ISBN 970-32-4025-9

Simulación y Filtrado Óptimo para Sistemas Lineales con Presencia de Ruido Blanco de Poisson

M.V. Basin, M. A. Alcorta-García, D. Peña
UANL-Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
Ave. Universidad S/N, San Nicolás de los Garza N.L., CP 66451
mbasin@fcfm.uanl.mx, aalcorta@fcfm.uanl.mx, dexmont@gmail.com
Tel. 83 29 40 30 exts. 6165 y 6170.

***Resumen*— Este trabajo presenta un algoritmo de simulación para el ruido blanco de Poisson en MatLab 7, el cual es representado como una función en MatLab, dentro Simulink. El resultado obtenido es comparado con el algoritmo de simulación para el ruido blanco de Gauss, el cual ya existe dentro de simulink en MatLab. Basado en la simulación del ruido blanco de Poisson, es obtenido el filtro óptimo para sistemas lineales con ruido blanco de Poisson, y este es simulado y comparado con el filtro óptimo de Kalman-Bucy para sistemas lineales con ruido blanco de Gauss. Se provee de una discusión de los resultados.**

I. INTRODUCCIÓN

La noción de ruido blanco de Gauss, es comunmente empleada por la teoría de sistemas y señales estocásticos. Este es obtenido como una serie de tiempo infinita de disturbios activos uniformes, independientes e idénticamente distribuidos (ver [13]), y es comunmente empleado en aplicaciones prácticas. Dentro de simulink, en MatLab hay un bloque que lo representa. Sin embargo otro ruido blanco, el de Poisson es también frecuentemente encontrado en algunos campos técnicos, como en la industria aeronaútica [12], telecomunicaciones [6], investigación de mercado [9], etc. La diferencia con el ruido blanco de Gauss es que para el ruido blanco de Poisson, la actividad es presente solo en momentos de tiempo aleatorios aislados, dependiendo del también llamado flujo de Poisson [13]. Ejemplos típicos del flujo de Poisson son una línea de clientes en un supermercado, carros llegando a una estación de gasolina, llamadas a un teléfono en servicio, etc. Sorprendentemente, el ruido blanco de Poisson no está presente como un bloque en Simulink, en MatLab, sin embargo, algunos libros [3], [11] ofrecen algoritmos para generar los números aleatorios de Poisson. Algunos trabajos recientes en filtrado óptimo y robusto (ver por ejemplo [2], [15], [4]) admiten la presencia de ruido blanco de diferente naturaleza al de Gauss.

Uno de los objetivos de este trabajo es presentar un algoritmo de simulación para el ruido blanco de Poisson, en MatLab 7, mediante un diagrama en Simulink. La simulación obtenida para el ruido blanco de Poisson es comparada con la simulación para el ruido blanco de Gauss el cual es representado como una función en la pantalla de Simulink en MatLab. Basado en la simulación del ruido blanco de Poisson, es implementado el filtro óptimo para sistemas lineales con ruidos blancos de Poisson (ver [8]), primero en el caso de ruidos presentes solo en la ecuación de observaciones, y luego con la presencia de ruido en el estado y en las observaciones. Como es sabido, esta es la primera simulación numérica del filtro óptimo lineal de Kalman-Bucy como filtro para ruidos de Poisson. El soporte teórico del filtro de Kalman -Bucy para sistemas lineales con ruido blanco de Poisson es dado en [8], donde se considera al proceso de Poisson una martingala. Los resultados obtenidos han sido comparados con el filtro óptimo de Kalman-Bucy para sistemas lineales con ruidos blancos de Gauss (ver [5]) con la misma intensidad y tiempo de muestreo. Esta comparación se hace en el sentido de que ambos ruidos blancos, de Gauss y de Poisson son los mas frecuentemente encontrados en la práctica. La representación de una martingala como la combinación lineal de procesos de Gauss y de Poisson (ver [8]) soporta teóricamente esta comparación. La simulación demuestra que el filtro de Kalman-Bucy es igualmente eficiente para sistemas lineales con ruido blanco de Poisson como con ruidos blancos de Gauss: el estimado óptimo converge rápidamente a los componentes del estado observable en ambos casos, de lo cual se puede concluir robustez del método de filtrado, siendo este, otro de los objetivos de este trabajo.

