



Estimación de las reacciones aerodinámicas de una miniaeronave de ala fija utilizando Inmersión e Invarianza.

Sergio A. Araujo-Estrada[†], Oscar R. Guzmán-Caso*, Hugo Rodríguez-Cortés[†]

[†] Sección Mecatrónica, Departamento de Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV-IPN

Av. Instituto Politécnico Nacional 2508, San Pedro Zacatenco, México

saraujo@cinvestav.mx, hrodriguez@cinvestav.mx

Tel. 5747 3800 Ext. 6310

* Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica del IPN, Unidad Ticomán

Av. San José Ticomán No. 600, Delegación Gustavo A. Madero, México D.F. C.P. 07340

rguzmanc@hotmail.com

Resumen—Este artículo aborda el problema de estimación de las reacciones aerodinámicas de una miniaeronave de ala fija. El algoritmo de estimación propuesto se basa en la técnica de Inmersión e Invarianza. El desempeño del estimador se evalúa a través de experimentos, utilizando mediciones entregadas por una Unidad de Medición Inercial y un Sistema de Posicionamiento Global. Las variables estimadas se utilizan para reconstruir las mediciones, los resultados obtenidos son satisfactorios.

Palabras clave: Inmersión e Invarianza, reacciones aerodinámicas, Unidad de Medición Inercial, Sistema de posicionamiento global.

I. INTRODUCCIÓN

Un modelo matemático es fundamental para explicar los fenómenos que acontecen en la naturaleza, éste describe las relaciones entre las diferentes variables que intervienen en el mismo. Poseer un buen modelo matemático es de gran importancia en la dinámica y control de aeronaves, de cumplirse lo anterior, es posible obtener una buena idea del comportamiento que tendrá una aeronave en condiciones de trabajo reales. Es por ello que cuando se ha decidido establecer un modelo matemático específico que se considera describe la dinámica de la aeronave, es de vital importancia estimar las reacciones que surgen de la interacción entre la aeronave y la atmósfera.

La estimación utiliza observaciones y mediciones de los datos de vuelo para lograr su cometido. En la actualidad los paquetes de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, del inglés Computational Fluid Dynamics) y las pruebas en túnel de viento permiten obtener información valiosa acerca del comportamiento de una aeronave sin llegar a construir la aeronave real. Sin embargo, existen varias ventajas que la estimación de las reacciones aerodinámicas tiene sobre las otras dos como:

- Verificación de datos obtenidos en paquetes de CFD y en el túnel de viento.

- Al realizarse con la aeronave real, y todos los componentes instalados, se obtienen estimados más precisos.
- Muchos de los movimientos de la aeronave y condiciones de vuelo no pueden ser producidos en túneles de viento y paquetes de CFD.
- En el caso de miniaeronaves el costo del uso del túnel de viento y el precio de los paquetes de CFD, es comparable a la realización del vuelo.

Desde hace 60 años se han realizado esfuerzos para realizar la identificación de aeronaves. En particular este problema se trata de forma general en (Raol, 2004) y (Klein, 2006). Para entender el uso y las dificultades de sintonización del filtro de Kalman Extendido los trabajos de (Peyada, 2007) y (Chowdhary, 2006) son de gran utilidad. Los resultados obtenidos en (Estrada-Sánchez, 2008) y (Karagiannis y Astolfi, 2007) sugieren que la técnica de Inmersión e Invarianza es útil para la estimación de los parámetros de la aeronave.

En este trabajo se determinan las reacciones aerodinámicas de una aeronave de ala fija, es decir las fuerzas y momentos aerodinámicos. El algoritmo de estimación propuesto se basa en la técnica de Inmersión e Invarianza (Astolfi, 2003) y se realizan experimentos para probar su desempeño. El resto del artículo se organiza como sigue, en la Sección II se presenta el modelo matemático de la cinemática, la dinámica y del sistema de medición, así como las herramientas que se utilizan para evaluar el desempeño del estimador. El diseño del algoritmo de estimación se describe en la Sección III. En la Sección IV se presentan las variables obtenidas por el estimador y el desempeño del mismo. Por último en la Sección V se presentan comentarios concluyentes.

