

# Modelo Híbrido de un Convertidor Multinivel y Estabilidad de su Estrategia de Balance de Tensión

F. Salinas y M. F. Escalante  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica-UANL  
Ciudad Universitaria NL 66450, México  
fersalisali@yahoo.com.mx, mescalente@ieee.org  
Teléfono: (52)-81-83294020

**Resumen**—En este documento se propone un modelo híbrido de un convertidor multinivel de la estructura "Condensadores Flotantes" y se plantea una automatización híbrida para este sistema. Se utiliza una metodología propuesta en la literatura para verificar la estabilidad de la técnica de control que balancea la tensión de los condensadores del convertidor. Tomando en cuenta que esta estrategia de balance mantiene las variables de tensión y corriente alrededor de sus referencias mediante la aplicación de los modos de operación adecuados, se busca probar que la regla de conmutación lleva a las variables del sistema a una región globalmente atractiva e invariante. Para ello, se identifican los modos de operación del convertidor y se delimitan sus regiones de operación con el fin de construir una región de operación común. Se verifica que independientemente de la condición inicial de los estados, sus trayectorias convergen en la región determinada y permanecen dentro de la misma bajo la regla de conmutación impuesta. Con esto se garantiza la estabilidad e integridad del convertidor. Resultados de simulación son presentados.

**Palabras clave:** Inversores Multinivel, sistemas híbridos, modelado híbrido, estabilidad.

## I. INTRODUCCIÓN

Los convertidores estáticos de potencia son parte importante en los procesos de conversión, control y tratamiento de la energía eléctrica, principalmente por su alta eficiencia, su flexibilidad y confiabilidad. Recientemente se han desarrollado nuevas topologías de conversión estática, llamadas estructuras de conversión multinivel (P. M. Bhagwat and V. R. Stefanovic, 1983)-(F.Z. Peng and J. S. Lai, 1996). Estas habilitan el uso de los convertidores estáticos en niveles de media y alta tensión. Además, mejoran la calidad de las formas de onda y reducen los efectos dañinos en los equipos eléctricos (M. H. Rashid, 2004). Entre estos sistemas, la estructura de Condensadores flotantes (CF) (T. A. Meynard and H. Foch, 1992) ha despertado gran interés en la comunidad científica e industrial donde se requiera trabajar con tensiones elevadas. Por un lado, gracias a la asociación en serie de las células de conmutación que la conforman, se logra habilitar el uso de convertidores estáticos en aplicaciones de media y alta tensión, usando componentes semiconductores de potencia que tienen especificaciones individuales de unos cuantos kV. Por otra parte, su aplicación implica tener las mismas ventajas que ofrecen las otras estructuras multinivel, en cuanto a la mejora de la calidad de las formas de onda sintetizadas,

la reducción del estrés dieléctrico en los equipos, así como contar con convertidores cuya respuesta dinámica es superior a los tradicionales convertidores de 2 niveles. Para su estudio se han propuesto diversos modelos basados en su comportamiento instantáneo (A. Donzel, 2000), armónico (M. Fadel, T.A Meynard, 1996) o promedio (O. Tachon, M. Fadel, T. Meynard, 1997). Estos modelos han servido para desarrollar las leyes de control que actualmente son utilizadas. Sin embargo, dada la existencia de estados discretos y continuos en el convertidor, una representación basada en sistemas híbridos, puede ser ventajosa para el estudio del convertidor. Así, se propone en este trabajo, un modelo híbrido que representa el comportamiento exacto del convertidor multinivel CF. Este modelo toma en cuenta la evolución instantánea de los estados (tensión y corriente), en función de los estados discretos dados por la conmutación. Valiéndonos de esta herramienta de análisis, se verifica la estabilidad de una estrategia de control que además de mantener la tensión balanceada en cada condensador, establece un uso equilibrado de los interruptores (F. Salinas, M. A. González and M. F. Escalante, 2010). El documento está organizado de la siguiente manera. La primera parte, establece la notación y algunas definiciones utilizadas en la teoría de sistemas híbridos. En la segunda parte, se plantea el modelo híbrido del convertidor multinivel CF a partir de la definición de sus modos de operación. En esta parte se plantea también una automatización híbrida del convertidor. En la tercera parte se realiza un análisis que justifica la estabilidad del convertidor bajo una regla de conmutación propuesta.

## II. TEORÍA BÁSICA DE SISTEMAS HÍBRIDOS

El planteamiento de un sistema híbrido establece que  $X \subseteq R^n$  es el espacio de estados continuos y  $Q = \{q_1, \dots, q_N\}$  es el conjunto finito de estados discretos. En el convertidor multinivel es posible especificar los valores de los estados continuos para todo  $q$ , donde  $q \in Q$  representa la configuración de encendido/apagado de todos los interruptores del convertidor; considerando que la función de conmutación está dada por:

$$s_{Ck} = \begin{cases} 1 & \text{si } S_k \text{ esta encendido para } k = 1, \dots, p \\ 0 & \text{si } S_k \text{ esta apagado para } k = 1, \dots, p \end{cases} \quad (1)$$

