

Comparación de Observadores por modos deslizantes de 1^{er} y 2^{do} orden aplicados a un intercambiador de calor

L. Enriquez-Gonzaga^a, M. Adam-Medina^a, G.-V. Guerrero-Ramirez^a
V.-M. Alvarado-Martínez^a, W.-M. Alcocer-Rosado^a, J. Reyes-Reyes^b

^aCENIDET, Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México
[linoeg, adam, gerardog, wilberth]@cenidet.edu.mx, victor@alvarado.fr

^bI.T. Zacatepec, Calzada Tecnológico No. 27, C.P. 62780, Zacatepec de Hidalgo, Morelos, México
juanreyesreyes@ieee.org

Resumen— En este trabajo se presenta la comparación de los resultados obtenidos mediante dos metodologías para el diseño de observadores, denominados: observadores por modos deslizantes de primer orden y segundo orden. Tal comparación fue realizada con el fin de comprobar la convergencia de ambos observadores y además, verificar que mediante la utilización de los observadores de segundo orden, se disminuye el efecto denominado *chattering* con respecto a los observadores de primer orden. Dichas pruebas fueron hechas en línea en una planta piloto de un intercambiador de calor (IC). En el caso de los observadores de segundo orden, el modelo matemático fue manipulado de manera que se pudiera utilizar la metodología reportada; la cual parte de la representación de un sistema mediante segundas derivadas.

Palabras clave: Observadores, modos deslizantes, *chattering*, intercambiador de calor.

I. INTRODUCCIÓN

La estimación de estados en sistemas dinámicos es un tema muy importante para propósitos de monitoreo y/o control, identificación u optimización. En la literatura, el observador de Luenberger o el filtro de Kalman están bien establecidos como una solución sistemática, para llevar a cabo la tarea de estimación de estados (Besançon y Ticlea, 2007). Los estimadores o también llamados observadores de estados, son algoritmos que estiman variables utilizando la estructura del modelo matemático del sistema real y la medición de las variables disponibles.

El comportamiento de la mayoría de los procesos químicos pueden ser modelados mediante ecuaciones diferenciales parciales, obtenidas a través de balances de masa o energía. No obstante, la implementación de observadores para sistemas modelados de dicha forma, se vuelve más complicada, lo que es indeseable para el diseño de estimadores.

Los intercambiadores de calor son dispositivos ampliamente utilizados en la industria de procesos tales como plantas de potencia, turbinas de gas, aire acondicionado, refrigeración, calefacción, sistemas criogénicos, entre otros. Sus diversas aplicaciones han conducido a la realización de investigaciones para la

mejor comprensión de su comportamiento dinámico, modelado, simulación, identificación y control desde 1940 (Zavala y Santiesteban, 2006).

La dinámica de los intercambiadores de calor puede representarse de manera matemática principalmente de dos maneras: a través de modelos de parámetros distribuidos o modelos de parámetros concentrados. Debido a que las variaciones de los parámetros involucrados ocurre tanto en tiempo como en espacio, los modelos con parámetros distribuidos son los que mejor ajustan a la dinámica del intercambiador. Estos modelos, son representados a través de un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales (Santiesteban, 2004), sin embargo, son difíciles de analizar, complicadas para su simulación y complejos para diseño, por lo que generalmente se prefieren aproximaciones mediante modelos de parámetros concentrados (Hidalgo, 2008).

En la literatura se encuentra que los observadores por modos deslizantes, también mencionados como observadores deslizantes, son una alternativa para su implementación en sistemas de control por poseer características como robustez ante ruidos de medición, incertidumbre paramétrica y errores de modelado (Sreedhar *et al.*, 1993). Sin embargo, en aplicaciones prácticas se mostró que los modos deslizantes presentaban un comportamiento con oscilaciones de alta frecuencia denominado *chattering* (Perruquetti y Barbot, 2002). Este fenómeno es el principal problema para poder implementar esquemas de estimación o control por modos deslizantes, por lo que surgieron algunos estudios con el fin de determinar su comportamiento y atenuarlo (Fridman, 2001; Bartolini y Punta, 2009; Boiko *et al.*, 2007).