II. MODELO MATEMÁTICO

En esta sección se establecen las ecuaciones cinemáticas y dinámicas que describen el movimiento de la aeronave,

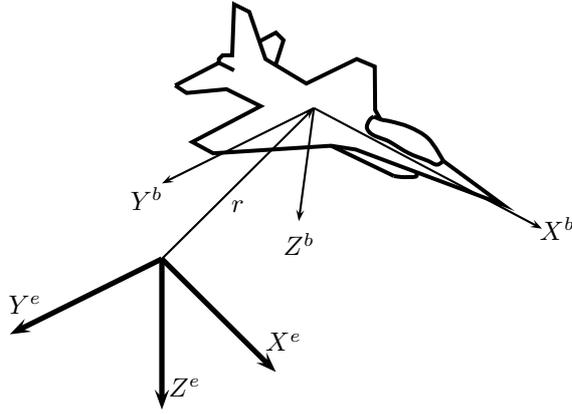


Figura 1. Sistemas coordenados ejes tierra y ejes cuerpo.

así como el modelo matemático que representa el comportamiento de la planta motriz y el correspondiente a los sensores que se utilizan en los experimentos, necesarias para poder realizar la estimación de las reacciones aerodinámicas de la misma.

II-A. Modelo cinemático

Considere un vector de posición r , que representa la distancia entre el origen del sistema $O_{X^e Y^e Z^e}$ y el origen del sistema $O_{X^b Y^b Z^b}$, éste último situado en el Centro de Masa (CM) de la aeronave. El vector está definido por $r = [x^e, y^e, z^e]^T$, como se muestra en la Figura 1, la dependencia de r respecto al tiempo t , se ha omitido para simplificar la notación. Ahora, si se deriva r respecto a t , se obtiene

$$V_{CM}^e = \dot{r} = [\dot{x}^e, \dot{y}^e, \dot{z}^e]^T \quad (1)$$

en donde V_{CM}^e es la velocidad del CM representada en ejes tierra. La relación que guardan la velocidad del CM representada en ejes cuerpo V_{CM}^b y V_{CM}^e está dada por

$$V_{CM}^b = R V_{CM}^e \quad (2)$$

con $V_{CM}^b = [u, v, w]^T$ y

$$R = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & c_\theta s_\phi \\ c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi & c_\theta c_\phi \end{pmatrix} \quad (3)$$

en donde ϕ es el desplazamiento angular de alabeo, θ el desplazamiento angular de cabeceo y ψ el desplazamiento angular de guiñada, y se conocen como los ángulos de *Euler*. Además, $c_x = \cos(x)$ y $s_x = \sin(x)$. La relación inversa de (2) es

$$V_{CM}^e = R^T V_{CM}^b \quad (4)$$

dado que $R^{-1} = R^T$. Ahora, definiendo $\eta = [\phi, \theta, \psi]^T$ y a la velocidad angular en ejes cuerpo como $\Omega = [p, q, r]^T$, ésta última se relaciona con la razón de cambio de los ángulos de *Euler*, como sigue

$$\Omega = W \dot{\eta} \quad (5)$$

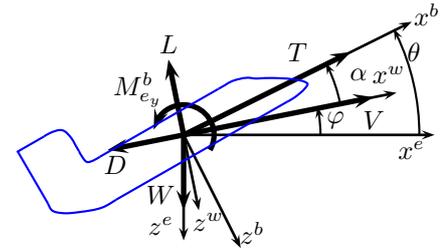


Figura 2. Reacciones aerodinámicas.

en donde

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & c_\theta s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\theta c_\phi \end{pmatrix} \quad (6)$$

por último, la cinemática rotacional queda definida por

$$\dot{\eta} = W^{-1} \Omega \quad (7)$$

II-B. Modelo dinámico

El modelo matemático del sistema, que se utiliza en el diseño del algoritmo de estimación está dado por

$$\begin{aligned} m \dot{V}_{CM}^b + m S(\Omega) V_{CM}^b &= F_E^b \\ J \dot{\Omega} + S(\Omega) J \Omega &= M_E \end{aligned} \quad (8)$$

en donde m es la masa, J la matriz de inercia, F_E^b representa las fuerzas externas aplicadas y M_E los momentos externos aplicados, y $S(\Omega)$ es una matriz definida de forma tal que $S(\Omega) V_{CM}^b = \Omega \times V_{CM}^b$. La forma de la matriz de inercia es

$$J = \begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{pmatrix} \quad (9)$$