La organización de este trabajo es como sigue. La Sección 2 presenta el marco teórico del ruido blanco de Poisson y los principios considerados para la elaboración del algoritmo de simulación en la pantalla de Simulink. El problema de filtrado óptimo para sistemas lineales con ruidos blancos de Poisson es planteado y resuelto en la Sección 3. En la Sección 4 es dada la simulación para algunos ejemplos. Las conclusiones de este trabajo son presentadas en la Sección 5.

II. RUIDO BLANCO DE POISSON

Un proceso aleatorio $P(t)$ es llamado un proceso de Poisson simple si para algún valor de t, su valor es igual al número de eventos de un flujo de Poisson en el intervalo de tiempo $[0,t]$. Un proceso de Poisson simple es un proceso con incrementos independientes y su distribución unidimensional es la distribución de Poisson. Además, el proceso de Poisson simple puede ser llamado el contador de eventos del flujo de Poisson. Sea $P(t)$ un proceso de

Poisson simple. El proceso aleatorio $\sum_{k=1}^{P(t)} X_k$, donde $\{X_k\}$ es una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, es llamado el proceso general de Poisson. Dado que el número de saltos de un proceso de Poisson en intervalos de tiempo no intersecados son independientes, de acuerdo con la definición, un proceso de Poisson es un proceso con incrementos independientes (y además no correlacionados).

La función de covarianza de un proceso con incrementos no correlacionados puede ser escrita como (ver [14]):

$$K(t_2,t_1) = \nu(t_1)\,\text{mín}\,(t_2,t_1), \quad \nu(t_1) \geq 0.$$

Por otro lado, la función covarianza de un ruido blanco, por definición es igual a: (ver [14]),

$$K_w(t_2,t_1) = \nu(t_1)\delta(t_2 - t_1),$$

donde $\delta(t_2 - t_1)$ es la función-δ de Dirac y $\nu(t_1) \geq 0$ es llamada la intensidad del ruido blanco en el tiempo t_1. Se puede observar que:

$$K_w(t_2,t_1) = \frac{\partial^2 K(t_2,t_1)}{\partial t_2 \partial t_1},$$

donde las derivadas son estrictamente definidas en la clase de funciones generalizadas [7]. La última igualdad entre las funciones de covarianza es válida para las funciones covarianza de un proceso estocástico y su derivada en el sentido media cuadrada. Siguiendo esta estructura, un ruido blanco de Poisson es definido como la derivada débil, en media cuadrada de un proceso de Poisson.

II-A. *Simulación del ruido blanco de Poisson*

Para este propósito, es empleado el bloque de Simulink, titulado ”Poisson integer generator”, el cual se encuentra en MatLab 7 (ver [10]), para generar eventos del flujo de Poisson en el intervalo de tiempo $[0,t]$ y obtener la gráfica como una función escalón, esto es constante, continua parte por parte. Un valor constante de la función de salida para todo intervalo escalón es igual al número del flujo de eventos de Poisson ocurridos en este escalón y además, es igual a la intensidad del promedio de su derivada débil en el sentido media cuadrada, un ruido blanco de Poisson. Dado que la función existente en MatLab emplea ciertos valores generados de la variable aleatoria de Gauss, por ejemplo, la amplitud de banda-limitada en el ruido blanco de Gauss como un intervalo escalón, la función asignada para la banda-limitada del ruido blanco de Poisson también considera su amplitud como la intensidad promedio. Una herramienta especial debe de ser encargada de obtener un ruido blanco de Poisson con media cero, dado que la función de salida del ”Poisson integer generator”, es siempre no negativa. Para este propósito, el programa elaborado en Simulink incluye una memoria unitaria para mantener el último valor del signo de la señal de salida positiva o negativa, multiplicando el valor correspondiente por -1, si la unidad de memoria mantiene un valor positivo y permaneciendo igual en otro caso. La pantalla de Simulink correspondiente es presentada en la Fig. 1.