II. MODELO DEL INTERCAMBIADOR DE CALOR

El intercambiador de calor es un dispositivo que sirve para transferir energía calorífica entre dos fluidos a diferentes temperaturas, uno de los intercambiadores de calor más comunes se compone de un tubo colocado concéntricamente dentro de otro tubo de mayor diámetro, este montaje funciona, tanto en contracorriente (flujos contrarios) como en flujo paralelo, cir-

culando el fluido caliente o el frío a través del tubo interior, mientras que el otro fluido circula por el tubo exterior.

Nomenclatura	
A	Área transferencia de calor
c_{pc}	Calor específico en el lado frío
c_{ph}	Calor específico en el lado caliente
T_{ci}, T_{hi}	Temperaturas de entrada en el lado frío y caliente respectivamente
T_{co}, T_{ho}	Temperaturas de salida en el lado frío y caliente respectivamente
U	Coefficiente de transferencia de calor
v_c	Flujo en el lado frío
v_h	Flujo en el lado caliente
V_c	Volumen del tubo de la parte fría
V_h	Volumen del tubo de la parte caliente
ρ_c	Densidad del fluido frío
ρ_h	Densidad del fluido caliente

El modelo matemático del IC considerado, surge a partir de la concepción del sistema como un arreglo de secciones llamadas celdas. Cada celda consiste de dos tanques perfectamente agitados conectados por una pared conductora de calor (Weyer *et al.*, 2000). El sistema de ecuaciones que describe la dinámica considerando una celda es mostrado en la Ec. (1)

$$\dot{T}_{co} = \frac{v_c}{V_c} (T_{ci} - T_{co}) + \frac{U_c A}{\rho_c c_{pc} V_c} (T_{ho} - T_{co}) \quad (1)$$

$$\dot{T}_{ho} = \frac{v_h}{V_h} (T_{hi} - T_{ho}) - \frac{U_h A}{\rho_h c_{ph} V_h} (T_{ho} - T_{co})$$

donde c denota la parte fría y h la parte caliente, mientras i y o indican entradas y salidas respectivamente.

Una consideración importante para utilizar el modelo en la Ec. (1), es considerar que las propiedades físicas del fluido (ρ y c_p) son constantes. Por otro lado, al considerar un valor constante del coeficiente de transferencia de calor U , el rango válido de operación del modelo es limitado y el error de estimación aumentará conforme el sistema se aleja de dicho punto de operación. De acuerdo a Hangos *et al.* (2004), un caso más realista es considerar la variación del coeficiente de transferencia de calor, además los autores en Incropera y DeWitt (1996), mencionan que al considerar que los fluidos no experimentan ningún cambio de fase, es posible calcular el parámetro U mediante las ecuaciones en la Ec. (2).

$$\begin{aligned} Q &= v_c \rho_c c_{pc} (T_{co} - T_{ci}) \\ Q &= v_h \rho_h c_{ph} (T_{hi} - T_{ho}) \\ U &= \frac{Q}{A(T_{ho} - T_{co})} \end{aligned} \quad (2)$$

Además de las consideraciones, en el modelo matemático de la Ec. (1) son tomadas en cuenta las siguientes suposiciones:

- A1 El volumen en los tubos es constante.
- A2 El coeficiente de transferencia de calor se relaciona con las temperaturas de los fluidos.

A3 Las propiedades físicas y químicas de los fluidos se mantienen constantes.

A4 No existe transferencia de calor entre el tubo externo y el medio ambiente.

A5 No hay almacenamiento de energía calorífica en las paredes de los tubos.

A6 Las entradas y salidas del sistema son medibles.

Se debe tener en cuenta que a pesar que el modelo obtenido es un modelo simplificado, éste describirá las principales características del comportamiento del intercambiador de calor bajo las suposiciones mostradas.

III. OBSERVADORES POR MODOS DESLIZANTES

En general, un observador de estados es un sistema recursivo cuyo fin es estimar las variables de estado del sistema real, a partir del conocimiento de sus entradas y salidas. Por ejemplo, considerando un sistema no lineal general de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (3)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ las entradas, f y h campos vectoriales y $y \in \mathbb{R}^p$ las salidas.

