que varía dependiendo de los parámetros establecidos en la Fig. 1.

Las estimación de la MSC se puede obtener mediante el algoritmo de Carter et al. [1973]. Este algoritmo calcula un promedio de autoespectros y espectros cruzados provenientes de segmentos de las series de tiempo originales. El número de segmentos y el porcentaje de traslape de los segmentos determinan la varianza y el bias de la estimación de la función coherencia (Benignus [1969], Carter [1993]). En esta metodología también se consideran el uso de ventanas espectrales, con el propósito de disminuir la fuga espectral (Carter [1993]). Finalmente se logra un compromiso entre una buena resolución espectral y estimaciones de la coherencia con varianza y bias pequeño.

3. METODOLOGÍA

3.1 Descorrelación mutua e incoherencia

Para mostrar que la función MSC provee un principio para separación ciega, primero debemos establecer una relación entre el modelo de estudio de la coherencia y el modelo de BSS. Posteriormente encontraremos la relación en donde descorrelación mutua implica coherencia mínima.

Nos limitaremos al caso de estudio de 2 fuentes en la señal coherencia. Primero supondremos que en la Figura 1, $\eta_1 = \eta_2 = \eta$. También supondremos que los bloques son ganancias. $H_a(f) = a$, $H_b(f) = b$, $H_c(f) = c$, $H_d(f) = d$, con a , b , c y d escalares. De esta manera tenemos que nuestro vector de observación $\mathbf{r}(t)$ es generado a través del siguiente modelo:

$$\begin{aligned} r_1(t) &= as(t) + c\eta(t) \\ r_2(t) &= bs(t) + d\eta(t) \end{aligned} \quad (15)$$

La MSC entre las observaciones $\mathbf{r}(t)$ del modelo de la ecuación (15) son estimadas por la ecuación (16) (página siguiente). Este modelo puede reescribirse en forma matricial $\mathbf{r} = \mathbf{A} [s \ \eta]^T$ donde $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$. Analizando esta ecuación podemos observar que si \mathbf{A} es una matriz diagonal, el vector de observación solo consiste de las fuentes originales sin combinar. La estimación de la MSC para este caso es $|\gamma_{r_1 r_2}|^2 = |\gamma_{y_1 y_2}(f)|^2 = 0$, esto indica que r_1 y r_2 son incoherentes. Este resultado provee el principio de separación para BSS por medio del uso de la función coherencia, ya que nos indica que la coherencia entre dos señales mutuamente descorrelacionadas (fuentes originales) es mínima. Finalmente, la coherencia entre componentes independiente será cero. Estadísticamente en la estimación de la función coherencia, para el caso de cero coherencia los resultados son robustos con respecto a la suposición de que las variables son gaussianas. Si uno de los procesos no es gaussiano las estadísticas de la coherencia se siguen manteniendo (Carter [1993]).

Un caso interesante aparece cuando las densidades espectrales de potencia de las fuentes son iguales $P_{ss}(f) =$

$$|\gamma_{y_1 y_2}(f)|^2 = |\gamma_{r_1 r_2}(f)|^2 = \frac{P_{ss}^2(f) |H_a(f) H_b^*(f)|^2}{\left[P_{ss}(f) |H_a(f)|^2 + P_{\eta_1 \eta_1} |H_c(f)|^2 \right] \left[P_{ss}(f) |H_b(f)|^2 + P_{\eta_2 \eta_2} |H_d(f)|^2 \right]} \quad (12)$$

$$|\gamma_{y_1 y_2}(f)|^2 = |\gamma_{r_1 r_2}(f)|^2 = \frac{(ab)^2 P_{ss}^2(f)}{\left[a^2 P_{ss}(f) + c^2 P_{\eta\eta}(f) \right] \left[b^2 P_{ss}(f) + d^2 P_{\eta\eta}(f) \right]} \quad (16)$$

$P_{\eta\eta}(f)$, entonces tenemos que la MSC se vuelve independiente de la frecuencia.

$$|\gamma_{y_1 y_2}(f)|^2 = |\gamma_{r_1 r_2}(f)|^2 = \frac{(ab)^2}{[a^2 + c^2][b^2 + d^2]} \quad (17)$$

En esta ocasión el estimado de la coherencia se vuelve dependiente de las varianzas de las fuentes originales (15). El resultado de la ecuación (17) y modelo (15), nos indica que es posible recuperar componentes independientes con espectros idénticos haciendo uso de las varianzas de los componentes. Hay que hacer notar que se tendrá que evitar la etapa de pre-blanqueo, ya que ésta eliminaría la información que pueda proporcionar la varianza de las observaciones, debido a que la transformación fija las magnitudes de las fuentes a varianza unitaria, $\mathbf{E}\{\mathbf{ss}^T\} = \mathbf{I}$.