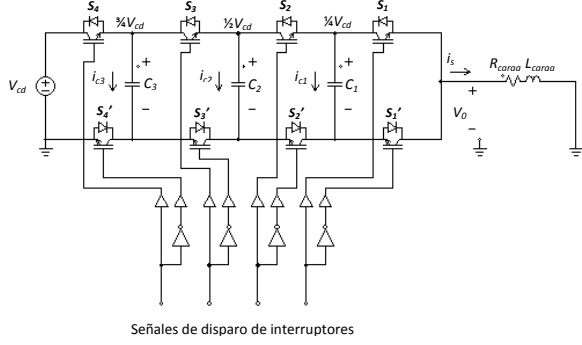


Figura 1. Inversor Multinivel en configuración CF de 5 niveles

donde  $p$  es el número de células de conmutación. Una célula de conmutación es un arreglo de dos interruptores que interconectan a una fuente de tensión  $V_{cd}$  con una fuente de corriente. Ahora bien, para 5 niveles se tienen 4 células de conmutación y por lo tanto 16 estados de los interruptores. Por otro lado, el análisis del circuito de la Fig. 1, se realizó considerando fuentes ideales, elementos lineales e interruptores ideales; así, para cada  $q \in Q$ , la dinámica continua puede ser modelada mediante ecuaciones diferenciales de la forma:

$$\dot{x}(t) = f_q(x(t)) = A_q x(t) + b_q \quad (2)$$

donde  $x \in X$ ,  $A_q \in R^{n \times n}$ ,  $b_q \in R^{n \times 1}$ . Por lo tanto, se puede definir  $\hat{I}(q) \subseteq X$  como un subconjunto del espacio de estados continuos donde la dinámica de la función  $f_q$  puede ser aplicada. En (M. Senesky, G. Eirea, and T. John Koo, 2003) se introducen conceptos útiles, que se enuncian a continuación:

**Definición 1 (Modo).** Un modo, denotado como  $M_q$ , donde  $q \in Q$ , es la operación del sistema (2); por ejemplo,  $\dot{x}(t) = f_q(x(t)) = A_q x(t) + b_q$  mientras  $x \in \hat{I}(q)$  con  $\hat{I}(q) \subseteq X$ . De un estado discreto dado, puede que no sea factible ningún otro estado discreto. Por lo tanto, se utiliza  $E \subseteq Q \times Q$  para definir la colección de transiciones discretas factibles. Para cada frontera o borde  $e = (q, q') \in E$ , la condición de conmutación está definida mediante  $G : E \rightarrow 2^X$ , que asigna a cada frontera un resguardo. Dada la colección de modos, fronteras y resguardos, es posible formar una automatización híbrida definida de la siguiente manera:

**Definición 2 (Automatización híbrida).** Una automatización híbrida es una colección  $H = (Q, X, f, \hat{I}, E, G)$  donde  $Q = \{q_1, \dots, q_N\}$  es un conjunto de estados discretos;  $X \subseteq R^n$  es el espacio de estados continuos;  $f : Q \rightarrow (X \rightarrow R^n)$  asigna a cada estado discreto un vector de campo continuo Lipschitz en  $X$ ;  $\hat{I}(q) : Q \rightarrow 2^X$  asigna a cada  $q \in Q$  un conjunto invariante;  $E \subseteq Q \times Q$  es una colección de transiciones discretas;  $G : E \rightarrow 2^X$  asigna a cada  $e = (q, q') \in E$  un resguardo. De lo anterior, se plantea que es posible manipular la evolución de los estados continuos mediante cambios en los estados discretos. Una condición de

resguardo puede ser especificada para señalar cuando ocurre un cambio. Una vez que el estado continuo alcanza dicha condición de resguardo, una decisión es tomada para saltar a uno de los siguientes estados discretos permitidos. Debido a que el estado continuo  $x$  está globalmente definido, no hay restablecimiento en los valores de las variables continuas. Por lo tanto, el objetivo para circuitos electrónicos de potencia es determinar las condiciones de resguardo entre los estados discretos de manera que las trayectorias del sistema satisfagan los criterios de rendimiento definido. Tomando en cuenta que se pretende definir una región de estabilidad para la operación del inversor multinivel, a continuación se presenta el planteamiento de un modelo matemático híbrido en primera instancia y posteriormente una analogía de la síntesis presentada en la Definición 2.

### II-A. Modelo matemático híbrido del convertidor multinivel CF

Es posible expresar la tensión de los condensadores y la corriente en cada brazo del condensador mediante ecuaciones diferenciales escritas en una forma matricial de la forma (2); donde  $x(t)$ : es el vector de las variables de estado y  $u$ : es el vector de las fuentes independientes. Así, si  $S_k \in sc_k$ , representa el estado de encendido/apagado de los  $k$  interruptores en el circuito, el modelo híbrido puede ser descrito como:

$$\dot{x}(t) = f(S_k, x(t)) = \hat{A}(S_k) \cdot x(t) + \hat{b} \quad (3)$$

donde  $\hat{A} \in R^{n \times n}$ ,  $b \in R^{n \times 1}$ ,  $k = 1, 2, \dots, p$  y  $S_k(t)$  representa la componente de  $sc_k$ , cuyos valores son 1 ó 0. Por lo tanto,  $\forall q(t) \in Q$ , el modelo del convertidor multinivel para  $p$  células de conmutación, y  $p + 1$  niveles de tensión de la estructura CF es:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{V}_{c1} \\ \dot{V}_{c2} \\ \vdots \\ \dot{V}_{c_{p-1}} \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}(S_k) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & (s_1 - s_2)\frac{1}{L} & (s_2 - s_3)\frac{1}{L} & \dots & (s_{p-1} - s_p)\frac{1}{L} \\ (s_2 - s_1)\frac{1}{C_1} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ (s_3 - s_2)\frac{1}{C_2} & \vdots & \ddots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (s_p - s_{p-1})\frac{1}{C_p} & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L \\ V_{c1} \\ V_{c2} \\ \vdots \\ V_{c_{p-1}} \end{bmatrix}, \quad \hat{b} = \begin{bmatrix} \frac{V_{cd}}{L} \cdot S_p \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde  $i_L$  es el estado que representa la corriente del convertidor  $i_s$ ;  $R$  y  $L$  representan la resistencia e inductancia de carga del convertidor,  $R_{carga}$  y  $L_{carga}$  de la Fig. 1.

## II-B. Automatización híbrida del convertidor multinivel CF

Como se mencionó en la sección II, el establecimiento de las condiciones de resguardo garantiza la operación deseada del convertidor. Para nuestro caso de estudio, estas condiciones son dadas por la regla de conmutación establecida en (F. Salinas, M. A. González and M. F. Escalante, 2010). Esta técnica de control está basada en la redundancia de estados y sus objetivos de control son: mantener el nivel de tensión demandado por la modulación de ancho de pulso, asegurar el balance de tensión en cada condensador y mantener el uso equilibrado de los interruptores del arreglo. Para llevar a cabo estos objetivos de control, un selector de estados (SE) elige el mejor estado, de un conjunto de estados disponibles, mediante la aplicación de los siguientes criterios: a) la elección del estado se realiza tomando en cuenta que con su aplicación, el error en la tensión de cada condensador será disminuido, o por lo menos permanecerá sin cambio; b) cuando existan dos estados posibles, el SE elegirá aquel que compense la tensión del mayor número de condensadores; c) si existen dos estados que compensen el mismo número de condensadores, el SE elegirá aquél, cuya aplicación lleve al convertidor a utilizar el mayor número de estados disponibles para establecer un equilibrio en el uso de los interruptores. Tomando en cuenta lo anterior y de acuerdo a la definición 2, de los 16 estados discretos dados por la configuración de los  $S_k$  interruptores, para  $k = 4$ , se puede expresar a  $Q$  y  $E$  como:  $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_{15}\}$  y  $E = \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ ; donde:

$$E_1 = \{(q_0, q_8), (q_8, q_0), (q_0, q_4), (q_4, q_0), (q_0, q_2), (q_2, q_0), (q_0, q_1), (q_1, q_0)\}$$

$$E_2 = \{(q_8, q_6), (q_6, q_1), (q_1, q_{12}), (q_{12}, q_2), (q_2, q_9), (q_9, q_4), (q_4, q_3), (q_3, q_8)\}, \{(q_1, q_6), (q_6, q_8), (q_8, q_3)\}, \{(q_3, q_4), (q_4, q_9), (q_9, q_2), (q_2, q_5), (q_5, q_2), (q_1, q_3)\}$$

$$E_3 = \{(q_{12}, q_{11}), (q_{11}, q_6), (q_6, q_{13}), (q_{13}, q_3), (q_3, q_{14}), (q_{14}, q_9), (q_9, q_7), (q_7, q_{12})\}, \{(q_3, q_{13}), (q_{13}, q_6), (q_6, q_{11}), (q_{11}, q_5), (q_5, q_{11}), (q_7, q_9), (q_7, q_3)\}$$

$$E_4 = \{(q_{14}, q_{15}), (q_{15}, q_{13}), (q_{13}, q_{15}), (q_{15}, q_{11}), (q_{11}, q_{15}), (q_{15}, q_7), (q_7, q_{15}), (q_{15}, q_{14})\}$$

Los pares  $e = (q, q') \in E_k$  representan la colección de transiciones discretas permitidas por la regla de conmutación. Así, el estado del sistema está definido como  $x = [i_L \ V_{c1} \ V_{c2} \ V_{c3}]^T$ , con lo que se obtienen las ecuaciones de estado afines para  $q_i$  en la forma de la ec. (2) y se define el subconjunto del espacio de estados continuos  $\hat{I}(q) = \{\hat{I}_1, \hat{I}_2, \dots, \hat{I}_{15}\} \subseteq X$ . Con el fin de desacoplar la lógica discreta de la dinámica continua, la automatización híbrida  $H$ , para el convertidor multinivel, puede ser descompuesta en dos subsistemas híbridos  $H_1$  y  $H_2$ .  $H_1$  es una máquina de estados finita gobernando las transiciones discretas y que depende de la señal continua  $x$  de  $H_2$ , mientras  $H_2$  acepta el símbolo discreto  $\sigma \in \Sigma$