Para diseñar un observador para el sistema en la Ec. (3), es necesario encontrar el término \mathbf{K} de manera que mediante la resolución de la Ec. (4) se obtenga la estimación de x

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= f(\hat{x}, u) + \mathbf{K}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= h(\hat{x}) \end{aligned} \quad (4)$$

el símbolo $(\hat{\cdot})$ representa la estimación de la variable en cuestión, es decir, \hat{x} es la estimación de x . Puede notarse que el observador en la Ec. (4), está constituido por la copia del modelo del sistema real y el término $\mathbf{K}(y - \hat{y})$ conocido como término de corrección, donde \mathbf{K} es la ganancia del observador (Luenberger, 1971; Deza *et al.*, 1992). El factor $(y - \hat{y})$ es el error entre el sistema real y la estimación. El objetivo del observador en (4), es que sus variables de estado converjan a las del sistema real mediante la disminución del error de estimación $\|x - \hat{x}\|$ a cero en el menor tiempo posible. Una de las suposiciones de este observador es que los parámetros son constantes. Sin embargo, en aplicaciones reales los parámetros de un sistema pueden variar durante su funcionamiento, por tal motivo, es necesario el diseño de observadores que sean capaces de realizar la estimación de las variables de estado del sistema, aun ante las variaciones o incertidumbre de cualquier parámetro (Astorga *et al.*, 2007).

Los observadores por modos deslizantes, denominados también como observadores deslizantes, son considerados algoritmos robustos ante incertidumbre paramétrica (Haskara, 1996; Sreedhar *et al.*, 1993), capaces de estimar los estados del sistema. La evolución de su investigación, ha generado la obtención

de diseños de observadores de primer orden (Wang *et al.*, 1997), así como de segundo orden (Davila *et al.*, 2005).

III-A. Observadores deslizantes de primer orden (omd)

Un observador por modos deslizantes de primer orden para un sistema general (3), considerando que $y = x_1$, tiene la siguiente forma

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= f_1(\hat{x}, u) + k_1 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f_2(\hat{x}, u) + k_2 \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1) \\ &\vdots \\ \dot{\hat{x}}_n &= f_n(\hat{x}, u) + k_n \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1)\end{aligned}\quad (5)$$

donde los valores de la función signo (sgn) son:

$$\text{sgn}(\sigma) \begin{cases} 1 & \text{si } \sigma > 0 \\ 0 & \text{si } \sigma = 0 \\ -1 & \text{si } \sigma < 0 \end{cases} \quad (6)$$

Definiendo el error de estimación como $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$, su dinámica se describe de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \Delta f_1 + \delta f_1 - k_1 \text{sgn}(e_1) \\ \dot{e}_2 &= \Delta f_2 + \delta f_2 - k_2 \text{sgn}(e_1) \\ &\vdots \\ \dot{e}_n &= \Delta f_n + \delta f_n - k_n \text{sgn}(e_1)\end{aligned}\quad (7)$$

donde $\Delta f_i = f_i(x, u) - f_i(\hat{x}, u)$ y δf_i es el error de modelado. El valor de la ganancia k_1 puede ser asignado en base a cotas, cumpliendo que

$$k_1 \geq \eta_1 + F_1 \quad (8)$$

siendo η_1 una constante positiva, y $|\Delta f_1 + \delta f_1| \leq F_1$

De acuerdo a Filipov, las ganancias restantes pueden ser obtenidas aplicando el concepto de dinámica equivalente a las ecuaciones del error en (7) y linealizando con respecto a \hat{x} (Slotine y Li, 1991). Además, este procedimiento es fácilmente extendido a sistemas MIMO (Wang *et al.*, 1997).