3.2 Criterio de optimización

Podemos utilizar la función de coherencia para construir una función de costo. Si los componentes son independientes, entonces la MSC será cero en cada componente frecuencial f . El criterio que adoptamos es la suma de la magnitud de coherencia cuadrada

$$J(\theta) = \sum_{f=0}^{f_k} \left| \gamma_{\hat{y}_1(\theta) \hat{y}_2(\theta)} \right|^2 \quad (18)$$

donde $\gamma_{\hat{y}_1(\theta) \hat{y}_2(\theta)}$ es la función coherencia entre los vectores \hat{y}_1 y \hat{y}_2 del vector de observación transformado por \mathbf{R} , ecuación 9.

La transformación \mathbf{R} es una matriz de rotación y está en función de θ , donde θ es el ángulo de rotación comprendido entre $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. La naturaleza de la matriz \mathbf{R} ocasiona que $J(\theta)$ sea una función periódica con periodo $\pi/2$. De esta manera la ecuación (9) se vuelve

$$\hat{\mathbf{y}}(\theta) = \mathbf{R}(\theta) \mathbf{V} \mathbf{x}(t) \quad (19)$$

específicamente para el caso de dos componentes

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (20)$$

De esta manera podemos encontrar el argumento θ^* minimizador de $J(\theta)$, tal que $\hat{\mathbf{y}}(\theta^*)$ sea la estimación de los componentes independientes. En la Figura 3, se muestra la gráfica de la función $J(\theta)$ para el espacio de búsqueda $[0, \frac{\pi}{2}]$ de los componentes $\mathbf{s}(t)$. Además, como la matriz \mathbf{R} es ortogonal y de determinante uno el esquema de separación es simétrico.

Algoritmo 1 MSC-BSS

1. Remover la media de las observaciones, ecuación (3).
2. Aplicar la transformación de pre-blanqueo, ecuación (4).
3. Encontrar θ^* , minimizador de $J(\theta)$ vía un algoritmo heurístico (e.g. sección dorada).
4. Estimar las fuentes

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{R}(\theta^*) \mathbf{V} \mathbf{x}(t) \quad (21)$$

4. EXPERIMENTOS

En esta sección mostramos el estudio experimental realizado para evaluar el desempeño del algoritmo MSC-BSS en la estimación de dos fuentes. La función coherencia fue calculada vía el método de Welch con 50% de traslape entre segmentos. A cada segmento se aplicó una ventana de Hamming antes de calcular los espectros. El número de segmentos usados en la estimación de la coherencia será especificado en el cuadro de resultados. El método heurístico usado para encontrar el mínimo de la función $J(\theta)$ fue el método de la sección dorada.

4.1 Separación de señales estacionarias

En la evaluación del desempeño del algoritmo MSC-BSS se realizó un análisis Montecarlo con 100 experimentos en donde se utilizaron dos señales gaussianas iid. Para cumplir con la restricción de identificabilidad, una de las secuencias iid se pasó por un filtro butterworth de cuarto orden con frecuencia de corte normalizada de 0.5. En cada experimento se seleccionó la matriz \mathbf{A} de manera aleatoria para generar las combinaciones de las señales. Posteriormente se aplicó el algoritmo 1 para tener una estimación de la matriz inversa \mathbf{W} . En el cuadro 1 se muestra el resultado del análisis estadístico, muestra el índice PI obtenido con respecto al número de promediaciones usado en la función coherencia, n_d .

En la figura 3 se muestra la función $J(\theta)$ para el caso con $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\pi}{4}) & -\sin(\frac{\pi}{4}) \\ \sin(\frac{\pi}{4}) & \cos(\frac{\pi}{4}) \end{bmatrix}$, lo que equivale a una rotación $\pi/4$ contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

Para calificar el grado de separación de las señales se utiliza el índice de desempeño (PI) (Cichocki and Amari [2002]), ecuación (22)(página siguiente). Donde g_{ij} es el elemento (i, j) de la matriz del sistema global $\mathbf{G} = \mathbf{W} \mathbf{A}$ y $\max_j |g_{ij}|$ representa el valor máximo de los elementos del i -ésimo renglón de \mathbf{G} . $\max_j |g_{ji}|$ representa el valor máximo entre los elementos de la i -ésima columna de \mathbf{G} . Cuando la separación es perfecta el índice PI es cero. En la práctica un índice de desempeño alrededor de 10^{-2} proporciona un buen desempeño de separación (Cichocki and Amari [2002]).