Además, la naturaleza de las fuerzas y momentos aplicados se expresa matemáticamente como

$$\begin{aligned} F_E^b &= F_A^b + F_T^b + F_G^b \\ M_E &= M_A \end{aligned} \quad (10)$$

en donde el subíndice indica la naturaleza de la variable; A para aerodinámica, T para propulsiva y G para gravitacional. Las fuerzas y momentos aerodinámicos, ver Figura 2, expresados en el sistema $O_{X^b Y^b Z^b}$ están dados por

$$\begin{aligned} F_A^b &= [X, \bar{Y}, Z]^T \\ M_A &= [\bar{L}, M, N]^T \end{aligned} \quad (11)$$

en donde X, \bar{Y}, Z son las fuerzas aerodinámicas que actúan a lo largo de los ejes O_{X^b}, O_{Y^b} y O_{Z^b} , respectivamente. \bar{L}, M y N son los momentos aerodinámicos que actúan alrededor de los ejes O_{X^b}, O_{Y^b} y O_{Z^b} , respectivamente. Las fuerzas propulsivas están dadas por

$$F_T^b = [T, 0, 0]^T \quad (12)$$

en donde T es el empuje entregado por la planta motriz. El modelo matemático del empuje se escribe a continuación

$$T = \frac{\rho(h)}{\rho_0} \delta_T T_0 \quad (13)$$

en donde $\rho(h)$ es la densidad del aire a la altitud de vuelo h , ρ_0 es la densidad del aire a nivel medio de mar en condiciones ISA (del inglés International Standard Atmosphere), δ_T es la posición del acelerador, T_0 es el empuje máximo estático a nivel medio del mar. El vector de fuerza gravitacional en ejes tierra esta dado por $F_G^e = [0, 0, g]^T$ por lo cual, F_G^b se define como $F_G^b = R F_G^e$.

II-C. Sistema de medición

El sistema utilizado para medir las variables de la dinámica y cinemática de la aeronave se basa en el MTi-G, un dispositivo que integra una Unidad de Medición Inercial (IMU, del inglés Inertial Measurement Unit) y un Sistema de Posicionamiento Global (GPS, del inglés Global Positioning System), el sistema montado en la aeronave se muestra en la Figura 3.

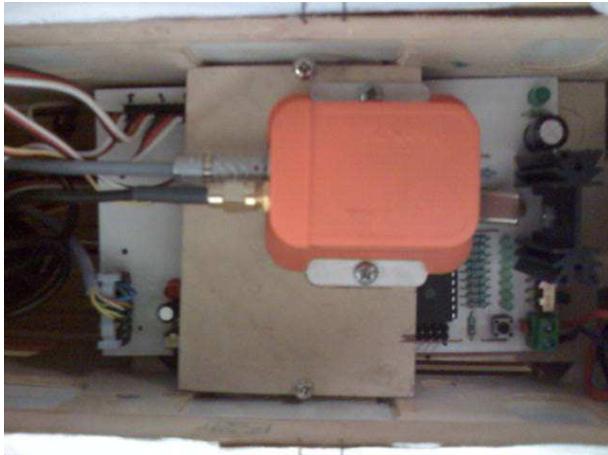


Figura 3. Sistema de medición.

La IMU está integrada por acelerómetros, giroscopios y magnetómetros; el GPS entrega valores de posición y velocidad respecto a un sistema de referencia inercial. Debido a que los acelerómetros están montados en la aeronave sus mediciones están definidas como $a^b = [a_X^b, a_Y^b, a_Z^b]^T$, cuyo modelo matemático es

$$a^b = \dot{V}_{CM}^b + S(\Omega)V_{CM}^b - \frac{1}{m}F_G^b \quad (14)$$

por lo tanto, si se divide la primera ecuación de (8) entre m , se resuelve para \dot{V}_{CM}^b y se sustituye en (14), se obtiene

$$a^b = \frac{1}{m}(F_A^b + F_T^b) \quad (15)$$

se debe notar que la medición de un acelerómetro normalmente está contaminada por ruido de una magnitud importante, es por ello que la salida del mismo no debe ser utilizada de forma directa, en su lugar en este trabajo se propone un estimador que reduce los efectos del ruido.

Los giroscopios miden las velocidades angulares en ejes cuerpo Ω , ya definidas con anterioridad. Los magnetómetros miden la magnitud del campo electromagnético de la tierra, es decir la orientación respecto al sistema $O_{X^e Y^e Z^e}$, por lo tanto se cuenta con η . Por último el GPS mide r y V_{CM}^e .