II-B. *Comparación con el ruido blanco de Gauss*

Un proceso escalar o vectorial, aleatorio, real, con incrementos independientes $W(t)$, donde $t \geq 0$, es llamado un proceso de Wiener si alguna distribución finito-dimensional de $W(t)$ tiene media cero (de Gauss), todas las realizaciones del proceso $W(t)$ son continuas, y $W(0) = 0$. La Figura 2 muestra realizaciones de ruidos blancos de Poisson y de Gauss con la misma intensidad ($\lambda = 1$) y el mismo valor para el escalón, time step ($h = 0.01$). Puede ser observado que los picos de la distribución para el ruido de Poisson son mucho menos uniformes que los del ruido de Gauss, lo cual refleja el efecto del flujo de los eventos de Poisson ocurriendo en momentos aleatorios aislados, mientras que el ruido blanco de Gauss es uniformenente activo en todo tiempo.

III. Filtrado Óptimo para ecuaciones de estado y de observaciones con ruido blanco de Poisson

Sea (Ω, F, P) un espacio completo de probabilidad con una familia creciente, continua por la derecha de σ-álgebras $F_t, t \geq 0$, y sean $(\Psi_1(t), F_t, t \geq 0)$ y $(\Psi_2(t), F_t,\ t \geq 0)$ procesos independientes de Poisson. El proceso aleatorio parcialmente observable F_t-medible $(x(t), y(t))$ es descrito por las siguientes ecuaciones para el estado del sistema:

$$dx(t) = (a_0(t) + a(t)x(t))dt + b(t)d\Psi_1(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

y el proceso de observaciones

$$dy(t) = (A_0(t) + A(t)x(t))dt + B(t)d\Psi_2(t), \qquad (2)$$

donde $x(t) \in R^n$ es el vector estado, $y(t) \in R^m$ es el proceso de observaciones y los procesos independientes de Poisson $\Psi_1(t)$ y $\Psi_2(t)$ representan disturbios aleatorios en las ecuaciones de estado y de observaciones, los cuales son también independientes del vector inicial de Poisson x_0. $A(t)$ es una matriz no cero, y $B(t)B^T(t)$ es una matriz positiva definida. Todos los coeficientes en (1)–(2) son funciones determinísticas de dimensiones apropiadas.

El problema de estimación es encontrar el mejor estimado del estado del sistema $x(t)$ basado en el proceso de observaciones $Y(t) = \{y(s), 0 \leq s \leq t\}$, el cual minimiza la norma 2-Euclideana:

$$J = E[(x(t) - \hat{x}(t))^T (x(t) - \hat{x}(t)) \mid F_t^Y]$$

en todo momento t. Aquí, $E[z(t) \mid F_t^Y]$ significa la esperanza condicional de un proceso estocástico $z(t) = (x(t) - \hat{x}(t))^T (x(t) - \hat{x}(t))$ con respecto a la σ-álgebra F_t^Y generada por el proceso de observaciones $Y(t)$ en el intervalo $[t_0, t]$. Como es conocido [14], este estimado óptimo es dado por la esperanza condicional

$$\hat{x}(t) = m(t) = E(x(t) \mid F_t^Y)$$

del estado del sistema $x(t)$ con respecto a la σ-álgebra F_t^Y generada por el proceso de observaciones $Y(t)$ en el intervalo $[t_0, t]$. Como es usual, la función matricial:

$$P(t) = E[(x(t) - m(t))(x(t) - m(t))^T \mid F_t^Y],$$

es la varianza de la estimación del error, y es empleada para obtener un sistema cerrado de ecuaciones de filtrado.

La solución a este problema es dada (ver [8]) por la ecuación para el estimado óptimo $m(t)$

$$\begin{aligned} &dm(t) = (a_0(t) + a(t)m(t))dt + \\ &P(t)A^T(t)(B(t)B^T(t))^{-1}[dy - (A_0(t) + A(t)m(t))]dt, \\ &m(t_0) = E[x(t_0) \mid y(t_0)], \end{aligned} \tag{3}$$

y para la varianza de la estimación de error $P(t)$

$$\begin{aligned} &dP(t) = (a(t)P(t) + P(t)a^T(t) + b(t)b^T(t))dt - \\ &P(t)A^T(t)(B(t)B^T(t))^{-1}A(t)P(t)dt, \\ &P(t_0) = E[(x(t_0) - m(t_0))(x(t_0) - m(t_0))^T \mid y(t_0)], \end{aligned} \tag{4}$$

las cuales son cerradas respecto a las variables $m(t)$ y $P(t)$. Se puede observar que este filtro tiene la misma forma del famoso filtro de Kalman-Bucy para sistemas lineales con ruidos blancos de Gauss en las ecuaciones de estado y de observaciones(ver [5]).

