

Asimiento de Objeto Móviles con Robots Cooperativos Redundantes Utilizando Generadores de Base de Tiempo

Gerardo Jarquín Gustavo Arechavaleta Vicente Parra-Vega
gerardojarquin@gmail.com garechav@cinvestav.edu.mx vparra@cinvestav.mx
Robótica y Manufactura Avanzada, Cinvestav-IPN, Unidad Saltillo
Carretera Saltillo-Monterrey Km 13.5, Ramos Arizpe, Coah., México
Teléfono: (52)-844-4389600

Resumen—Los enfoques clásicos para resolver el problema de la manipulación de objetos rígidos con robots están compuestos, principalmente, de tres etapas: *i*) calcular los puntos de contacto para un asimiento estable, *ii*) generar y controlar los movimientos robóticos para establecer el contacto y *iii*) ejercer fuerzas vía los puntos de contacto para manipular el objeto. Cuando el objeto está en movimiento aparece la coordenada temporal a partir de la fase *i*). Por consiguiente, el esquema de control en *ii*) debe garantizar el contacto exacto, entre los robots y la superficie del objeto, en tiempo y espacio. En este artículo nos enfocamos en *ii*). En particular, proponemos un esquema de control libre de modelo basado en pasividad que integra atractores terminales bien condicionados. Esto permite garantizar convergencia espacio-temporal en tiempo finito. La factibilidad del enfoque se ilustra en simulación con escenarios representativos: *a*) un robot redundante PA10 de 7 GdL establece contacto con un objeto en caída libre en un entorno poblado con obstáculos; y *b*) tres robots PA10 atrapan a un objeto.

Palabras clave: Generadores de Base de tiempo, Modos deslizantes, Robots cooperativos, Robots redundantes.

I. INTRODUCCIÓN

En robótica, se ha estudiado ampliamente el problema de la manipulación de objetos desde principios de los 80 (Brock et al., 2008). Debido a la complejidad intrínseca del problema, varios ejes de investigación han estudiado de forma relativamente independiente los problemas involucrados en la manipulación. Entre ellos se encuentra el análisis del asimiento dada la morfología de cualquier objeto y las características cinemáticas y dinámicas de los robots (Bicchi y Kumar, 2000). Comunmente, el resultado de dicho análisis es un conjunto de puntos o regiones sobre la superficie del objeto en cuestión donde los robots deben establecer el contacto para asegurar una prensión estable (si existe). Otra área de estudio supone que los puntos o regiones de contacto se conocen con el fin de controlar el movimiento de los robots involucrados en la tarea de contacto, e.g. (Raibert y J.-J. Craig, 1981; Khatib, 1988; Navarro-Alarcón et al., 2008; Arechavaleta et al., 2010). Por otro lado, otros trabajos han analizado los efectos dinámicos que surgen al establecer el contacto con los objetos, e.g. (Nakamura et al., 1989; J. Trinkle et al., 1997; Arechavaleta et al., 2009). Finalmente, otra área de estudio supone que existe un conjunto discreto o continuo de asimientos estables y otro conjunto de poses estables, i.e. las regiones en el entorno donde el

robot puede soltar al objeto de manera que permanezca en una posición y orientación estable. En este caso, el problema consiste en calcular la serie de movimientos robóticos en régimen libre y restringido para trasladar al objeto de una pose inicial a otra final de acuerdo a los conjuntos de asimientos y poses estables (Simeon et al., 2004).

En (Navarro-Alarcón y Parra-Vega, 2008) se propuso un esquema de control para asegurar que, una vez que los robots se encuentran en contacto con la superficie del objeto, el movimiento restringido sea robusto. Este componente es fundamental para que el análisis del asimiento, previo al cálculo del movimiento, sea factible en tiempo de ejecución. Además, al incorporar este esquema de control en la tarea de manipulación, cualquiera que esta sea, la secuencia automática de los movimientos robóticos previamente calculados será ejecutada adecuadamente. Sin embargo, existen dos aspectos críticos, adicionales a los anteriormente mencionados, que abordamos en este trabajo:

1. Si los brazos cooperativos, o dedos de una mano robótica, se encuentran a distancias diferentes con respecto a la superficie de contacto, entonces, ¿cómo aseguramos que toquen la superficie exactamente en el mismo instante de forma simultánea? De lo contrario, se generarán efectos dinámicos no deseados o simplemente el primer contacto puede cambiar la pose del objeto.
2. Hasta ahora hemos supuesto que el objeto se encuentra en una pose estática, ¿qué pasa si dicho objeto se encuentra en movimiento?