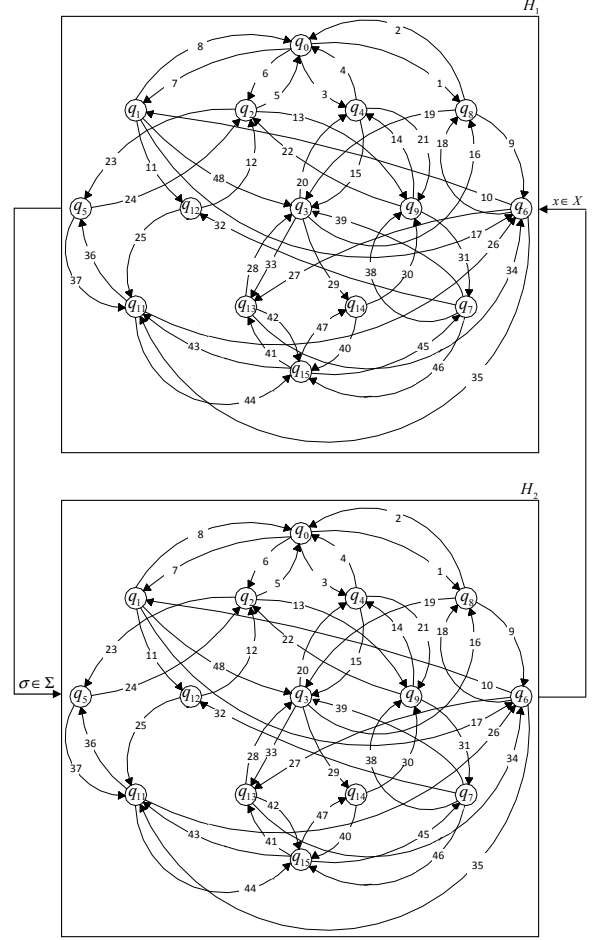


Figura 2. Inversor Multinivel CF modelado como dos sistemas híbridos

de  $H_1$  que hará evolucionar el estado continuo  $x$ . En la Fig. 2 se muestra el sistema. Cada una de las transiciones discretas y continuas están numeradas para identificar la condición de transición entre un estado y otro. Partiendo de este planteamiento en la siguiente sección se verificará la estabilidad de la regla de conmutación.

## III. ESTABILIDAD DE LA ESTRATEGIA DE CONTROL

Como se mencionó en la Sección II-B, en el convertidor multinivel de 5 niveles se distinguen 16 modos de operación dados por  $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_{15}\}$ . Sin embargo, si se analiza individualmente cada célula de conmutación, se distinguen 4 modos de operación característicos dados por  $Q_M = \{q_A, q_B, q_C, q_D\}$ , es decir, la condición de cada condensador según su tensión y corriente se puede ubicar en uno de los 4 modos que se muestran en la Fig. 3. Partiendo de esto, se pueden identificar cuatro condiciones de invariancia que determinan la condición de cada condensador. Para ello, es necesario especificar los niveles de referencia en cada variable de estado y un valor aceptable de  $\varepsilon$ , que represente el desvío máximo hacia arriba y hacia abajo del valor de referencia. Cabe señalar que en nuestro caso de estudio, la variable  $\varepsilon$  está en función de la frecuencia de

conmutación y el valor de la corriente máxima,  $\varepsilon(F_c, I_{max})$ . A continuación se presenta un planteamiento extraído de (K. Benmansour, A. Benalia, M. Djemaï, J. de Leon, 2006), que es utilizado en este documento como una metodología de análisis para verificar la estabilidad de la regla de conmutación. Dicho análisis fue adaptado a nuestro caso de estudio.

Entonces, las condiciones de invariancia mencionadas son definidas como: *Invariancia del modo  $q_A$* :

$$X(q_A) = \left\{ x \in R^4 : \left[ (V_{c_k} \geq V_{refk}^-) \wedge (I_{min} < I < I_{max}) \right] \right\}$$

*Invariancia del modo  $q_B$* :

$$X(q_B) = \left\{ x \in R^4 : [(I_{min} < I < I_{max})] \right\}$$

*Invariancia del modo  $q_C$* :

$$X(q_C) = \left\{ x \in R^4 : \left[ (V_{c_k} \leq V_{refk}^+) \wedge (I_{min} < I < I_{max}) \right] \right\}$$

*Invariancia del modo  $q_D$* :

$$X(q_D) = \left\{ x \in R^4 : [(I_{min} < I < I_{max})] \right\}$$

donde:  $I$  representa el valor de la corriente  $i_s$  del convertidor;  $V_{refk}$ , representan la tensión de referencia del  $k$ -ésimo capacitor e  $I_{ref}$ , la corriente de referencia a través del convertidor multinivel; para expresarlo de manera simplificada se utiliza la siguiente nomenclatura:

$$\begin{aligned} V_{refk}^+ &= V_{refk} + \varepsilon \\ V_{refk}^- &= V_{refk} - \varepsilon \\ I_{ref}^+ &= I_{ref} + I_{max} \\ I_{ref}^- &= I_{ref} - I_{min} \end{aligned}$$