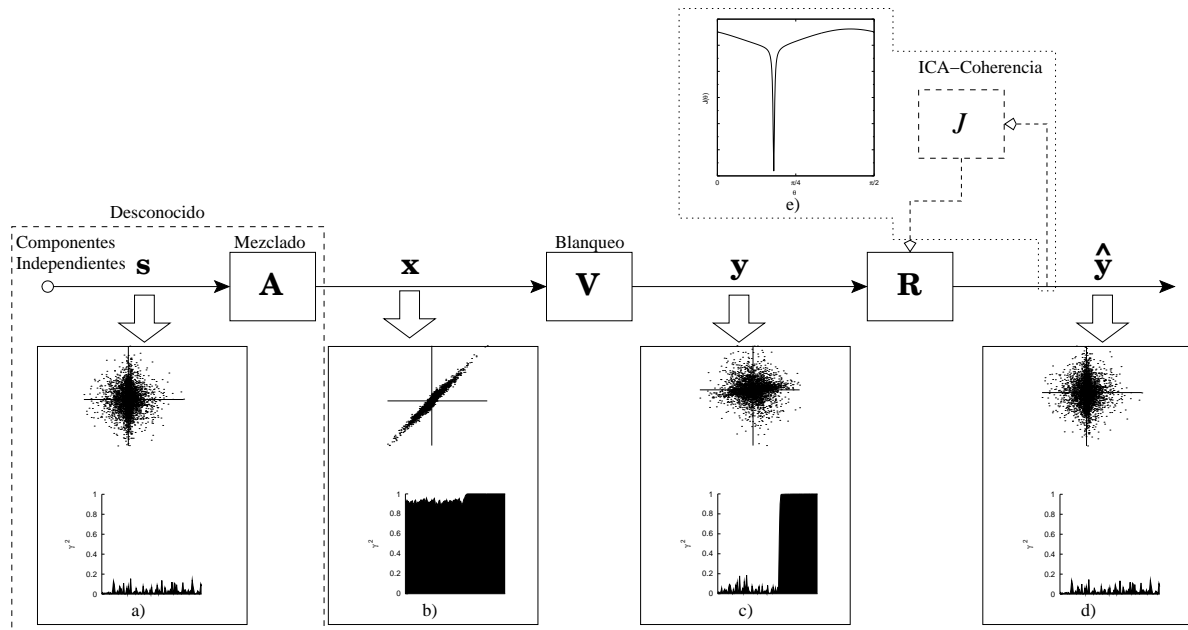


Figura 2. Esquema del problema de separación ciega de fuentes basado en la coherencia como criterio de optimización. Se muestra un diagrama de bloques general el cual ilustra el flujo de las transformaciones realizadas a las fuentes originales. Debajo de dichos vectores se encuentran sus distribuciones bidimensionales y el estimado de la MSC, respectivamente.

$$PI = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\sum_{k=1}^n \frac{|g_{ik}|}{\max_j |g_{ij}|} - 1 \right) + \left(\sum_{k=1}^n \frac{|g_{ki}|}{\max_j |g_{ji}|} - 1 \right) \right\} \quad (22)$$

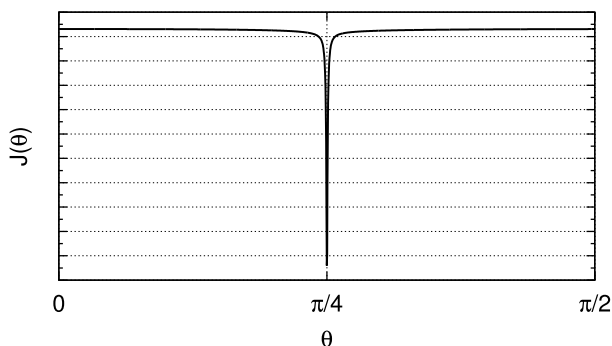


Figura 3. Función de optimización $J(\theta)$ para las variables aleatorias gaussianas \mathbf{s} con varianzas unitarias y funciones de densidad espectral diferentes. El mínimo de la función provee el ángulo por el cual debe ser rotado $\mathbf{R}(\theta)$ para recuperar los componentes independientes, $\theta = 45^\circ$

5. CONCLUSIONES

En este trabajo encontramos que la función de coherencia provee la información necesaria para encontrar el factor (rotación) ortogonal, el cual es indistinguible por las SOS, que permite la recuperación de los componentes independientes. La función de costo propuesta obtiene un buen desempeño en la separación de componentes independientes para el problema de BSS, tal como indica el índice PI obtenido en los experimentos. De la sección de experimentos podemos concluir que el bias y la varianza en

| n_d | μ_{PI} | σ_{PI} |
|-------|------------|----------------------|
| 4 | 0,0074 | $4,4 \times 10^{-4}$ |
| 8 | 0,0075 | $7,9 \times 10^{-5}$ |
| 16 | 0,0075 | $6,7 \times 10^{-6}$ |
| 32 | 0,0075 | $5,5 \times 10^{-6}$ |
| 64 | 0,0075 | $6,7 \times 10^{-5}$ |
| 128 | 0,0075 | $7,7 \times 10^{-6}$ |

Cuadro 1. Resultados del análisis Montecarlo para n_d número de promediaciones consideradas en la estimación de la MSC. μ y σ son la media y la desviación estándar del índice de desempeño PI. En todos los casos el índice de desempeño es menor a 10^{-2} .

la estimación de la función coherencia no influyen en la recuperación de los componentes independientes, debido a que no hubo una variación significativa en sus estimaciones. Por último, el uso de la función coherencia permite recuperar componentes Gaussianos iid si se usan las varianzas (energía) de las señales como base de la separación, recordemos que este tipo de señales están restringidas en los métodos BSS/ICA en general.