En este sentido, la contribución principal de este trabajo es extender el esquema en (Navarro-Alarcón et al., 2008) para lograr por un lado convergencia espacio-temporal exacta en tiempo finito, y por otro lado garantizar el asimiento de objetos en movimiento. Para ello, incorporamos el esquema de control en (Parra-Vega, 2001), el cual está basado en atractores terminales bien condicionado¹, propuesto inicialmente para movimiento libre. Básicamente, el esquema de control que proponemos permite convergencia en el tiempo deseado t_d según el contacto en la coordenada espacial

¹Inicialmente los atractores finales conocidos como Generadores de Tiempo Base (o TBG por sus siglas en inglés) fueron caracterizados neurofisiológicamente en (Bianchini et al., 1997) y (Morasso et al., 1997). Sin embargo éstos tienen tiempo de escape finito, lo que motivó la eliminación de la singularidad en (Parra-Vega y Hirzinger, 2000).

$\varphi(t_d)$. El esquema de control cooperativo utiliza modos deslizantes de segundo orden sin castaño. Por lo tanto, no depende del modelo dinámico de los robots. Dado que todos los robots establecerán contacto estable en $\varphi(t)$, en $t = t_d$, independiente de su condición inicial, se logra asimiento estable del cuerpo móvil.

La organización de las secciones restantes es la siguiente. En la Sección II presentamos brevemente las características del TBG utilizado. En la Sección III describimos los modelos dinámicos de los robots en movimiento libre y restringido. En la Sección IV presentamos las leyes de control. En la Sección V mostramos la información relevante de las simulaciones realizadas y en la Sección VI damos algunos comentarios finales.

II. GENERADORES DE BASE DE TIEMPO

Considere la siguiente ecuación diferencial de primer orden y variante en el tiempo,

$$\dot{z} = -\alpha(t)z \quad (1)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \frac{\rho}{1 - \zeta(t) + \delta}, \zeta(t) \in C^2 \quad (2)$$

$$\alpha_0 = 1 + \epsilon \quad (3)$$

donde ϵ y δ son constantes positivas muy pequeñas, el TBG $\zeta(t)$ es una variable de diseño que evoluciona de $\zeta(t_0) = 0$ a $\zeta(t_b) = 1$ en un tiempo finito deseado $t_b > 0$. La función autónoma $\rho = \rho(t)$ tiene una variación temporal con forma de campana tal que $\rho(t_0) = \rho(t_b) \equiv 0$. Claramente, la solución de la ecuación (1) es

$$z(t) = z(t_0)[1 - \zeta(t) + \delta]^{1+\epsilon} \rightarrow z(t_b) = z(t_0)\delta^{1+\epsilon} \quad (4)$$

la cual puede ser sintonizada a un valor arbitrariamente pequeño en el tiempo t_b . Con ello, es posible lograr que el valor de $z(t_b)$ sea tan pequeño como sea necesario de acuerdo a la resolución del sistema. En consecuencia, siempre se puede sintonizar ϵ para lograr el *cero práctico*. Es decir, la mínima resolución detectable por el sistema.

De esta manera, si definimos a $s = \dot{z} + \alpha(t)z \equiv 0$ como el error extendido donde $z(t)$ es el error de seguimiento en posición (ver ecuación (9)), entonces es posible diseñar un controlador que garantice $s(t) = 0, \forall t$. Por lo tanto, el error de seguimiento $z(t)$ será 0 en $t \geq t_b$. Esta idea ha sido sustentada en (Parra-Vega y Hirzinger, 2000) donde los autores introducen atractores terminales TBG para lograr estabilidad terminal con robots mediante $\alpha(t)$ en lugar de α constante, como habitualmente se ha hecho para controlar robots cumpliendo con el principio de pasividad.

III. MODELO DINÁMICO

El modelo dinámico de un robot en movimiento libre está dado por²

$$H(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} - B_o\dot{\mathbf{q}}, \quad (5)$$

²Sin pérdida de generalidad, omitimos el subíndice correspondiente a cada robot.

donde $H(\mathbf{q}) = H(\mathbf{q})^T \in \mathbb{R}_+^{n \times n}$ es la matriz de inercias, $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis, $B_o \in \mathbb{R}_+^{n \times n}$ representa la fricción viscosa articular, $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de torques gravitacionales y $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de control de pares articulares. Por otro lado, el modelo dinámico de un robot en movimiento restringido está definido por³

$$H\ddot{\mathbf{q}} + C\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g} - J_\varphi^T \boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\tau} - (B_o + B_q)\dot{\mathbf{q}} \quad (6)$$

$$\varphi(\mathbf{q}) = 0 \quad (7)$$

donde $J_\varphi^T = \frac{\partial \varphi(\mathbf{q})^T}{\partial \mathbf{q}}$, $J_\varphi \in \mathbb{R}^{r \times n}$ es la matriz Jacobiana de las restricciones, $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^r$ es el vector de multiplicadores de Lagrange para r restricciones independientes, el término $B_q = J_q^T B_x J_q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ es una matriz que representa a la fricción viscosa operacional entre el robot y la restricción (e.g. la superficie de contacto), $B_x \in \mathbb{R}^{m \times m}$ es una matriz constante definida positiva, $J_q \in \mathbb{R}^{m \times n}$ es la Jacobina que relaciona las velocidades operacionales y las articulares, $m \leq 6$ es la dimensión del espacio operacional.