III-B. Observadores deslizantes de segundo orden (sosmo)

El diseño de un observador deslizante de segundo orden, parte de la consideración de un sistema de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x_1, x_2, u) + \xi(x_1, x_2, u)\end{aligned}\quad (9)$$

donde $x_{(1,2)} \in \mathbb{R}^n$ son los estados, $u \in \mathbb{R}^m$ las entradas, f un campo vectorial y ξ la incertidumbre del sistema. La forma del observador deslizante de segundo orden es:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + z_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 &= f(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u) + z_2\end{aligned}\quad (10)$$

siendo las variables de corrección

$$\begin{aligned}z_1 &= \lambda |x_1 - \hat{x}_1|^{1/2} \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ z_2 &= \alpha \text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1)\end{aligned}\quad (11)$$

Definiendo $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$ y $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$ se obtienen las ecuaciones del error como sigue

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= e_2 - \lambda |e_1|^{1/2} \text{sgn}(e_1) \\ \dot{e}_2 &= F(x_1, \hat{x}_1, x_2, \hat{x}_2, u) - \alpha \text{sign}(e_1)\end{aligned}\quad (12)$$

donde $F(x_1, \hat{x}_1, x_2, \hat{x}_2, u) = f(x_1, x_2, u) - f(\hat{x}_1, \hat{x}_2, u) + \xi(x_1, x_2, u)$. Suponiendo que las variables de estado del sistema se pueden considerar como acotadas, se asegura la existencia de una constante f^+ , de manera que la desigualdad

$$|F(x_1, \hat{x}_1, x_2, \hat{x}_2, u)| < f^+ \quad (13)$$

se cumple para cualquier valor posible de x_1, x_2 .

Sean α y λ constantes que satisfacen las siguientes desigualdades

$$\begin{aligned}\alpha &> f^+ \\ \lambda &> \sqrt{\frac{2}{\alpha - f^+} \frac{(\alpha + f^+)(1+p)}{(1-p)}}\end{aligned}\quad (14)$$

donde p es una constante arbitraria positiva, $0 < p < 1$.

Teorema 1: Suponga que los parámetros del observador en (11), son seleccionadas de acuerdo a las desigualdades mostradas en (14), y la condición (13) se cumple para el sistema (10). Entonces las variables estimadas por el observador, convergen en un tiempo finito a los estados del sistema (9) (Davila *et al.*, 2005).

IV. FUNCIÓN DE CONMUTACIÓN

A pesar de que en años recientes, varios autores (Rashid *et al.*, 2008; Chen *et al.*, 2007; Resendiz *et al.*, 2008) han investigado distintas soluciones para la disminución del chattering, todos ellos presentan resultados mediante simulaciones. Por otro lado, en Edwards y Spurgeon (1998) se presenta una función de conmutación suave denominada *sigmoide* (ver Figura 1) la cual es una aproximación suave de la función signo.

$$\mathcal{V} = \frac{e}{|e| + \delta} \quad (15)$$

donde e para el caso de observadores, es el error de estimación y δ es un escalar positivo, además, a medida que el valor de este parámetro es menor, la función de la Ec. (15) es una aproximación muy cercana a la función signo, por lo que se mantiene el rendimiento ideal asegurando una respuesta suave y con ello la disminución de la conmutación de alta frecuencia (chattering).

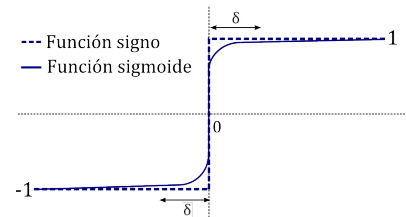


Figura 1. Funciones de conmutación.

V. APLICACIÓN AL INTERCAMBIADOR DE CALOR

La planta piloto del intercambiador de calor es un modelo a escala en el cual fueron realizadas las pruebas en línea. Los parámetros del sistema $A, \rho_c, \rho_h, c_{pc}, c_{ph}, V_c$ y V_h son conocidos y constantes, los cuales son mostrados en la tabla I. Agrupando además, términos de manera que $sc = AU/(\rho_c c_{pc} V_c)$, $sh = AU/(\rho_h c_{ph} V_h)$, se puede reescribir la Ec. (3) de forma simplificada como sigue

$$\begin{aligned}\dot{\hat{T}}_{co} &= \frac{v_c}{V_c}(T_{ci} - \hat{T}_{co}) + sc(\hat{T}_{ho} - \hat{T}_{co}) \\ \dot{\hat{T}}_{ho} &= \frac{v_h}{V_h}(T_{hi} - \hat{T}_{ho}) - sh(\hat{T}_{ho} - \hat{T}_{co})\end{aligned}\quad (16)$$