De la Fig. 2 se pueden ver las transiciones posibles entre los 16 modos de operación. Por ejemplo, la transición que lleva al sistema del modo  $q_A$  al modo  $q_0$ , se puede expresar como:

$$G(q_A, q_0) = \left\{ \begin{array}{l} x \in R^4 : [(I \geq I_{ref}) \vee (I \leq I_{ref})] \\ \wedge \left[ \begin{array}{l} (V_{c1} \leq V_{ref1}) \wedge (V_{c2} \geq V_{ref2}) \\ \wedge (V_{c3} \leq V_{ref2}) \end{array} \right] \\ \wedge (N_1 \rightarrow N_2) \end{array} \right\}$$

donde el signo  $\rightarrow$  indica que el método de modulación por ancho de pulso comanda una transición del nivel  $N_1$  al nivel  $N_2$ , es decir del modo  $q_i$  al modo  $q_j$ . Por lo tanto, es posible expresar las 48 condiciones de transición de la forma  $G(q_i, q_j)$  representadas en la Fig. 3. En (F. Salinas, M. A. González and M. F. Escalante, 2010) se presentan las condiciones de transición restantes. Por último, las condiciones iniciales del sistema se definen como:

$$Inic = \{x \in R^4 : (V_{c_k} \leq V_{refk}) \wedge (I < I_{min}), k : 1, 2, 3\}$$

Con el planteamiento anterior se garantiza que los valores de tensión y corriente en cada condensador se mantendrán alrededor de sus respectivos valores de referencia  $I_{ref}$  y  $V_{refk}$ . Ahora bien, considerando que el sistema híbrido del convertidor multinivel se mantiene conmutando entre sus distintos modos bajo una regla de conmutación se plantea la siguiente hipótesis: Todas las trayectorias que parten de

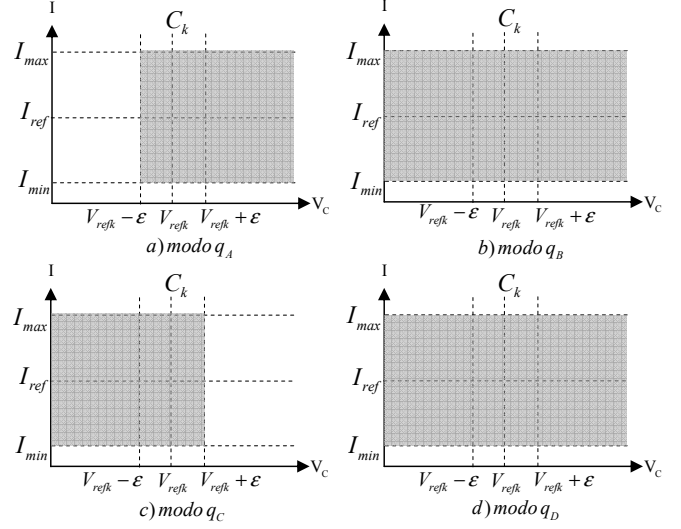


Figura 3. Dominios de modos: a)  $q_A$ , b)  $q_B$ , c)  $q_C$ , d)  $q_D$

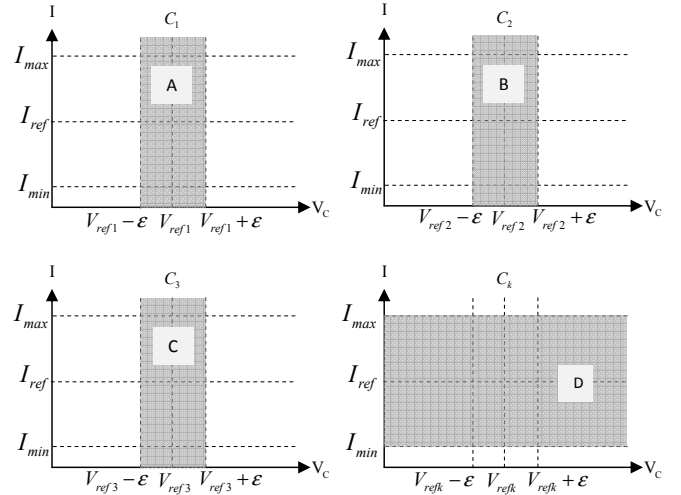


Figura 4. Regiones de equilibrio  $\hat{R} = r_1, r_2, r_3$

alguna condición inicial en cualquier modo de operación convergen en la región  $\hat{R}$ , la cual es globalmente atractiva e invariante. Partiendo de la hipótesis anterior se definen cuatro bandas de atracción para el convertidor multinivel, de la siguiente manera:

• Las bandas A, B, C y D son globalmente atractivas, como se muestran en las Fig. 4, éstas se definen como:

$$A = \left\{ x \in R^4 : \left( V_{ref1}^- \leq V_{c1} \leq V_{ref1}^+ \right) \right\}$$

$$B = \left\{ x \in R^4 : \left( V_{ref2}^- \leq V_{c2} \leq V_{ref2}^+ \right) \right\}$$

$$C = \left\{ x \in R^4 : \left( V_{ref3}^- \leq V_{c3} \leq V_{ref3}^+ \right) \right\}$$

$$D = \left\{ x \in R^4 : \left( I_{ref}^- \leq I \leq I_{ref}^+ \right) \right\}$$