II-D. Compatibilidad de datos y Ciclo de validación

Ningún instrumento utilizado para medir una cantidad física se encuentra exento de error, en la práctica éstos poseen errores aleatorios y sistemáticos. De los anteriores sólo los errores sistemáticos pueden ser aminorados. Las causas de estos errores son fundamentalmente tres: errores de calibración, errores de posicionamiento-alineación y errores relacionados a la respuesta dinámica del sensor, en (Klein, 2006) se puede encontrar más información respecto a este tema. Para comprobar que los datos medidos por el MTi-G son útiles para la estimación de las reacciones aerodinámicas, se deben integrar las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} \dot{V}_{CM}^b &= a_m^b + \frac{1}{m}R F_G^e + S(\Omega_m)V_{CM}^b \\ \dot{\eta} &= W^{-1}\Omega_m \end{aligned} \quad (16)$$

utilizando a_m^b y Ω_m entregadas por el MTi-G y a η y V_{CM}^b como estados. Este procedimiento es conocido como compatibilidad de datos.

Se deben comparar los valores obtenidos en la integración de \dot{V}_{CM}^b y $\dot{\eta}$ con los valores entregados por el MTi-G, para verificar que son consistentes; si los datos obtenidos al integrar (16) son idénticos a η y V_{CM}^b entregados por el MTi-G, entonces basta con resolver algebraicamente las ecuaciones de la dinámica traslacional, para obtener las fuerzas aerodinámicas, en caso contrario se debe buscar algún método que sorteé esta dificultad.

Por último, para determinar si la estimación de las reacciones aerodinámicas es satisfactoria, se deben integrar (7) y (8) utilizando a Ω , η y V_{CM}^b como estados y a las fuerzas y momento estimados como entradas, para después comparar los datos obtenidos en la integración con los valores entregados por el MTi-G. Si ambos conjuntos de datos se asemejan, se puede considerar que la estimación de las reacciones aerodinámicas es aceptable, este procedimiento se conoce como ciclo de validación.

III. DISEÑO DEL ESTIMADOR

III-A. Estimador de Fuerzas

Considere el sistema

$$\begin{aligned} \dot{V}_{CM}^b &= \frac{1}{m}(F_A^b + F_T^b + F_G^b) - S(\Omega)V_{CM}^b \\ a^b &= \frac{1}{m}(F_A^b + F_T^b) \end{aligned} \quad (17)$$

el sistema anterior puede ser reescrito como

$$\begin{aligned} \dot{V}_{c.g.}^b &= \zeta + \frac{1}{m}(F_G^b) - S(\Omega)V_{CM}^b \\ y &= \chi \end{aligned} \quad (18)$$

en donde $\dot{\chi} = \zeta = \frac{1}{m}(F_A^b + F_T^b)$. Se desea estimar $F_A^b + F_T^b$, por lo tanto, definiendo a los errores de estimación como

$$\begin{aligned} e_1 &= \zeta - \rho_1 + \beta_1(\chi) \\ e_2 &= \dot{\zeta} - \rho_2 + \beta_2(\chi) \end{aligned} \quad (19)$$

en donde ρ_i y $\beta_i(\chi)$ son funciones auxiliares por definir, para $i = 1, 2$. El objetivo es que $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i = 0$. Es decir que

$\lim_{t \rightarrow \infty} \zeta = \rho_1 - \beta_1(\chi)$, para lo cual se necesita estudiar la dinámica del error de estimación, la cual está dada por

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{\zeta} - \dot{\rho}_1 + \frac{\partial \beta_1(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} \\ \dot{e}_2 &= \ddot{\zeta} - \ddot{\rho}_2 + \frac{\partial \beta_2(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} \end{aligned} \quad (20)$$

Ahora, resolviendo (19) para ζ y $\dot{\zeta}$

$$\begin{aligned} \zeta &= e_1 + \rho_1 - \beta_1(\chi) \\ \dot{\zeta} &= e_2 + \rho_2 - \beta_2(\chi) \end{aligned} \quad (21)$$

y sustituyendo (18) y (21) en la dinámica del error de estimación (20) se tiene

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 + \rho_2 - \beta_2(\chi) - \dot{\rho}_1 + \frac{\partial \beta_1(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} [e_1 + \rho_1 - \beta_1(\chi)] \\ \dot{e}_2 &= \ddot{\zeta} - \ddot{\rho}_2 + \frac{\partial \beta_2(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} [e_1 + \rho_1 - \beta_1(\chi)] \end{aligned} \quad (22)$$

definiendo las derivadas de las funciones auxiliares ρ_1 y ρ_2 , como

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_1 &= \rho_2 - \beta_2(\chi) + \frac{\partial \beta_1(\chi)}{\partial \chi} [\rho_1 - \beta_1(\chi)] \\ \dot{\rho}_2 &= \frac{\partial \beta_2(\chi)}{\partial \chi} [\rho_1 - \beta_1(\chi)] \end{aligned} \quad (23)$$