Las ecuaciones (6) y (7) conforman un sistema DAE de índice 2 ya que en la segunda derivada de la ecuación (7) con respecto al tiempo aparece explícitamente la variable de entrada. Para resolver este sistema numéricamente empleamos el método Runge-Kutta implícito.

Una vez resuelto el sistema DAE-2 en cada instante de tiempo obtenemos los vectores \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ y $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^r$ donde $\mathbf{f} = \int_{t_0}^t \boldsymbol{\lambda} dt$. En este caso, los multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\lambda}$ se pueden calcular a partir de

$$\boldsymbol{\lambda} = J_\varphi H^{-1} J_\varphi^T (U_\varphi - \dot{J}_\varphi \dot{\mathbf{q}} - J_\varphi H^{-1} (\boldsymbol{\tau} - \tau_p - C\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g})) \quad (8)$$

donde $\tau_p = (B_o + B_q)\dot{\mathbf{q}}$ y $U_\varphi = 0$. Para propósitos de estabilidad numérica, usualmente se implementa el método de Baumgarte. En este caso, $U_\varphi = -K_v \dot{\varphi} - K_p \varphi$ con ganancias positivas grandes K_v, K_p . El objetivo de control es entonces diseñar $\boldsymbol{\tau}$ tal que $\mathbf{q}(t) - \mathbf{q}_d(t)$ y $\dot{\mathbf{q}}(t) - \dot{\mathbf{q}}_d(t)$ alcance el cero práctico en tiempo finito t_b .

IV. CONTROL LIBRE DE MODELO BASADO EN PASIVIDAD

IV-A. PD-deslizante para robots redundantes en movimiento libre

Considere la ley de control

$$\boldsymbol{\tau} = -K_d \mathbf{s}_r, \quad (9)$$

donde $\mathbf{s}_r = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r$ es llamada variable de error extendido. La velocidad articular $\dot{\mathbf{q}}$ en este caso es

$$\dot{\mathbf{q}} = J_q^\# \dot{\mathbf{x}} + Q_q \dot{\boldsymbol{\xi}}, \quad (10)$$

donde $\dot{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^m$ es el vector de velocidad operacional asociado a un punto en el robot, Q_q representa una proyección al espacio nulo de J_q , $\mathcal{N}(J_q)$. Por lo tanto, $\dot{\boldsymbol{\xi}} \in \mathbb{R}^6$ es un vector cuya variación no interfiere con la posición del extremo del robot. Para construir \mathbf{s}_r , diseñamos $\dot{\mathbf{q}}_r$ de

³A partir de aquí omitimos los argumentos por claridad en la notación.

acuerdo a la estructura presente en la ecuación (10), por lo tanto

$$\dot{\mathbf{q}}_r = J_q^\# \dot{\mathbf{x}}_r + Q_q \dot{\xi}_r, \quad (11)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \dot{\mathbf{x}}_d - \alpha \Delta \mathbf{x} + \mathbf{s}_{dx} - k_{ix} \int \text{sgn}(\mathbf{s}_{qx}) dt, \quad (12)$$

$$\dot{\xi}_r = \dot{\xi}_d + \mathbf{s}_{d\xi} - k_{i\xi} \int \text{sgn}(\mathbf{s}_{q\xi}) dt, \quad (13)$$

donde $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d$ es el error de seguimiento en posición. Sustituyendo de las ecuaciones (10) y (11) en \mathbf{s}_r tenemos que

$$\mathbf{s}_r = J_q^\# \mathbf{s}_{rx} + Q_q \mathbf{s}_{r\xi}, \quad (14)$$

donde \mathbf{s}_{rx} y $\mathbf{s}_{r\xi}$ representan, respectivamente, las variedades del error operacional y de $\mathcal{N}(J_q)$. La variedad del error operacional está definida por

$$\mathbf{s}_x = \Delta \dot{\mathbf{x}} + \alpha(t) \Delta \mathbf{x} \quad (15)$$

$$\mathbf{s}_{dx} = \mathbf{s}_x(t_0) e^{-\beta_x t} \quad (16)$$

$$\mathbf{s}_{qx} = \mathbf{s}_x - \mathbf{s}_{dx} \quad (17)$$

$$\mathbf{s}_{rx} = \mathbf{s}_{qx} + k_{ix} \int \text{sgn}(\mathbf{s}_{qx}) dt \quad (18)$$