IV. Ejemplos

IV-A. *Sistema con ruido blanco de Poisson en la ecuación de observaciones*

En esta subsección, será verificada la eficacia del filtro óptimo obtenido mediante la aplicación de los algoritmos de filtrado obtenidos, al siguiente sistema simple con ruido en la ecuación de observaciones:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \tag{5}$$

$$x(t_0) = x_0,$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} x + \psi_2. \tag{6}$$

Aquí, ψ_2 es un ruido blanco de Poisson de intensidad unitaria, el cual es la derivada débil en media cuadrada de un proceso estándar de Poisson (ver [14]). Las ecuaciones (5) y (6) representan la forma convencional de las ecuaciones (1) y (2), las cuales son empleadas en la práctica actualmente [1].

Las ecuaciones de filtrado para los componentes del vector estimado óptimo $m(t)$ (3), y las entradas de la matriz simétrica de la variación del error $P(t)$ (4), para el estado lineal (5), sobre observaciones lineales (6), son dadas por

$$\begin{aligned} \dot{m}_1 &= 0.1m_1 + 0.1m_2 + p_{11}(y - m_1), \\ \dot{m}_2 &= 0.1m_1 + 0.1m_2 + p_{21}(y - m_1), \\ \dot{m}_3 &= 0.01m_1 + 0.01m_2 + 0.01m_3 + \\ & \quad p_{31}(y - m_1), \end{aligned} \tag{7}$$

con condición inicial $m(0) = E(x(0) \mid y(0)) = m_0$;

$$\begin{aligned} \dot{p}_{11} &= 0.2p_{11} + 0.2p_{21} - p_{11}^2, \\ \dot{p}_{21} &= 0.2p_{21} + 0.1p_{11} + 0.1p_{22} - p_{21}p_{11}, \\ \dot{p}_{22} &= 0.2p_{21} + 0.2p_{22} - p_{21}^2, \\ \dot{p}_{31} &= 0.11p_{31} + 0.01p_{11} + 0.01p_{21} + 0.01p_{32} - \\ & \quad p_{31}p_{11}, \\ \dot{p}_{32} &= 0.11p_{32} + 0.01p_{21} + 0.01p_{22} + 0.1p_{31} - \\ & \quad p_{31}p_{12}, \\ \dot{p}_{33} &= 0.02p_{31} + 0.02p_{32} + 0.02p_{33} - p_{31}^2, \end{aligned} \tag{8}$$

con condición inicial $P(0) = E((x(0) - m(0))(x(0) - m(0))^T \mid y(0)) = P_0$. Dado que la matriz $P(t)$ es simétrica, solo las ecuaciones de la diagonal hacia abajo son empleadas.

Los resultados son obtenidos resolviendo el sistema de ecuaciones de filtrado (7), (8), mediante simulación numérica. Los valores obtenidos de los estimados $m_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, son comparados independientemente con los valores reales de los componentes de la variable de estado $x_i(t)$ los cuales satisfacen la ecuación (5), considerando ruidos blancos de Poisson o ruidos blancos de Gauss $\psi_2(t)$ de la misma intensidad en la ecuación de observaciones (6). Los siguientes valores iniciales son asignados: $x_i(0) = 10$, $m_i(0) = 30$, $P_{ii}(0) = 30, P_{ij}(0) = 0$, para $i \neq j$, donde $i, j = 1, 2, 3$. Los resultados de la simulación son obtenidos en base de una corrida estocástica. Las realizaciones del ruido blanco de Gauss $\psi_2(t)$ en (6) son generadas por el bloque en MatLab para la función ruido blanco de Gauss. Las realizaciones para el ruido blanco de Poisson son generadas por medio del diagrama de Simulink presentado en la Subsección 2.1, empleando los mismos valores para la intensidad del ruido y tiempo de muestreo.