TABLA I
VALORES DE LAS CONSTANTES UTILIZADAS

Constantes	Valores
A	0.014 m ²
ρ_c	988.8 Kg/m ³
ρ_h	973.3 Kg/m ³
V_c	134.99 × 10 ⁻⁶ m ³
V_h	15.512 × 10 ⁻⁶ m ³
c_{pc}	4174 J/Kg°C
c_{ph}	4191 J/Kg°C

Las consideraciones adicionales son:

A7 El flujo del lado frío v_c y la temperatura caliente de entrada T_{hi} son medibles y son también las entradas al sistema u_1 y u_2 respectivamente.

A8 Las temperaturas de salida T_{co} y T_{ho} son medidas, pero solo T_{ho} es la salida (y_1) utilizada para el diseño del observador.

A9 Los parámetros T_{ci} y v_h son de igual forma medibles.

De acuerdo a las suposiciones y consideraciones anteriores, los observadores por modos deslizantes de primer y segundo orden fueron obtenidos como se muestra a continuación.

Observador de primer orden

De acuerdo a la metodología de la sección III-A y utilizando la función de conmutación sigmoide, el observador deslizante de primer orden esta descrito por:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{T}}_{co} &= \frac{v_c}{V_c}(T_{ci} - \hat{T}_{co}) + sc(\hat{T}_{ho} - \hat{T}_{co}) + k_1 \mathcal{V} \\ \dot{\hat{T}}_{ho} &= \frac{v_h}{V_h}(T_{hi} - \hat{T}_{ho}) - sh(\hat{T}_{ho} - \hat{T}_{co}) + k_2 \mathcal{V}\end{aligned}\quad (17)$$

donde $y = T_{ho}$, $\hat{y} = \hat{T}_{ho}$, $e_y = y - \hat{y}$ y

$$\mathcal{V} \begin{cases} \frac{e_y}{|e_y| + \delta} & \text{si } e_y \neq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Observador de segundo orden

Para adaptar el modelo matemático del IC a la forma del observador de segundo orden de la Ec. (10), la

salida de temperatura T_{ho} real, fue seleccionada para formar el estado x_2 ; mientras que el error fue evaluado integrando este estado tanto para el sistema real, así como para el observador formando con ello el estado x_1 ; surgiendo por tal motivo un estado x_0 , que describe la dinámica de la temperatura fría del IC (T_{co}). Por lo tanto el observador deslizante de segundo orden tiene la siguiente forma

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_0 &= \frac{v_c}{V_c}(T_{ci} - \hat{T}_{co}) + sc(\hat{T}_{ho} - \hat{T}_{co}) \\ \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_{2(2)} + z_{1(2)} \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \frac{v_h}{V_h}(T_{hi} - \hat{T}_{ho}) - sh(\hat{T}_{ho} - \hat{T}_{co}) + z_{2(2)}\end{aligned}\quad (18)$$

donde

$$\begin{aligned}z_1 &= \lambda |x_1 - \hat{x}_1|^{1/2} \mathcal{V} \\ z_2 &= \alpha \mathcal{V}\end{aligned}$$

De igual forma que para el caso anterior la función de conmutación \mathcal{V} es

$$\mathcal{V} \begin{cases} \frac{e_y}{|e_y| + \delta} & \text{si } e_y \neq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

con $y = T_{ho}$, $\hat{y} = \hat{T}_{ho}$, $e_y = y - \hat{y}$.

VI. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con la finalidad de validar los resultados teóricos, se realizaron pruebas experimentales llevadas a cabo en línea un una planta piloto de tubos concéntricos, la cual cuenta con la instrumentación necesaria para tales pruebas. Ésta planta es un modelo a escala de un intercambiador de calor el cual funciona como enfriador y opera en configuración contracorriente.

La implementación de los observadores se hizo a través de una computadora personal usando el software LabView®. Los resultados que se muestran a continuación se presentan en dos secciones ya que la comparación de los observadores se hizo mediante dos pruebas en línea ante diferentes condiciones.