Asimismo, la variedad del error de $\mathcal{N}(J_q)$:

$$\mathbf{s}_\xi = \Delta \dot{\xi} \quad (19)$$

$$\mathbf{s}_{d\xi} = \mathbf{s}_\xi(t_0) e^{-\beta_\xi t} \quad (20)$$

$$\mathbf{s}_{q\xi} = \mathbf{s}_\xi - \mathbf{s}_{d\xi} \quad (21)$$

$$\mathbf{s}_{r\xi} = \mathbf{s}_{q\xi} + k_{i\xi} \int \text{sgn}(\mathbf{s}_{q\xi}) dt \quad (22)$$

El vector $\dot{\xi}_r$ puede representar el resultado de la minimización de una función cuadrática convexa sin afectar la tarea operacional primaria, o sea, el seguimiento de $\dot{\mathbf{x}}_d$ y \mathbf{x}_d :

$$\dot{\xi}_r = -\frac{\partial J_c}{\partial \mathbf{q}}, \quad (23)$$

donde J_c es la función de costo.

De esta forma, el control (9) induce entonces un modo deslizante para todo t , por lo que se establece que $\mathbf{s}_{qx} = 0$ para todo t . Consecuentemente, la convergencia en tiempo finito deseado t_b está garantizada⁴.

IV-B. Proyector de las Restricciones Holónomas

En este trabajo la restricción holónoma se refiere a una restricción de contacto en el espacio operacional. Las fuerzas de reacción o contacto en el manipulador pertenecen al espacio de fuerza generado por los vectores columna de J_φ^T el cual es ortogonal⁵ a $\dot{\mathbf{q}}$ y normal a la superficie en el punto de contacto debido que derivando la ecuación (7) con respecto al tiempo obtenemos $\dot{\varphi}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \varphi(\mathbf{q})^T}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} = J_\varphi \dot{\mathbf{q}} = 0$ (Arimoto et al, 1993).

⁴La prueba de estabilidad del controlador (9) se encuentra en (Parra-Vega et al, 2003)

⁵La ortogonalidad entre J_φ y $\dot{\mathbf{q}}$ existe en todo momento ya que no estamos considerando momentos diferentes de cero.

La matriz que proyecta un vector al subespacio de velocidad es

$$Q_\varphi = I_n - J_\varphi^+ J_\varphi \in R^{n \times n} \quad (24)$$

donde $J_\varphi^+ = J_\varphi^T (J_\varphi J_\varphi^T)^{-1}$ es la pseudoinversa de la matriz Jacobiana de la restricción, $I_n \in R^{n \times n}$ es la matriz identidad. Dada la ortogonalidad entre los espacios de posición y fuerza, se cumple $Q J_\varphi^T = 0$, $J_\varphi^T \dot{\mathbf{q}} = 0$ y $Q \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}$. De esta forma podemos manipular consistentemente el subespacio de velocidad y el subespacio de fuerza, en función de la geometría del objeto.

IV-C. PD-deslizante para robots redundantes en movimiento restringido

La ley de control⁶

$$\tau = -K_d \mathbf{s}_r + J_\varphi^T (-\lambda_d + \dot{\mathbf{s}}_{df} + k_{iF} \tanh(\eta \mathbf{s}_{qf}) + \mathbf{s}_{rF}), \quad (25)$$

está compuesta de 2 términos. En el primero está definida la variedad del error extendido de la fuerza operacional en la dirección normal al plano tangente de la restricción holónoma evaluada en un punto. En el segundo término, aparece el operador lineal que transforma la fuerza operacional a su respectiva representación en el espacio de las fuerzas generalizadas.

A partir del proyector de la restricción (24) se cumple que

$$\dot{\mathbf{q}} = Q_\varphi (J_q^\# \dot{\mathbf{x}} + Q_q \dot{\xi}), \quad (26)$$

En este caso, $\dot{\mathbf{q}}_r$ se puede escribir de la siguiente forma

$$\dot{\mathbf{q}}_r = Q_\varphi (J_q^\# \dot{\mathbf{x}}_r + Q_q \dot{\xi}_r) + \beta J_\varphi^\# F_r, \quad (27)$$

donde $\dot{\mathbf{x}}_r$ y $\dot{\xi}_r$ son dadas, respectivamente, por (12) y (13), mientras que F_r es dada por

$$F_r = -\int_{t_0}^t \Delta \lambda dt + \mathbf{s}_{dF} - k_{iF} \int_{t_0}^t \text{sgn}(\mathbf{s}_{qF}) dt, \quad (28)$$

donde $\Delta \lambda = \lambda - \lambda_d$ es el error de seguimiento de la fuerza de contacto. Considerando que $\mathbf{s}_r = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r$ junto con las ecuaciones (12), (13), (27) y (28) podemos expresar a \mathbf{s}_r en términos de los componentes ortogonales de velocidad y fuerza