La Figura 3 presenta los resultados de la simulación comparando los valores de las componentes de la variable de estado $x_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, con los valores de los componentes del vector estimado óptimo $m_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, correspondientes al ruido blanco de Poisson y ruido blanco de Gauss $\psi_2(t)$ en la ecuación de observaciones. Los valores numéricos obtenidos se pueden ver en la Tabla I. Dado que el último componente del vector de estado $x_3(t)$ es no-observable, el componente del vector estimado $m_3(t)$ diverge de los valores reales, como se puede ver en la Figura 3. La matriz de observabilidad V para el sistema (5),(6) es dada por $V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.02 & 0.02 & 0 \end{pmatrix}$, cuyo rango igual a 2, con la tercer columna de ceros; razón por la cual, $x_3(t)$ es no-observable.

IV-B. *Sistema con ruido de Poisson en la ecuación de estado y de observaciones*

En esta subsección, es verificada la eficacia del filtro óptimo obtenido mediante el siguiente ejemplo con ruido

	Ruido blanco de Poisson	Ruido blanco de Gauss
t	30	30
$x_1(t)$	4.0343×10^3	4.0343×10^3
$m_1(t)$	4.0341×10^3	4.0345×10^3
$x_2(t)$	4.0343×10^3	4.0343×10^3
$m_2(t)$	4.0341×10^3	4.0345×10^4
$x_3(t)$	436.7396	436.7396
$m_3(t)$	85.0150	85.0408

TABLA I

FILTRADO ÓPTIMO PARA EL SISTEMA DE ECUACIONES (5),(6) CON RUIDO BLANCO DE POISSON Y RUIDO BLANCO DE GAUSS EN LA ECUACIÓN DE OBSERVACIONES.

	Ruido blanco de Poisson	Ruido blanco de Gauss
t	30	30
$x_1(t)$	3.9863×10^3	4.1189×10^3
$m_1(t)$	3.9862×10^3	4.1189×10^3
$x_2(t)$	3.9863×10^3	4.1189×10^3
$m_2(t)$	3.9853×10^3	4.1191×10^3
$x_3(t)$	427.4174	445.9397
$m_3(t)$	83.8256	86.8171

TABLA II

FILTRADO ÓPTIMO PARA EL SISTEMA DE ECUACIONES (9),(10) CON RUIDO BLANCO DE POISSON Y DE GAUSS EN EL ESTADO Y EN LA ECUACIÓN DE OBSERVACIONES.

blanco de Poisson en el estado y en las observaciones:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_1 \\ \psi_1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$x(t_0) = x_0,$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} x + \psi_2. \quad (10)$$

Aquí, ψ_1 y ψ_2 son ruidos blancos de Poisson de intensidad unitaria.

Las ecuaciones de filtrado para los componentes del vector estimado óptimo $m(t)$ (3) y las entradas de la matriz simétrica de la variación del error $P(t)$ (4) para el estado lineal (9) sobre observaciones lineales (10) son dadas por

$$\begin{aligned} \dot{m}_1 &= 0.1m_1 + 0.1m_2 + p_{11}(y - m_1), \\ \dot{m}_2 &= 0.1m_1 + 0.1m_2 + p_{21}(y - m_1), \\ \dot{m}_3 &= 0.01m_1 + 0.01m_2 + 0..01m_3 \\ &\quad + p_{31}(y - m_1), \end{aligned} \quad (11)$$

con condición inicial $m(0) = E(x(0) \mid y(0)) = m_0$;

$$\begin{aligned} \dot{p}_{11} &= 0.2p_{11} + 0.2p_{21} - p_{11}^2 + 1, \\ \dot{p}_{21} &= 0.2p_{21} + 0.1p_{11} + 0.1p_{22} - p_{21}p_{11}, \\ \dot{p}_{22} &= 0.2p_{21} + 0.2p_{22} - p_{21}^2 + 1, \\ \dot{p}_{31} &= 0.11p_{31} + 0.01p_{11} + 0.01p_{21} + 0.01p_{32} \\ &\quad - p_{31}p_{11}, \\ \dot{p}_{32} &= 0.11p_{32} + 0.01p_{21} + 0.01p_{22} + 0.1p_{31} \\ &\quad - p_{31}p_{12}, \\ \dot{p}_{33} &= 0.02p_{31} + 0.02p_{32} + 0.02p_{33} - p_{31}^2 + 1, \end{aligned} \quad (12)$$

con condición inicial $P(0) = E((x(0) - m(0))(x(0) - m(0))^T \mid y(0)) = P_0$.