REFERENCIAS

- A.J. Bell and T.J. Sejnowski. Blind separation and blind deconvolution: an information-theoretic approach. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1995. ICASSP-95., 1995 International Conference on*, volume 5, pages 3415–3418 vol.5, may 1995. doi: 10.1109/ICASSP.1995.479719.

- A. Belouchrani, K. Abed-Meraim, J.-F. Cardoso, and E. Moulines. A blind source separation technique using second-order statistics. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 45(2):434–444, feb 1997. ISSN 1053-587X. doi: 10.1109/78.554307.
- V. Benignus. Estimation of the coherence spectrum and its confidence interval using the fast fourier transform. *Audio and Electroacoustics, IEEE Transactions on*, 17(2):145–150, jun 1969. ISSN 0018-9278. doi: 10.1109/TAU.1969.1162046.
- J.F. Cardoso. The three easy routes to independent component analysis; contrasts and geometry. In *Proc. ICA 2001*, dec 2001.
- J.F. Cardoso and A. Souloumiac. Blind beamforming for non-gaussian signals. *Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F*, 140(6):362–370, dec 1993. ISSN 0956-375X.
- G.C. Carter. *Coherence and time delay estimation an applied tutorial for research, development, test, and evaluation engineers*. IEEE Press, 1993.
- G.C. Carter, C. Knapp, and A. Nuttall. Estimation of the magnitude-squared coherence function via overlapped fast fourier transform processing. *Audio and Electroacoustics, IEEE Transactions on*, 21(4):337–344, aug 1973. ISSN 0018-9278. doi: 10.1109/TAU.1973.1162496.
- Jen-Chien Chien, Ming-Chuan Huang, Yue-Der Lin, and Fok ching Chong. A study of heart sound and lung sound separation by independent component analysis technique. In *Engineering in Medicine and Biology Society, 2006. EMBS '06. 28th Annual International Conference of the IEEE*, pages 5708–5711, 30 2006-sept. 3 2006. doi: 10.1109/IEMBS.2006.260223.
- S. Choi and A. Cichocki. Blind separation of nonstationary sources in noisy mixtures. *Electronics Letters*, 36(9):848–849, apr 2000. ISSN 0013-5194. doi: 10.1049/el:20000623.
- A. Cichocki and S. Amari. *Adaptive Blind Signal and Image Processing*, pages i–xxxii. John Wiley and Sons, Ltd, 2002. ISBN 9780470845899.
- P. Comon and C. Jutten. *Handbook of Blind Source Separation: Independent Component Analysis and Applications*. Academic Press, 1st edition, 2010. ISBN 0123747260, 9780123747266.
- M.R. Foster and N.J. Guinzy. The coefficient of coherence: its estimation and use in geophysical data processing. *Geophysics*, 32(4):602–616, 1967. doi: 10.1190/1.1439878.
- A. Hyvarinen. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis. *Neural Networks, IEEE Transactions on*, 10(3):626–634, may 1999. ISSN 1045-9227. doi: 10.1109/72.761722.
- A. Hyvärinen and E. Oja. *Independent component analysis: algorithms and applications.*, pages 441–443. Neural Network, 2000.
- T.-P. Jung, C. Humphries, T.-W. Lee, S. Makeig, M. J. McKeown, V. Iragui, and T. J. Sejnowski. Removing electroencephalographic artifacts: comparison between ica and pca. In *Neural Networks for Signal Processing VIII, 1998. Proceedings of the 1998 IEEE Signal Processing Society Workshop*, pages 63–72, aug-2 sep 1998. doi: 10.1109/NNSP.1998.710633.
- M.T. Pourazad, Z. Moussavi, F. Farahmand, and R.K. Ward. Heart sounds separation from lung sounds using independent component analysis. In *Engineering in Medicine and Biology Society, 2005. IEEE-EMBS 2005. 27th Annual International Conference of the*, pages 2736–2739, jan. 2005. doi: 10.1109/IEMBS.2005.1617037.
- L. Tong, R.-w. Liu, V.C. Soon, and Y.-F. Huang. Indeterminacy and identifiability of blind identification. *Circuits and Systems, IEEE Transactions on*, 38(5):499–509, may 1991. ISSN 0098-4094. doi: 10.1109/31.76486.