• La zona de equilibrio  $\hat{R}$  está compuesta por tres sub-regiones de equilibrio  $r_1, r_2$  y  $r_3$ , éstas últimas se definen



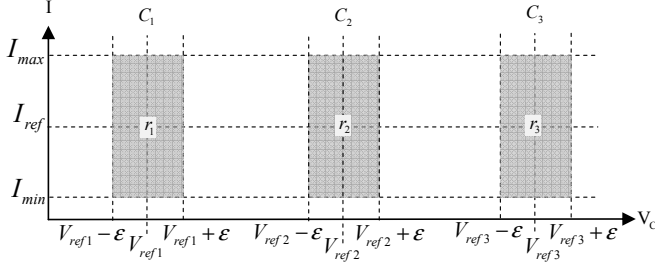


Figura 5. Regiones de equilibrio  $\hat{R} = r_1, r_2, r_3$

mediante la intersección de las bandas  $A$ ,  $B$  y  $C$  con la banda  $D$ . Así,  $\hat{R} = \{x \in [(A \cup B \cup C) \cap D]\}$  y por lo tanto,  $r_1 = \{x \in A \cap D\}$ ,  $r_2 = \{x \in B \cap D\}$  y  $r_3 = \{x \in C \cap D\}$ , son las regiones de equilibrio globalmente atractivas e invariantes, como se muestra en la Fig. 5. Ahora bien, es necesario realizar un análisis de la dinámica de los cuatro modos de operación  $Q_M$ . Así, se tiene el siguiente planteamiento:

• **Modo  $q_A$ .** Fuera de la zona de equilibrio correspondiente  $r_1$ ,  $r_2$  o  $r_3$  para los condensadores  $C_1$ ,  $C_2$  o  $C_3$ ; en este modo el condensador se descarga y su energía va hacia la carga. Este modo se mantiene hasta que se presente un cambio de nivel comandado por la modulación PWM vectorial (M.F. Escalante, 2006). Si  $V_{c_k} > V_{refk}^+$  la conmutación se puede dar de  $q_A$  a  $q_A$ ,  $q_A$  a  $q_B$ , o de  $q_A$  a  $q_D$ ; si  $V_{refk}^- < V_{c_k} < V_{refk}^+$  la conmutación se puede dar de  $q_A$  a cualquier otro modo; ambos casos según la regla de conmutación. En este modo se tienen dos líneas de conmutación  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$ :

•  $\Delta_1 = V_{c_k} - V_{refk}^+$ . En esta línea se tiene que:  $\lim_{\Delta_1 \rightarrow 0^+} \Delta_1 \frac{dI}{dt} > 0$

Las trayectorias de deslizamiento se presentan hasta la línea ( $\Delta_1 = 0$ ) y por lo tanto las trayectorias convergen hacia la zona de balance  $\hat{R} = r_1, r_2, r_3$ .

•  $\Delta_2 = V_{c_k} - V_{refk}$ . En esta línea se tiene que:  $\lim_{\Delta_2 \rightarrow 0^+} \Delta_2 \frac{dI}{dt} > 0$  y  $\lim_{\Delta_2 \rightarrow 0^-} \Delta_2 \frac{dI}{dt} < 0$

Las trayectorias de deslizamiento se presentan hasta la línea ( $\Delta_2 = 0$ ) y por lo tanto las trayectorias convergen hacia la zona de balance  $\hat{R} = r_1, r_2, r_3$ .

• **Modo  $q_B$ .** Dentro de la banda. Este modo se mantiene mientras no se presente un cambio de nivel comandado por la modulación PWM. Por lo tanto se define la siguiente función de Lyapunov:

$$M = \frac{1}{2} C_k (V_{c_k} - V_{refk})^2 + \frac{1}{2} L (I - I_{ref})^2, k = 1, 2, 3 \quad (4)$$

Derivando a lo largo de la trayectoria  $q_B$ , se tiene que:

$$\dot{M} = -(I - I_{ref}) (V_{cd} - RI), k = 1, 2, 3 \quad (5)$$

La derivada de  $M$  es negativa definida en  $X_{q_B}$ . Finalmente, todas las condiciones iniciales, cuyas trayectorias inician en este modo, convergen en la región  $\hat{R} = \{r_1, r_2, r_3\}$ .

• **Modo  $q_C$ .** Fuera de la zona de equilibrio correspondiente  $r_1$ ,  $r_2$  o  $r_3$  para los condensadores  $C_1$ ,  $C_2$  o  $C_3$ ; en este modo el condensador se carga y la energía fluye hacia el condensador. Este modo se mantiene hasta que se presente un cambio de nivel comandado por la modulación PWM. Si  $V_{c_k} < V_{refk}^-$  la conmutación se puede dar de  $q_C$  a  $q_C$ ,  $q_C$  a  $q_B$ , o de  $q_C$  a  $q_D$ ; si  $V_{refk}^- < V_{c_k} < V_{refk}^+$  la conmutación se puede dar de  $q_C$  a cualquier otro modo; ambos casos según la regla de conmutación. Como en el modo  $q_A$ , se tienen dos líneas de conmutación  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$ :

•  $\Delta_1 = V_{c_k} - V_{refk}^-$ . En esta línea se tiene que:  $\lim_{\Delta_1 \rightarrow 0^-} \Delta_1 \frac{dI}{dt} < 0$

Las trayectorias de deslizamiento se presentan hasta la línea ( $\Delta_1 = 0$ ) y por lo tanto las trayectorias convergen hacia la zona de balance  $\hat{R} = r_1, r_2, r_3$ .