la dinámica del error de estimación queda como

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \frac{\partial \beta_1(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} e_1 + e_2 \\ \dot{e}_2 &= \frac{\partial \beta_2(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} e_1 + \ddot{\zeta} \end{aligned} \quad (24)$$

definiendo $\frac{\partial \beta_1(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} = 0$ y $\frac{\partial \beta_2(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} = 0$, derivando \dot{e}_1 respecto al tiempo una vez, y sustituyendo \dot{e}_2 en el resultado

$$\begin{aligned} \ddot{e}_1 &= \frac{\partial \beta_1(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} \dot{e}_1 + \dot{e}_2 \\ \ddot{e}_1 &= \frac{\partial \beta_1(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} \dot{e}_1 + \frac{\partial \beta_2(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} e_1 + \ddot{\zeta} \end{aligned} \quad (25)$$

agrupando términos

$$\ddot{e}_1 - \frac{\partial \beta_1(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} \dot{e}_1 - \frac{\partial \beta_2(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} e_1 = \ddot{\zeta} \quad (26)$$

asumiendo que $|\ddot{\zeta}| \leq \sigma_\zeta$ y definiendo

$$\frac{\partial \beta_1(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} = -K_1 ; \quad \frac{\partial \beta_2(\chi)}{\partial \chi} \dot{\chi} = -K_2 \quad (27)$$

el sistema (26) puede reescribirse como

$$\ddot{e}_1 + K_1 \dot{e}_1 + K_2 e_1 \leq \sigma_\zeta \quad (28)$$

por lo tanto, seleccionando K_1 y K_2 de forma tal que el polinomio del lado izquierdo en (28) sea Hurwitz, e_1 converge a una vecindad del origen. En realidad ζ depende de V_{CM}^b , η y Ω , sin embargo esta suposición ha sido utilizada frecuentemente en trabajos de control de aeronaves como (Astolfi2, 2007) y (Pflimlin, Souères y Hamel, 2004).

El significado físico de esta restricción es el de considerar movimientos lentos en la aeronave, por lo tanto, se considera que las fuerzas cambian lentamente.

III-B. Estimador de Momentos

Considere el sistema

$$J\dot{\Omega} = -S(\Omega)J\Omega + M_A \quad (29)$$

y la salida

$$\Omega = [p, q, r]^T \quad (30)$$

Se desea estimar M_A , definiendo el error de estimación como

$$\begin{aligned} z_1 &= \hat{z}_1 - \dot{M}_A + f_1(\Omega) \\ z_2 &= \hat{z}_2 - \ddot{M}_A + f_2(\Omega) \end{aligned} \quad (31)$$

en donde \hat{z}_i y $f_i(\Omega)$ son funciones por definir. El objetivo es lograr que $\lim_{t \rightarrow \infty} z_i = 0$, para $i = 1, 2$. Por lo tanto se debe lograr que la dinámica de $[z_1, z_2]^T$ sea asintóticamente estable. La dinámica del error de estimación está dada por

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{\hat{z}}_1 - \dot{M}_A + \frac{\partial f_1(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \\ \dot{z}_2 &= \dot{\hat{z}}_2 - \ddot{M}_A + \frac{\partial f_2(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \end{aligned} \quad (32)$$

resolviendo (31) para M_A y \dot{M}_A , se tiene

$$\begin{aligned} M_A &= \hat{z}_1 + f_1(\Omega) - z_1 \\ \dot{M}_A &= \hat{z}_2 + f_2(\Omega) - z_2 \end{aligned} \quad (33)$$

Al sustituir (29) y (33) en (32), el sistema resultante es

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{\hat{z}}_1 - \hat{z}_2 - f_2(\Omega) + z_2 \\ &\quad + \frac{\partial f_1(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \{J^{-1} [-S(\Omega)J\Omega + \hat{z}_1 + f_1(\Omega) - z_1]\} \\ \dot{z}_2 &= \dot{\hat{z}}_2 - \dot{M}_A \\ &\quad + \frac{\partial f_2(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \{J^{-1} [-S(\Omega)J\Omega + \hat{z}_1 + f_1(\Omega) - z_1]\} \end{aligned} \quad (34)$$

definiendo

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_1 &= \hat{z}_2 + f_2(\Omega) \\ &\quad - \frac{\partial f_1(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \{J^{-1} [-S(\Omega)J\Omega + \hat{z}_1 + f_1(\Omega)]\} \\ \dot{\hat{z}}_2 &= -\frac{\partial f_2(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \{J^{-1} [-S(\Omega)J\Omega + \hat{z}_1 + f_1(\Omega)]\} \end{aligned} \quad (35)$$