$$\mathbf{s}_r = Q_\varphi (J_q^\# \mathbf{s}_{rx} + Q_q \mathbf{s}_{r\xi}) - \beta J_\varphi^\# \mathbf{s}_{rF}, \quad (29)$$

donde \mathbf{s}_{rx} y $\mathbf{s}_{r\xi}$ son obtenidas de (18) y (22), respectivamente, \mathbf{s}_{rF} es la variedad del error extendido de fuerza tal que

$$\mathbf{s}_F = \int \Delta \lambda dt \quad (30)$$

$$\mathbf{s}_{dF} = \mathbf{s}_F(t_0) e^{-\beta_F t} \quad (31)$$

$$\mathbf{s}_{qF} = \mathbf{s}_F - \mathbf{s}_{dF} \quad (32)$$

$$\mathbf{s}_{rF} = \mathbf{s}_{qF} + k_{iF} \int \text{sgn}(\mathbf{s}_{qF}) dt \quad (33)$$

⁶Detalles completos de la prueba de estabilidad pueden consultarse en (Navarro-Alarcón y Parra-Vega, 2008).

V. SIMULACIONES

Las simulaciones se llevaron a cabo en Simulink de Matlab. La dinámica directa e inversa se calculó eficientemente con los algoritmos basados en álgebra espacial reportados en (Featherstone y Orin, 2000) utilizando el robot manipulador redundante de 7 grados de libertad PA10 de Mitsubishi. Los parámetros inerciales del PA10 fueron obtenidos de (Pholsiri y Tesar, 2004). La visualización se llevó a cabo utilizando las herramientas de realidad virtual y el visor de entornos virtuales de Simulink. El equipo de cómputo contiene un procesador AMD dual-core de 64 bits de 3.0 GHz.

Se implementaron las leyes de control (9) y (25) para los regímenes libre y restringido respectivamente. Las ganancias fueron sintonizadas como: $Kd = \text{diag}[250, 250, 250, 200, 150, 200, 100]$, $ki_F = 2$, $\eta = 300$, $ki_\xi = \text{diag}[1.5, 1.2, 2, 1.5, 1.5, 1.2, 1]$, $ki_x = \text{diag}[2, 1.5, 1]$, $\alpha_0 = \text{diag}[10, 8, 8]$, $\beta_x = 0$, $\beta_\xi = 10$, $\beta_F = 20$, $\beta = 20$,

Cabe mencionar que la sintonización corresponde a la misma para todos los controladores sin importar el estado inicial de cada robot. De acuerdo a los requerimientos para la implementación del TBG dadas en la Sección II, las funciones ζ y ρ fueron definidas como

$$\begin{aligned}\zeta &= 0,5(1 + \tanh(-(t_p - 0,2)\omega + \omega t)) \\ \rho &= (\text{sech}(-(t_p - 0,2)\omega + \omega t))^2\end{aligned}$$

donde $\omega = 8$ define la suavidad con la que varía la función tangente hiperbólica.

V-A. Casos de estudio

Se analizaron en simulación dos casos de estudio: *a)* convergencia en tiempo finito a la superficie de un objeto móvil de un robot redundante en un entorno con obstáculos y *b)* asimiento de un objeto móvil mediante tres robots cooperativos redundantes.

V-B. Caso I: Robot redundante con objetivo móvil en un entorno con obstáculos.

En el primer caso un robot redundante tiene la tarea de hacer contacto con la superficie de un objeto que se mueve libremente en un entorno con obstáculos. El robot debe hacer contacto con el objeto y cambiar de régimen libre a restringido en un tiempo finito t_p definido por el operador. Una vez que se establece el contacto debe seguir la trayectoria del objeto y permanecer en contacto a pesar de los obstáculos. El grado redundante del robot es utilizado para evadir los obstáculos del entorno. El escenario correspondiente a este caso de estudio es mostrado en la Figura 1. A fin de comparar el desempeño del esquema de control usando TBG, realizamos simulaciones utilizando el mismo entorno pero con la ganancia de retroalimentación α constante (ver ecuación (16)) y con TBG. El resultado del comportamiento de la distancia del extremo del robot respecto del objetivo se muestra en la Figura 2. Con α constante el efector final converge en forma exponencial y