Los resultados son obtenidos, resolviendo el sistema de ecuaciones de filtrado (11), (12) por simulación numérica. Los valores obtenidos de los estimados $m_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, son comparados independientemente con los valores reales de los componentes de la variable de estado $x_i(t)$, los cuales satisfacen la ecuación (9), considerando ruidos blancos de Poisson o de Gauss ψ_2 de la misma intensidad en la ecuación de observaciones (10). Los valores iniciales de todas las variables y condiciones de simulación se asumen como en la sección anterior.

La Figura 4 presenta los resultados de la simulación, comparando los valores reales de las componentes de la variable de estado $x_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, con los valores del vector estimado óptimo $m_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, correspondiente al ruido de Poisson y de Gauss $\psi_2(t)$ en las ecuaciones de estado y de observaciones. Los valores numéricos son dados en la Tabla II. La divergencia del componente del estimado $m_3(t)$ correspondiente a $x_3(t)$ es observada de nueva cuenta en la Fig. 4 para ambos ruidos, de Poisson y de Gauss.

V. CONCLUSIONES

Ha sido diseñado un algoritmo de simulación para la representación del ruido blanco de Poisson en MatLab 7, el cual es elaborado como una función en MatLab, como un diagrama en la pantalla de Simulink, dado que el ruido blanco de Poisson no ha sido implementado como una herramienta en las versiones existentes de Matlab. La simulación obtenida para el ruido blanco de Poisson ha sido comparada con una simulación para el ruido blanco de Gauss, el cual se encuentra en MatLab, bajo los mismos parámetros. Basados en la simulación del ruido blanco de Poisson, ha sido implementado el filtro óptimo de Kalman-Bucy, bajo la presencia de ruido blanco de Poisson, primero en el caso de presencia de ruido solo en las observaciones, y luego en el caso de ruido presente en el estado y en las observaciones. Los resultados obtenidos han sido comparados con el filtro óptimo de Kalman-Bucy para sistemas lineales con ruidos blancos de Gauss, de la misma intensidad y mismo tiempo de muestreo. La simulación reveló que el filtro de Kalman-Bucy es igualmente eficiente tanto para sistemas lineales con ruido blanco de Poisson como para sistemas con ruido blanco de Gauss: los estimados óptimos convergen con rapidez a los componentes del estado observable en ambos casos. Por esta razon es posible concluir también robustez, del método de filtrado.

VI. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo Nacional para la Ciencia y la Tecnologia (CONACyT) por su apoyo financiero con número de proyecto 39388-A y a UCMEXUS-CONACyT Fundación para el soporte financiero bajo el Programa de Becas para Investigación Post-doctoral.

REFERENCIAS

[1] K. J. Åström, *Introduction to Stochastic Control Theory*, Academic Press, New York, 1970.

[2] E. K. Boukas, Stabilization of stochastic nonlinear hybrid systems. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control* 2005; **1**: 131-141.
[3] J. E. Gentle, *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*, Springer, New York, 2003.
[4] C.S. Jeong, E. Yaz, A. Bahakeem, Y. Yaz, Nonlinear observer design with general criteria. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control* 2006; **2**: 693-704.
[5] R. E. Kalman and R. S. Bucy, News results in Linear Filtering and prediction theory, *ASME Trans., Part D (J. of Basic Engineering)*, **83**, (1961), 95-108.
[6] L. Kazovsky, S. Benedetto, A. Willner, *Optical Fiber Comunications Systems*, Artech House Inc. 1996.
[7] A. N. Kolmogorov and S.V. Fomin, Introductory Real Analisis, Dover, New York, 1975.
[8] R. S. Liptser and A. N. Shiryayev, *The Martingale Theory*, Kluwer, Dordrecht, 1989.
[9] C. McDaniel, R. Gates, *Marketing Research with SPSS*, 7th. Edition.
[10] *Matlab 7: Manual*, MatWorks Inc., 2004.
[11] B. L. Nelson, *Stochastic Modeling Analysis and Simulation*, Doever, New York, 2003.
[12] B. W. Parkinson, J. J. Spilker Jr., *Global Positioning System:Theory and Applications*, Vol 1, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
[13] V. S. Pugachev, *Probability Theory and Mathematical Statistics for Engineers*, Pergamon, London, 1984.
[14] V. S. Pugachev and I. N. Sinitsyn, *Stochastic Systems: Theory and Applications*, World Scientific, Singapore, 2001.
[15] P. Shi, M. Mahmoud, S. Nguang, A. Ismail, Robust filtering for jumping systems with mode-dependent delays, *Signal Processing* 2006; **86**: 140–152.