y sustituyendo en (34), se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -\frac{\partial f_1(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \{J^{-1} z_1\} + z_2 \\ \dot{z}_2 &= -\frac{\partial f_2(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \{J^{-1} z_1\} - \ddot{M}_A \end{aligned} \quad (36)$$

derivando \dot{z}_1 respecto al tiempo una vez, y sustituyendo \dot{z}_2 en el resultado

$$\begin{aligned} \ddot{z}_1 &= -\frac{\partial f_1(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \{J^{-1} \dot{z}_1\} + \dot{z}_2 \\ \ddot{z}_1 &= -\frac{\partial f_1(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \{J^{-1} \dot{z}_1\} - \frac{\partial f_2(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \{J^{-1} z_1\} - \ddot{M}_A \end{aligned} \quad (37)$$

agrupando términos

$$\ddot{z}_1 + \frac{\partial f_1(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \{J^{-1} \dot{z}_1\} + \frac{\partial f_2(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \{J^{-1} z_1\} = -\ddot{M}_A \quad (38)$$

asumiendo que $|\ddot{M}_A| \leq \sigma_M$ y definiendo

$$\frac{\partial f_1(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} = K_3 J ; \quad \frac{\partial f_2(\Omega)}{\partial \Omega} \dot{\Omega} = K_4 J \quad (39)$$

el sistema (38) puede reescribirse como

$$\ddot{z}_1 + K_3 \dot{z}_1 + K_4 z_1 \leq \sigma_M \quad (40)$$

por lo tanto, seleccionando K_3 y K_4 de forma tal que el polinomio del lado izquierdo en (40) sea Hurwitz, z_1 converge a una vecindad del origen.

IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Se realizaron experimentos para verificar el desempeño del estimador propuesto.

Las principales características de la aeronave se en listan a continuación:

- Envergadura: 1.745 m
- Longitud: 1.420 m
- Superficie alar: 0.466 m²
- Peso: 3.8 kg

El periodo de muestreo utilizado fue de 10 ms, se almacenaron los datos de vuelo por 10 min. Las condiciones iniciales, para los procesos de Compatibilidad de datos y Ciclo de Validación, fueron tomadas de los datos iniciales entregados por el MTi-G.

En la Figura 4 se muestra el modelo geométrico de la miniaeronave realizado en un paquete de CAD (del inglés, Computer Aided Design), utilizado para obtener las componentes de la matriz de inercia J .

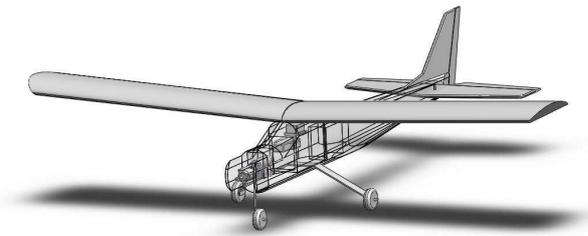


Figura 4. Modelo geométrico de la miniaeronave.

Los valores de los parámetros conocidos de la aeronave se presentan la Tabla 1.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
m (kg)	3.828	I_{xx} (kg m ²)	0.2689
g (m/s ²)	9.81	I_{yy} (kg m ²)	0.3557
h (m)	2240	I_{zz} (kg m ²)	0.5663
ρ_0 (kg/m ³)	1.225	I_{xy} (kg m ²)	-0.0005
$\rho(h)$ (kg/m ³)	0.9188	I_{xz} (kg m ²)	0.008065
T_0 (N)	9.81	I_{yz} (kg m ²)	-0.0004

Tabla 1. Parámetros de la aeronave de ala fija.

Los parámetros del estimador se presentan en la Tabla 2. Se debe notar que para los elementos mostrados k_{ij} representa el elemento jj de la matriz i .

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
k_{21}, k_{11}	-65.1, -6.5	k_{41}, k_{31}	50, 15
k_{22}, k_{12}	-65.125, -8.125	k_{42}, k_{32}	50, 15
k_{23}, k_{13}	-65.15, -9.75	k_{43}, k_{33}	50, 15

Tabla 2. Parámetros del estimador

En la Figura 5, se muestra la trayectoria seguida por la aeronave durante el experimento.