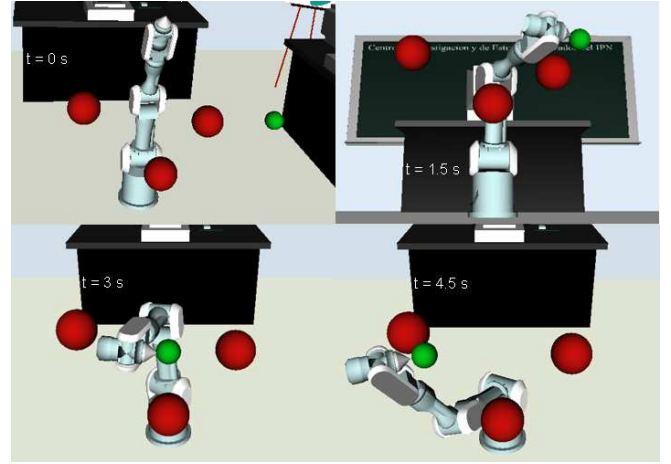


Figura 1. Un PA10 entra en contacto con un objeto móvil

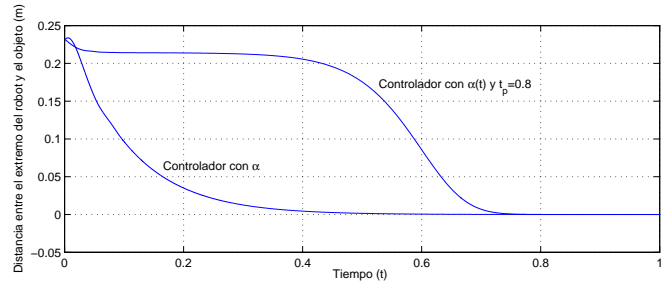


Figura 2. Esquemas de control con y sin TBG

establece contacto con el objeto en un tiempo relativamente corto, manteniendo el contacto y siguiendo la trayectoria del objeto mientras evade los obstáculos. Sin embargo, no es posible definir un tiempo deseado de convergencia arbitrario. En cambio, utilizando $\alpha(t)$, es posible definir el tiempo exacto al cual el robot deba entrar en contacto con la superficie del objeto. Se realizaron tres experimentos para tres tiempos deseados de convergencia diferentes: $t_p = 0,8$, $t_p = 1,5$ y $t_p = 5$, los resultados son ilustrados por las Figuras 2 y 3 donde se aprecia que el efector final del robot hace contacto con el objeto al tiempo especificado t_p .