•  $\Delta_2 = V_{c_k} - V_{refk}$ . En esta línea se presentan las mismas propiedades que el modo  $q_A$  y por lo tanto todas las trayectorias que parten de este modo convergen en la zona de equilibrio  $\hat{R} = r_1, r_2, r_3$

• **Modo  $q_D$ .** Dentro de la zona de equilibrio  $\hat{R}$ . Este modo se mantiene mientras no se presente un cambio de nivel comandado por la modulación PWM. La derivada de la función de Lyapunov de  $M$ , para este modo, está dada por:

$$M = -(I - I_{ref}) RI \quad (6)$$

La derivada de  $M$  es definida negativa para  $I > I_{ref}$ . Esto muestra que iniciando de este modo las trayectorias convergen hacia la zona de balance  $\hat{R} = \{r_1, r_2, r_3\}$ . Finalmente, es necesario demostrar que las regiones  $r_1$ ,  $r_2$  y  $r_3$  son invariantes. Se espera que los límites de las zonas de equilibrio que conforman  $\hat{R}$  sean:

$$\forall q_{(A,B,C,D)} \in Q_M \subseteq Q, (I - I_{ref}, V_{c_k} - V_{refk})^T f q_{(A,B,C,D)} < 0, k = 1, 2, 3$$

lo que muestra la invariancia del equilibrio.

#### IV. RESULTADOS MEDIANTE SIMULACIÓN

Para demostrar que la condición de cada uno de los condensadores se encuentra en la región de equilibrio, se simuló en el software de electrónica de potencia PSIM, el circuito de la Fig. 1, y se utilizaron los parámetros de la Tabla I. Dado que la fuente de cd  $V_{cd}$  es de 200(V) se

TABLA I

Parámetros de Simulación		
Sistema Eléctrico		
Resistencia	$R$	20( $\Omega$ )
Inductancia	$L$	5(mH)
$V_{cd}$	$U_e$	200(V)
Frecuencia de conmutación	$F_c$	2.5(kHz)
Capacitancia	$C_1, C_2, C_3$	1(mF)
Tensión de pre-carga $V_{c1}$	$V_{c1}$	40(V)
Tensión de pre-carga $V_{c2}$	$V_{c2}$	90(V)
Tensión de pre-carga $V_{c3}$	$V_{c3}$	140(V)
Máxima corriente de carga	$i_{ck}$ máx	6(A)
Frecuencia de la tensión de salida	$f$	60(Hz)

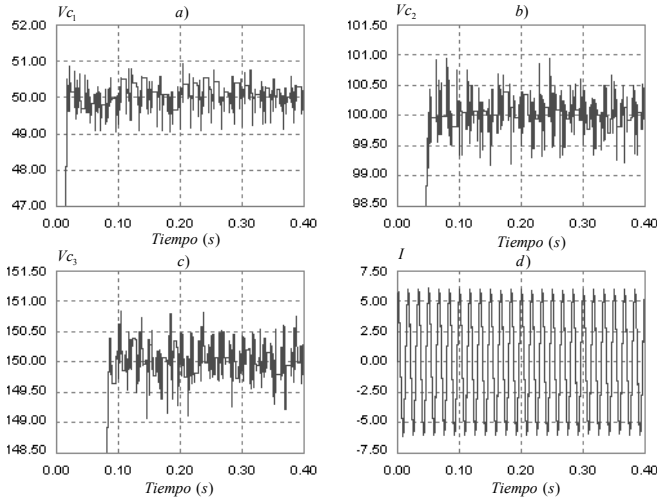


Figura 6. Evolución de estados: a)  $C_1$ , b)  $C_2$ , c)  $C_3$  y d)  $I$

espera que la tensión se distribuya en los condensadores a  $(1/4)V_{cd}$ ,  $(1/2)V_{cd}$  y a  $(3/4)V_{cd}$ , es decir,  $50(V)$ ,  $100(V)$  y  $150(V)$  para  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ . En la Fig. 6(a)-(c) se muestra la evolución de la tensión en cada uno de los condensadores. Se observa que la tensión crece y se estabiliza alrededor de los valores esperados. Considerando los parámetros establecidos en la Tabla I, se espera que el desvío máximo de tensión sea de  $\varepsilon = \pm 0,85(V)$  y en el valor de corriente de  $I = \pm 6(A)$ , esto último se puede ver en la Fig. 6(d). Por lo tanto, de acuerdo a lo planteado en la sección anterior, los valores de referencia de tensión y corriente son:  $V_{ref1} = 50(V)$ ,  $V_{ref2} = 100(V)$ ,  $V_{ref3} = 150(V)$  e  $I_{ref} = 0$ . El valor máximo de corriente por arriba y por debajo de  $I_{ref}$  es de  $I_{max,min} = \pm 6(A)$ . En la Fig. 7, se muestra la trayectoria en el plano de fase. Se observa que la trayectoria converge al punto de equilibrio  $I_{ref}$  y  $V_{refk}$ . Una vez dentro de los límites establecidos por  $\pm 0,85(V)$  y  $\pm I = 6(A)$ , que son los respectivos valores de  $\varepsilon$  y de  $\Delta i = I_{max} - I_{min}$ , la trayectoria no abandona la región de estabilidad esperada.