VI-A. Prueba No. 1

Las primeras condiciones bajo las cuales se realizó la prueba fueron: flujo de entrada caliente $v_h = 1.66 \times 10^{-5}$ m³/seg, temperatura fría de entrada $T_{ci} = 29^\circ\text{C}$, temperatura caliente de entrada T_{hi} y el flujo frío de entrada se muestran en la imagen de la Figura 2 (a) y (b) respectivamente. Las condiciones iniciales de ambos observadores fueron $T_{co}^0 = 38^\circ\text{C}$ y $T_{ho}^0 = 43^\circ\text{C}$. Cabe mencionar que el paso de integración para esta primera prueba fue de $t_s = 0.5$ y el parámetro δ de la función \mathcal{V} se seleccionó con un valor de 11.

En las imágenes de la Figura 3 se muestran cada una de las temperaturas de salida T_{co} y T_{ho} así como sus estimaciones \hat{T}_{co} y \hat{T}_{ho} respectivamente. Las gráficas corresponden a los resultados obtenidos utilizando los observadores de primer orden y segundo orden, en las imágenes es fácil observar que ambos observadores

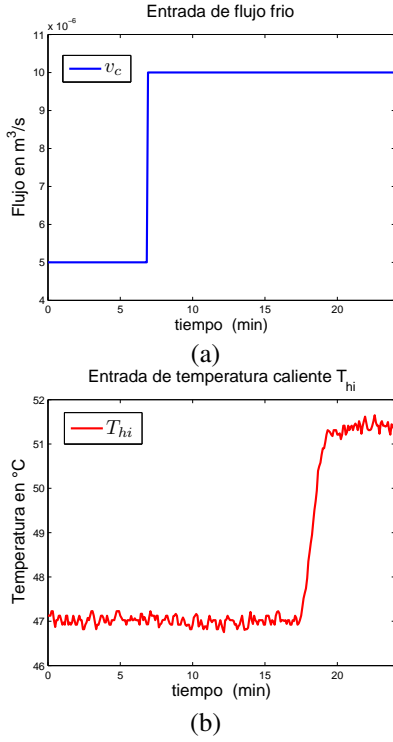


Figura 2. Entradas de: (a) flujo y (b) temperatura.

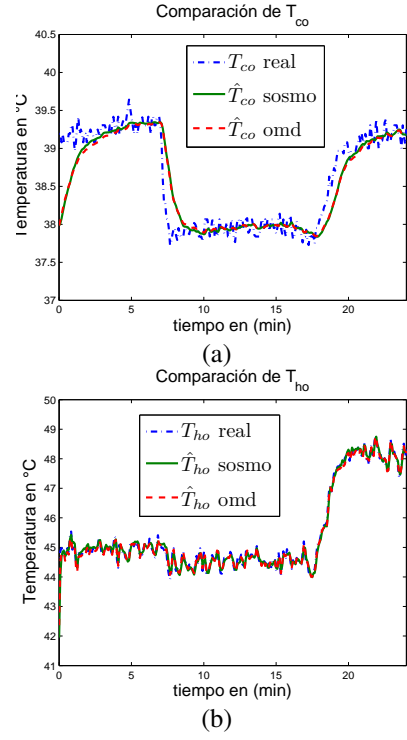


Figura 3. Temperaturas de salida: (a) T_{co} y (b) T_{ho} .

convergen a los valores reales del sistema siendo sus respuestas muy parecidas.

A pesar de que los resultados mostrados fueron satisfactorios, se hizo una segunda prueba disminuyendo el valor del parámetro δ en la función de conmutación siendo ahora un valor más bajo, esto con el fin de analizar la repercusión de dicho parámetro en la estimación de los observadores.

VI-B. Prueba No. 2

Para la realización de la segunda prueba las condiciones que permanecieron sin cambios fueron: el flujo de entrada caliente $v_h = 1.66 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{seg}$ y la temperatura fría de entrada $T_{ci} = 29^\circ\text{C}$ mientras que las condiciones iniciales de ambos observadores fueron $T_{co}^0 = 33^\circ\text{C}$ y $T_{ho}^0 = 38^\circ\text{C}$.