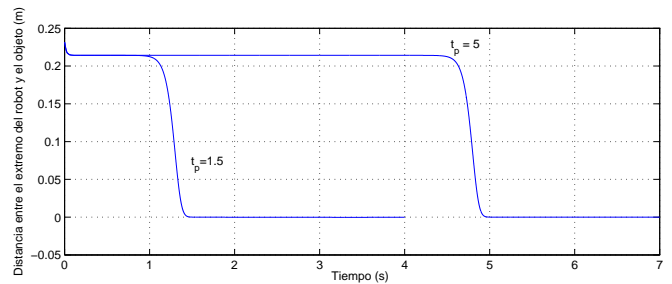


Figura 3. Controlador con TBG para $t_p = 1.5s$ y $t_p = 5s$

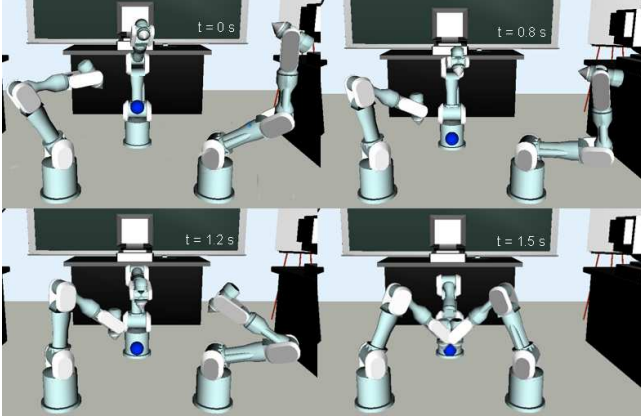


Figura 4. 3 PA10 atrapan un objeto cayendo

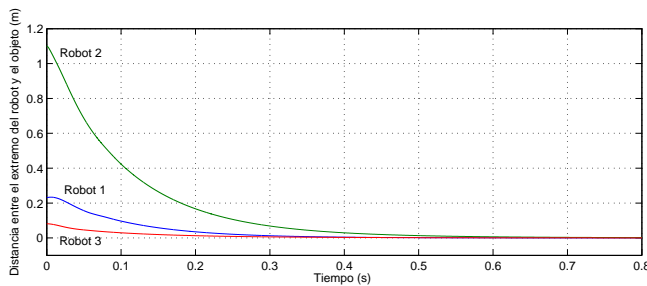


Figura 5. Esquema de control con α constante

V-C. Caso II: Asimienta de un objeto móvil mediante 3 robots cooperativos

En este caso un conjunto compuesto por tres robots redundantes atrapan un objeto que cae al centro del sistema cooperativo. El escenario creado para esta simulación se muestra en la Figura 4. La distancia inicial de la superficie del objeto al extremo de cada uno de los robots es considerablemente diferente, estas distancias se fijaron en 1.1m, 0.22m y 0.08m. Realizamos simulaciones primero tomando el valor de α (ver ecuación (16)) como constante y después con TBG. El resultado obtenido se ilustra en la Figura 5. Note que el robot con la distancia menor entre su extremo y la superficie del objeto hace contacto con este alrededor de 0.3 segundos antes que el robot con la distancia inicial mayor. Este lapso de tiempo es suficiente para que los impactos iniciales ocasionen que la tarea de asir el objeto no se pueda cumplir. Al introducir el TBG al esquema de control, los tres robots entran en contacto con el objeto al mismo tiempo, el cual puede ser definido arbitrariamente. La Figura 6 muestra el comportamiento de las distancias de cada uno de los efectores finales de los robots con respecto a la superficie del objeto con diferentes tiempos deseados de convergencia: $t_p = 0.8s$, $t_p = 1.5s$ y $t_p = 5s$. Sin tener control sobre el tiempo de convergencia no es posible que los tres robots hagan contacto con el objeto al mismo tiempo, a menos que la sintonización de las ganancias de

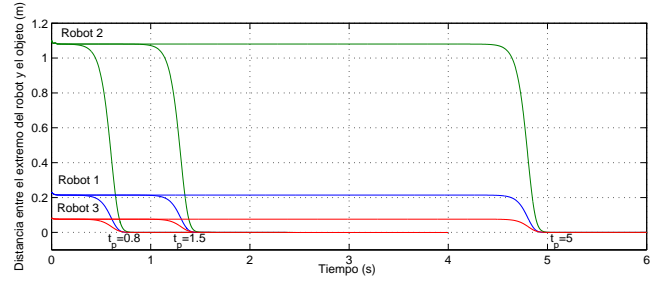


Figura 6. Controlador con TBG para t_p igual a 0.8s, 1.5s y 5s

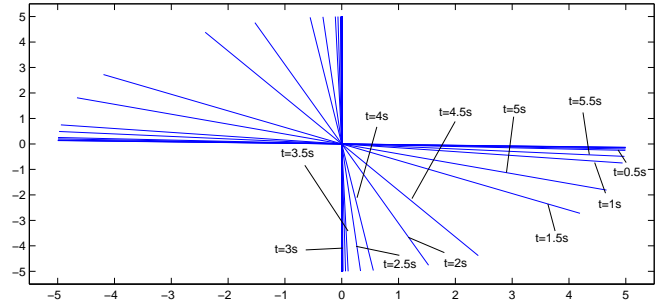


Figura 7. Comportamiento del hiperplano utilizando TBG

cada controlador sea distinta y acorde con la distancia inicial del objetivo al efector final. De esta forma se necesitaría sintonizar cada controlador cada vez que se desee cambiar la distancia inicial. Sin embargo, utilizando el TBG y una ley de control adecuada, el objetivo es factible con una misma sintonización para cada robot *independientemente de la distancia inicial del efector final de cada robot al objeto*.

La Figura 7 muestra el comportamiento del hiperplano cuya pendiente es determinada por el valor de la ganancia de retroalimentación α . Note que al ser esta ganancia variable en el tiempo, cuando se utiliza el TBG, la pendiente del hiperplano varía considerablemente. Al aproximarse t a t_p la pendiente empieza a incrementar permitiendo que los robots converjan a las posiciones deseadas, instantes antes de que t sea igual a t_p la pendiente decrece hasta ser casi cero en t_p . De esta manera se logra que los robots converjan en un tiempo finito deseado independientemente de las condiciones iniciales. El comportamiento de los pares de control se muestra en la Figura 8 para el experimento con tiempo de convergencia deseado $t_p = 5s$

VI. CONCLUSIONES

Se presentó un esquema de control basado en modos deslizantes de segundo orden para garantizar un seguimiento espacio-temporal en tiempo finito, tanto de movimiento libre como restringido. El esquema está motivado por aspectos de carácter práctico, o más bien, por la exigencia de controlar adicionalmente el eje temporal. Se integran nuestros resultados previos de movimiento libre y restringido

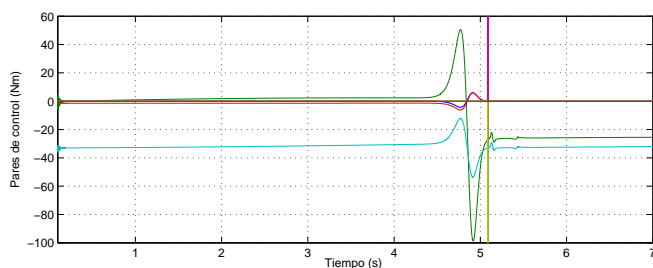


Figura 8. Pares de control para $t_p = 5s$

para robots redundantes y en contraste con otros esquemas de estabilidad terminal en la literatura, en nuestro caso es posible definir el tiempo deseado de contacto, sin depender de ningún parámetro del sistema. Se desarrollaron experimentos que demuestran la eficacia de utilizar el TBG en tareas donde se requiere no sólo alta precisión espacial sino temporal y la libertad de definir el tiempo de convergencia para asir objetos móviles y estáticos.