## V. CONCLUSIONES

En este documento, se propone un modelado híbrido para un convertidor multinivel de 5 niveles de la estructura Condensadores Flotantes. Es posible establecer este modelo y una automatización híbrida ya que este convertidor presenta un comportamiento continuo por un lado, dado por la evolución de las variables de tensión y corriente, y discontinuo por el otro, dado por la conmutación de los interruptores. En este documento también se verificó la estabilidad de la regla de conmutación. Esta regla o estrategia de control requiere que en todo momento se mantenga una medición sobre las variables de tensión y corriente en los condensadores, que determine las condiciones de transición y que finalmente mantendrá estas variables de estado, dentro de los límites que garanticen la operación deseada y la integridad del con-

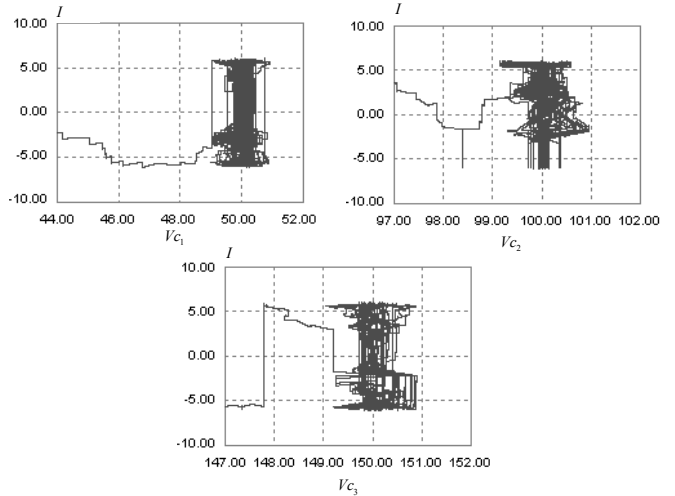


Figura 7. Trayectorias de los estados del convertidor  $V_{ck}$  e  $I$

vertidor. Los resultados en simulación muestran la eficiencia de la regla de conmutación impuesta en este convertidor. Del análisis de la simulación se observa que la tensión y corriente en cada condensador se mantiene alrededor de su respectivo nivel de referencia y del análisis del plano de fase se observa que las trayectorias convergen en la región de estabilidad esperada. Los datos experimentales serán presentados en un trabajo posterior.

## REFERENCIAS

- P. M. Bhagwat and V. R. Stefanovic (1983). Generalized structure of a Multilevel PWM inverter. *IEEE Transactions on Industry Applications* **19**, 1057–1069.
- J. S. and F. Z. Peng (1996). Multilevel Converters - A new of power converters. *IEEE Transactions on Industry Applications* **32**, 509–517.
- T. A. Meynard and H. Foch (1981). Multilevel Converters - A new of power converters. *IEEE Transactions on Industry Applications* **IA-17**, 518–523.
- T. A. Meynard and H. Foch (1992). Multi-level conversion: High voltage choppers and voltage-source inverters *IEEE Power Electron. Spec. Conf.* **1**, 397–403.
- T. A. Meynard and H. Foch (1992). A multilevel voltage-source converter with separate DC sources for static var generation *IEEE Transactions on Industry Applications* **32**, 1130–1138.
- M. H. Rashid (2004). *Power Electronics: Circuits, Devices and Applications*. Prentice Hall, Pearson.
- A. Donze (2000). *Commande des convertisseurs multiniveaux: Application à un moteur asynchrone, Thèse de doctorat*. Institut National Polytechnique de Grenoble.
- M. Fadel, T.A Meynard (1996). *Equilibrage des tensions dans les convertisseurs statiques multicellulaires série: Modélisation*. EPF Grenoble.
- O. Tachon, M. Fadel, T. Meynard (1997). *Control of series multicell converters by linear state feedback decoupling*. EPF Grenoble.
- F. Salinas, M. A. González and M. F. Escalante (2010). New voltage balancing strategy for flying capacitor multilevel converters. *IEEE 12th International Conference on Power Electronics 2010* **10.1109/CIEP.2010.5598912**, 185–190.
- M. Senesky, G. Eirea, and T. John Koo (2003). *Hybrid Modelling and Control of Power Electronics*. University of California, Berkeley.
- K. Benmansour, A. Benalia, M. Djemaï, J. de Leon (2006). *Hybrid control of a multicellular converter*. Science Direct Elsevier: Nonlinear Analysis, Hybrid Systems.
- M. F. Escalante (2010). A General Space Vector Modulation Strategy for n-Level Three-Phase Inverters. *IEEE 12th International Conference on Power Electronics 2010* **10.1109/ISIE.2006.295664**, 1322–1327.