Los cambios de la temperatura caliente de entrada T_{hi} y el flujo frío de entrada se muestran en la imagen de la Figura 4 (a) y (b) respectivamente. Como se mencionó anteriormente, el parámetro δ de la función \mathcal{V} se cambió a un valor de 7 y el paso de integración se mantuvo en $t_s = 0.5$.

En la Figura 5, se muestra la comparación de las mediciones reales del sistema (incisos (a¹) y (b¹)) y los resultados de las estimaciones de cada observador (incisos (a²) y (b²)), donde es muy evidente que el error de estimación del observador de primer orden aumenta en gran medida en el caso de T_{ho} , y a pesar que para el caso de T_{co} dicho error aumenta en menor proporción con respecto al observador de segundo orden, es claro que tales consecuencias se deben al efecto del chattering, cuyo comportamiento

puede visualizarse en las gráficas. Por otro lado, el observador de segundo orden mantiene su desempeño convergiendo a los valores reales del sistema. Sin embargo, debe notarse que a pesar del considerable aumento del error de estimación del observador de primer orden, éste no diverge de los estados a los que intenta estimar, es decir, permanece con oscilaciones, alrededor de los valores reales de las variables de estado del sistema.

VII. CONCLUSIONES

En este trabajo se mostró que es posible acoplar un sistema cuyo modelo matemático no es obtenido naturalmente mediante segundas derivadas, a la forma necesaria para el diseño de observadores por modos deslizantes de segundo orden, siempre y cuando se tenga la posibilidad de obtener la integración de las variables de estado a partir de alguna señal medida directamente del sistema real.

El sistema en el cual se validaron ambos observadores, es un modelo a escala de un intercambiador de calor cuyo modelo matemático es un modelo simplificado, lo cual puede provocar la pérdida de algunas dinámicas del sistema, sin embargo, en las pruebas experimentales fue mostrado que tales dinámicas pueden ser estimadas por los observadores.

A pesar que la obtención de las ganancias para los observadores deslizantes parte de la consideración de cotas, es más fácil el cálculo de las ganancias del observador deslizante de segundo orden, que las ganancias del observador de primer orden.

Los resultados obtenidos mostraron que mediante la sintonización de la función de conmutación sigmoide,

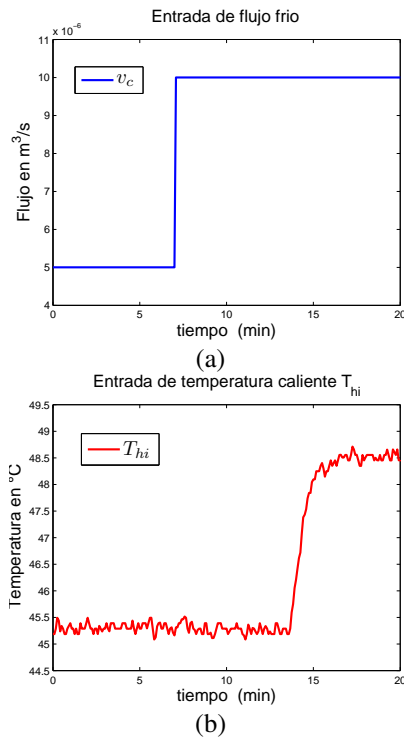


Figura 4. (a) Flujo y (b) temperatura de entrada.

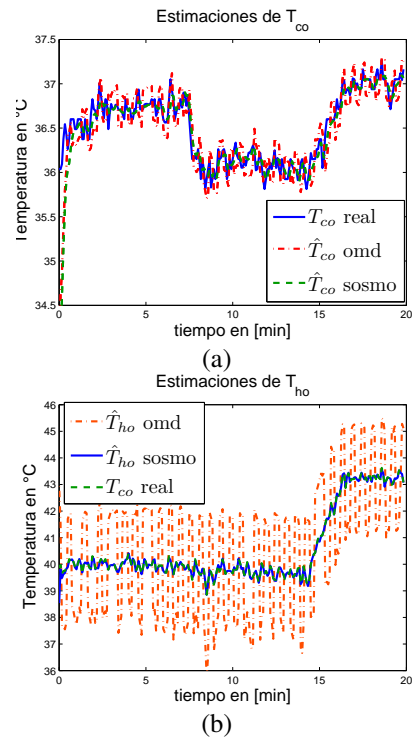


Figura 5. Temperaturas de salida: (a^{1,2}) T_{co} y (b^{1,2}) T_{ho} .