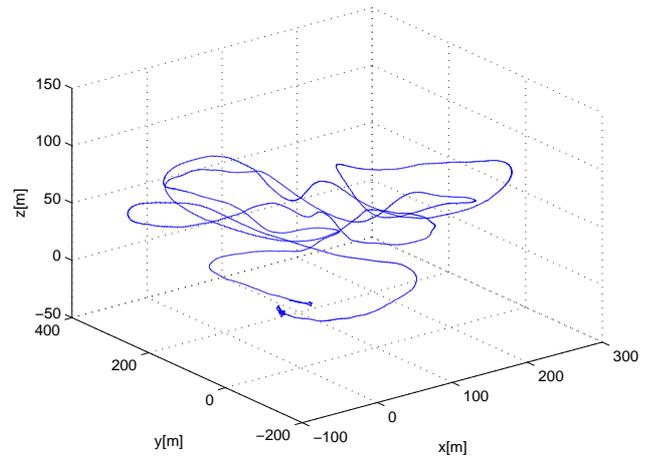


Figura 5. Trayectoria de vuelo.

Los resultados obtenidos en la compatibilidad de datos se presentan en la Figura 6. La línea continua representa las variables medidas por el MTi-G y la línea interrumpida las variables obtenidas de la integración. Se puede observar que la reconstrucción no es lo suficientemente buena para la resolver de forma algebraica.

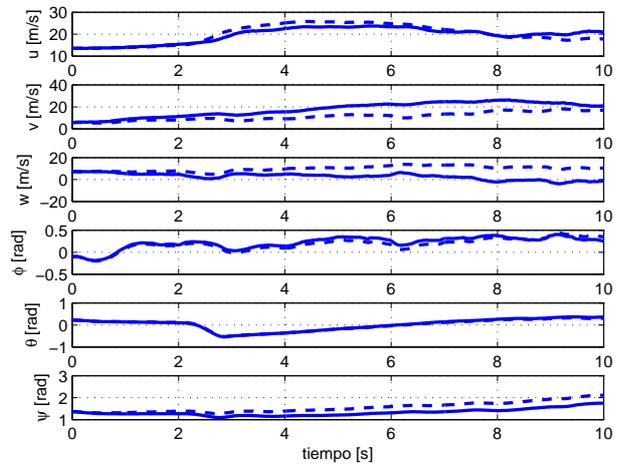


Figura 6. Compatibilidad de datos.

Las reacciones aerodinámicas obtenidas por el estimador se presentan en la Figura 7. Se observa que la estimación de momentos es afectada por el ruido.

Los resultados obtenidos en el ciclo de validación se presentan en la Figura 8 y en la Figura 9. La línea continua representa las variables medidas por el MTi-G y la línea interrumpida las variables obtenidas de la integración. Se observa que para la validación rotacional, la reconstrucción es buena en el caso de las velocidades angulares, no lo es así para las posiciones angulares. En el caso de la validación traslacional se observa cierta divergencia en los valores de las velocidades traslacionales.

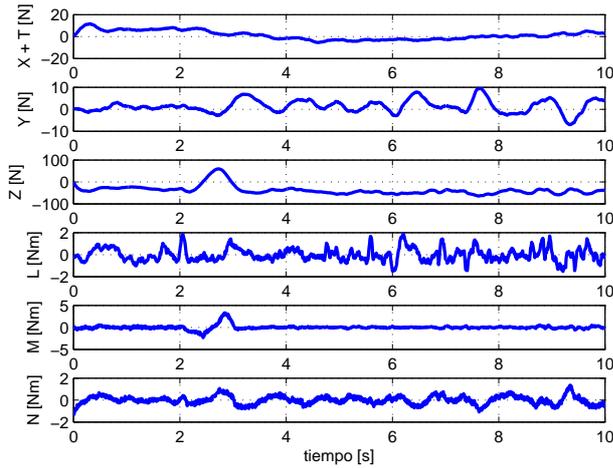


Figura 7. Estimación fuerzas y momentos.

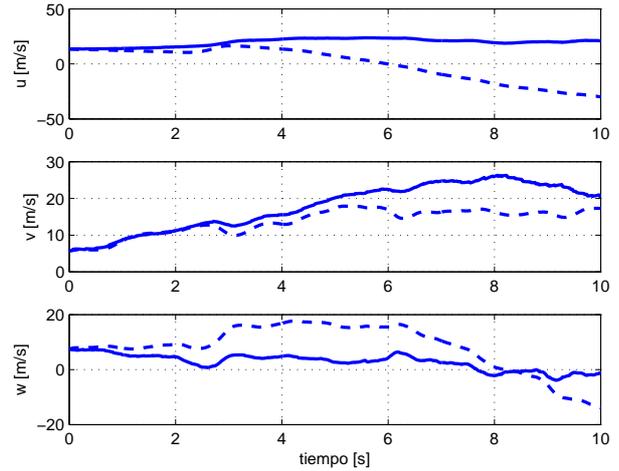


Figura 9. Ciclo de validación traslacional.