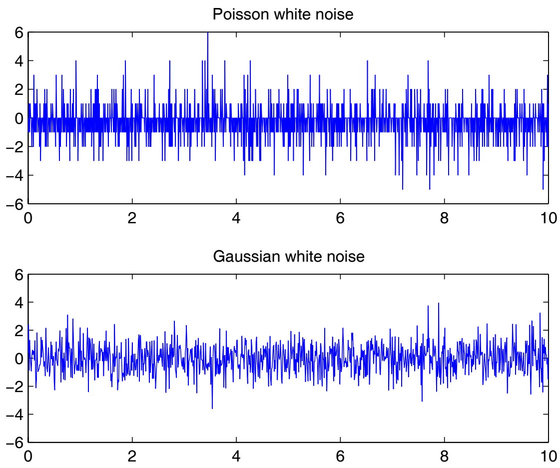

Figura 2. Realizaciones de los ruidos blancos de Poisson y de Gauss ($\lambda = 1,\ h = 0{,}01$).

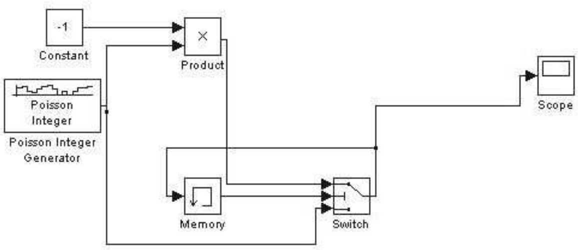

Figura 1. Pantalla de Simulink para el ruido blanco de Poisson.

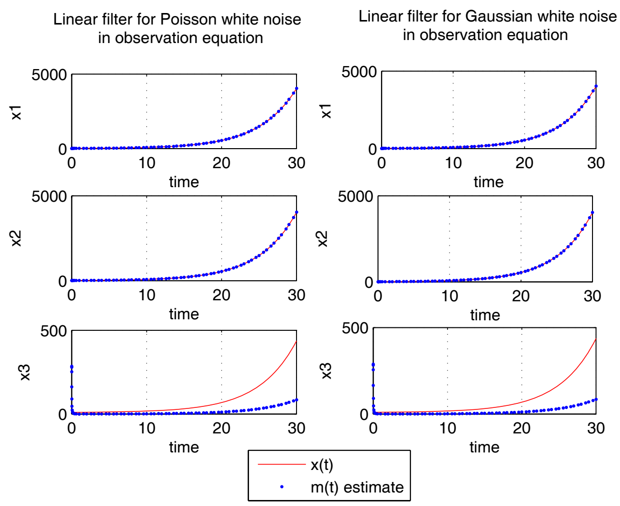

Figura 3. Filtrado óptimo lineal con ruidos blancos de Poisson y de Gauss en la ecuación de observaciones.

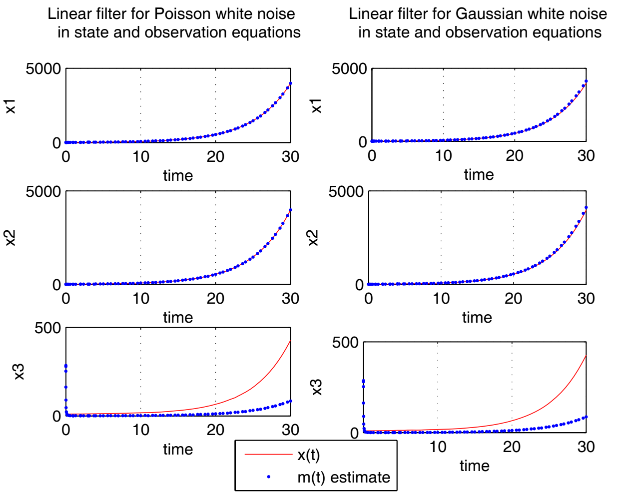

Figura 4. Filtrado óptimo lineal con ruidos blancos de Poisson y de Gauss en la ecuación de estado y de observaciones.