a través del parámetro de suavización δ , es posible suavizar la respuesta de los observadores obteniendo con ello la reducción del error de estimación y la disminución del chattering. Además, se demostró que el observador de primer orden es más sensible a la variación de δ , mostrando con ello que el observador de segundo orden tiene un rango de valores más amplio, en comparación con el de primer orden, para el parámetro de suavización, lo que permite aproximar mejor a la función de conmutación signo y con ello obtener eventualmente una mejor estimación.

REFERENCIAS

Astorga, C., A. Zavala, V. Alvarado, R. Méndez y J. Reyes (2007). Performance monitoring of heat exchangers via adaptive observers. *Measurement* **40**, 390–405.

Bartolini, G. y E. Punta (2009). Reduced-order observer and chattering reduction for sliding mode control of nonlinear systems. En: *48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*.

Besançon, G. y A. Ticlea (2007). An immersion based observer design for rank observable nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **52**, 83–87.

Boiko, I., L. Fridman, A. Pisano y E. Usai (2007). Analysis of chattering in systems with second-order sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control* **52**, 2085–2102.

Chen, M.S., C.H. Chen y F.Y. Yang (2007). An ltr-observer-based dynamic sliding mode control for chattering reduction. *Automatica* **43**, 1111–1116.

Davila, J., L. Fridman y A. Levant (2005). Second order sliding mode observer for mechanical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **50**, 1785–1789.

Deza, F., E. Busvell, J.P. Gauthier y D. Rakotpra (1992). High gain estimation for nonlinear systems. *Systems & Control Letters* **18**, 295–299.

Edwards, C. y S. Spurgeon (1998). *Sliding Mode Control theory and applications*. Taylor and Francis.

Fridman, L. (2001). An averaging approach to chattering. *IEEE Transactions on Automatic Control* **46**, 1260–1265.

Hangos, K.M., J. Bokor y G. Szederkényi (2004). *Analysis and Control of Nonlinear Process Systems*. Springer.

Haskara, I. (1996). Sliding mode controllers and observers. Tesis de maestría. The Ohio State University, Columbus, Ohio. EU.

Hidalgo, J. (2008). Sensores virtuales basados en observadores continuos-discretos. Tesis de maestría. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (*cenidet*), Cuernavaca Mor., Mex.

Incropera, F.P. y D.P. DeWitt (1996). *Fundamentos de Transferencia de Calor*. Prentice Hall.

Luenberger, D. (1971). An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control* **16**, 596–602.

Perruquetti, W. y J.P. Barbot (2002). *Sliding Mode Control in Engineering*. Marcel Dekker.

Rashid, A., M. Noh y A.H. Mohd (2008). Chattering-free sliding mode control for an active magnetic bearing system. *World Academy of Science, Engineering and Technology* **39**, 385–391.

Resendiz, J., W. Yu y L. Fridman (2008). Discrete-time sliding mode neural observer for continuous time mechanical systems. En: *47th IEEE Conference on Decision and Control*.

Santiesteban, R. (2004). Estudio analítico de un tipo de modelo compartimental de intercambiadores de calor de tubos concéntricos. Tesis de maestría. Instituto de Investigación Científica y Tecnológica, AC. (IPICYT), San Luis Potosí, SLP. Mex.

Slotine, J.E. y W. Li (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall.

Sreedhar, R., B. Fernández y G.Y. Masada (1993). Robust fault detection in nonlinear systems using sliding mode observers. En: *Second IEEE Conference on Control Applications*.

Wang, G.B., S.S. Peng y H.P. Huang (1997). A sliding observer for nonlinear process control. *Chemical Engineering Science* **52**, 787–805.

Weyer, E., G. Szederkényi y K. Hangos (2000). Grey box fault detection of heat exchangers. *Elsevier Science* **8**, 121–13.

Zavala, A. y R. Santiesteban (2006). Reliable compartmental models for double pipe heat exchangers: an analytical study. *Applied Mathematical Modelling* **31**, 1739–1752.