La resolución de la redundancia articular permite mejorar la manipulabilidad del sistema cooperativo, evadir obstáculos y límites articulares como lo comprobamos en los casos de estudio presentados. Este marco de control presenta características convenientes para diversas aplicaciones en robótica, tales como la generación del ciclo de marcha de robots bípedos, la conmutación entre régimen libre y restringido para la interacción con objetos rígidos, acoplamiento de vehículos espaciales, etc. En general su uso se puede extender a cualquier aplicación donde sea determinante controlar el tiempo de convergencia, así como tareas que involucren conmutación entre los regímenes libre y restringido.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos el soporte financiero del CONACyT por medio del proyecto No. 84855 para desarrollar este trabajo.

REFERENCIAS

- G. Arechavaleta, A. Barrios, G. Jarquin y V. Parra-Vega (2010). Simultaneous Local Motion Planning and Control for Cooperative Redundant Arms. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 4534–4539.
- G. Arechavaleta, E. López-Damián y J.-L. Morales (2009). On the use of iterative LCP solvers for dry frictional contacts in grasping. *International Conference on Advanced Robotics*, 1–6.
- S. Arimoto, Y. H. Liu y T. Naniwa (1993). Model-based adaptive hybrid control for geometrically constrained robots. *IEEE International Conference on Robotics and Automatization*, 618–623.
- M. Bianchini, S. Fanelli, M. Gori y M. Maggini (1997). Terminal Attractor Algorithms: A Critical Analysis. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **15**, 3–13.
- A. Bicchi y V. Kumar (2000). Robotic grasping and contact: a review. *IEEE International Conference on Robotics and Automation* **108**, 348–353.
- O. Brock, J. Kuffner y J. Xiao (2008). Motion for Manipulation Tasks. *Handbook of Robotics* Editores B. Sciciliano y O. Khatib, Springer, 615–645.
- R. Featherstone y D. Orin (2000). Robot Dynamics; Equations and Algorithms. *IEEE International Conference on Robotics and Automatization*, 826–834.

- O. Khatib, K. Nagai y T. Yoshikawa (1989). Dynamics and Stability in Coordination of Multiple Robotic Mechanisms. *International Journal of Robotics Research* **8**(2), 44–61.
- P. Morasso, V. Sanguineti y G. Spada (1997). A Computational Theory of Targeting Movements Based on Force Fields and Topology Representing Networks. *Neurocomputing* **108**, 411–434.
- Y. Nakamura, K. Nagai y T. Yoshikawa (1989). Dynamics and Stability in Coordination of Multiple Robotic Mechanisms. *International Journal of Robotics Research* **8**(2), 44–61.
- D. Navarro-Alarcon, V. Parra-Vega y E. Olguín-Díaz (2008). Minimum Set of Feedback Sensors for High Performance Decentralized Cooperative Force Control of Redundant Manipulators. *IEEE International Workshop on Robotic and Sensors Environments*.
- D. Navarro-Alarcon y V. Parra-Vega (2008). Force-Position Exponential Tracking of Redundant Manipulators with Model Free Sliding PD Control. *IEEE International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control*, 62–67.
- V. Parra-Vega (2001). Chattering-free Dynamical TBG Adaptive Sliding Mode Control of Robot Arms with Dynamic Friction for Tracking in Finite-time. *IEEE International Conference on Robotics and Automation* **108**, 3471–3476.
- V. Parra-Vega y G. Hirzinger (2000). Finite-time tracking for robot manipulators with continuous control. *IFAC Symposium on Robot Control*.
- V. Parra-Vega, S. Arimoto, Y. H. Liu, G. Hirzinger y Prasad Akella (2003). Dynamic Sliding PID Control for Tracking of Robot Manipulators: Theory and Experiments. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **19**, 967–976.
- C. Pholsiri y D. Tesar (2004). *Task-based Decision Making and Control of Robotic Manipulators*. Tesis doctoral. Univ. Texas at Austin.
- M.-H. Raibert y J.-J. Craig (1981). Hybrid position force control of manipulators. *ASME International Journal of Dyn. Syst. Meas. Control* **103**(2), 126–133.
- T. Simeon, J.-P. Laumond, J. Cortes y A. Sahbani (2004). Manipulation planning with probabilistic roadmaps. *The International Journal of Robotics Research* **23**, 729–746.
- J. Trinkle, J.-S. Pang y S. Sudarsky (1997). On Dynamic Multi-Rigid-Body Contact Problems with Coulomb Friction. *Journal of Applied Mathematics and Methods* **77**(4), 267–279.
- V. Utkin (1992). *Variable Structure Systems: Control and Optimization*. MIR.