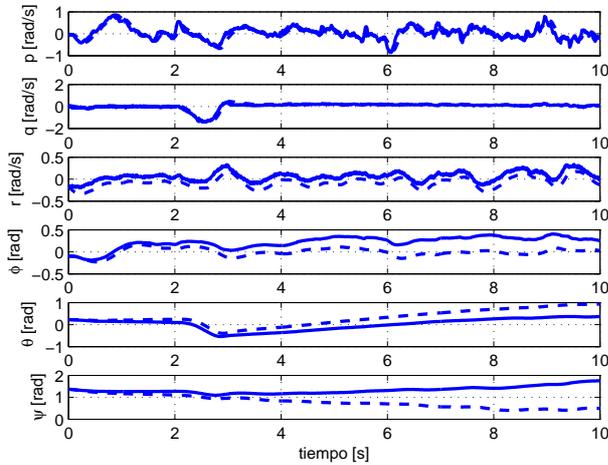


Figura 8. Ciclo de validación rotacional.

V. CONCLUSIONES

El problema de la estimación de las reacciones aerodinámicas se abordó utilizando un estimador no lineal basado en la técnica de Inmersión e Invarianza. Para probar la efectividad de dicho estimador se realizaron experimentos, de acuerdo a los resultados presentados se puede ver que el estimador funciona aceptablemente.

Como es bien sabido, los diseños basados en sistemas no lineales son altamente dependientes del buen conocimiento de los parámetros de la planta, durante el desarrollo del trabajo se observó que el estimador de momentos es altamente dependiente del conocimiento de los elementos de la matriz de inercia J , por lo cual se debe tener especial cuidado al obtener dichos valores. En este trabajo se utilizó un modelo geométrico de computadora para obtener dichos elementos, sin embargo es posible obtener una mejor aproximación utilizando una plataforma experimental.

Los mejores resultados se obtienen en la estimación de momentos como lo muestra el ciclo de validación, para mejorar el desempeño de la estimación de fuerzas

aerodinámicas, es posible modificar el modelo matemático de la dinámica traslacional para incluir el efecto de la velocidad del viento. Por lo tanto como trabajo futuro, quedan por resolver algunos puntos como la estimación de los coeficientes aerodinámicos que conforman las reacciones aerodinámicas, determinar si el número de Reynolds es un factor que influye en estos coeficientes de manera importante y determinar la importancia de incluir la velocidad del viento en el modelo dinámico.

VI. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al CONACyT por el apoyo brindado al primer autor a través del PFPN y a través del proyecto de ciencia básica 82741, además también desean agradecer a Daniel Martínez por la ayuda prestada en la integración del sistema de medición.

REFERENCIAS

- Raol, J. R., Girija, G., Singh. (2004). *Modelling and Parameter Estimation of Dynamic Systems*. IEE. London, UK.
- Klein, V., Morelli, E.A. (2006). *Aircraft System Identification: Theory and Practice*. AIAA. Reston, VA, U.S.A.
- Peyada, N.K., Sen, A., Ghosh, A.K. (2007). Longitudinal Aerodynamic Characteristics of Hansa-3 Aircraft using Real Flight Data. *21st National Convention of Aerospace Engineers*.
- Chowdhary, G., Jategaonkar, R. (2006). Aerodynamic Parameter Estimation from Flight Data Applying Extended and Unscented Kalman Filter. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*.
- Astolfi, A., Ortega, R. (2003). Immersion and Invariance: A new Tool for Stabilization and Adaptive Control of Nonlinear Systems. *IEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 48.
- Estrada-Sánchez, I., Rodríguez-Cortés, H., Velasco-Villa, M. (2008). Immersion and Invariance Based Experimental Attitude Estimation for Mobile Robots with Low Acceleration Profiles. *5th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control*.
- Karagiannis, D., Astolfi, A. (2007). Nonlinear adaptive flight control of autonomous aircraft. *Proceedings of the European Control Conference*.
- Pflimlin, J., Souères, P., Hamel, T. (2004). Hovering flight stabilization in wind gusts for ducted fan UAV. *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control*.