Estudio de Métodos de Reducción de Chattering en Modos Deslizantes

Pablo J. Prieto * **Nohe R. Cazarez-Castro** * **Luis T. Aguilar** ** **Daniel T. Espinoza** **

* *Tecnológico Nacional de México-Instituto Tecnológico de Tijuana, Tijuana, B. C., México (e-mails: pablojprieto@tectijuana.edu.mx; nohe@ieee.org)*
** *Instituto Politécnico Nacional, CITEDI, Avenida Instituto Politécnico Nacional 1310, Mesa de Otay, Tijuana, B. C., 22510 México (e-mails: laguilarb@ipn.mx; despinoza@citedi.mx)*

Resumen: El presente artículo presenta una comparación entre diferentes alternativas aplicadas a la atenuación de chattering en el control por modos deslizantes. Entre las técnicas que más se destacan sobresalen la sustitución del elemento discontinuo por una función de saturación, tangente hiperbólica, el método de fracción aproximada y, por último, el uso de una red neuronal artificial. Se reportan resultados experimentales sobre un motor de corriente directa de imán permanente. Finalmente se arriba a conclusiones.

Keywords: chattering, redes neuronales artificiales, control por modo deslizantes, motor CD

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas con modos deslizantes (MD), tienen la capacidad de ser una herramienta eficiente para el control de plantas dinámicas no lineales que operan bajo condiciones inciertas, un problema común para muchos procesos de tecnología moderna. Esto explica el alto nivel de la actividad de investigación en el control por modo deslizantes durante las últimas dos décadas como lo establece Fridman et al. (2011). Las no linealidades presentes en los sistemas mecánicos pueden comprometer el buen desempeño de la planta. El control en modo deslizante se caracteriza por su robustez frente a los efectos no lineales.

En sistemas con discontinuidades, la solución de la ecuación de movimiento depende de pequeñas constantes de tiempo que se presentan en la dinámica del sistema. Pero a diferencia de los sistemas de control continuo, un controlador discontinuo excita la dinámica no prevista en el modelo, obteniendo por resultado oscilaciones en la salida de la planta. Este fenómeno se conoce como *chattering* en la literatura de control. Como lo precisa Utkin et al. (2009), estas oscilaciones dan por resultado una baja precisión en el control, alta disipación de potencia en los circuitos conmutadores y desgaste en los componentes mecánicos.

Como establecen Bartoszewicz and Nowacka-Leverton (2009), a pesar de las predicciones teóricas de extraordinario desempeño del sistema de lazo cerrado del modo deslizante, algunos trabajos experimentales indicaron limitaciones en la práctica, debido a la aparición de conmutaciones a alta frecuencia en la acción de mando, referido como chattering.

Según Slotine and Li (1991), en la mayoría de los trabajos experimentales que involucraron el modo deslizante, el esfuerzo consumido en comprender las bases teóricas de control ha sido generalmente minimizado, mientras un gran costo de energía se destina a técnicas empíricas para atenuar el chattering.

Con el objetivo de resolver dicho problema se propuso establecer diferentes metodologías para los sistemas por modo deslizante. Para ello se reemplaza el elemento discontinuo, propio de los sistemas deslizantes con el objetivo de establecer una continuidad en la vecindad de la superficie (Slotine and Li (1991); Bartoszewicz and Nowacka-Leverton (2009)). Sin embargo, para este tipo de metodología existe una relación de compromiso entre la robustez y precisión de respuesta del sistema. Por ello se ha introducido las técnicas inteligentes en los sistemas deslizantes con el objetivo de minimizar el chattering sin perder precisión y robustez de la planta. Otros métodos abordan control por modos deslizantes de orden superior y modos deslizantes continuos, sin embargo, dichos métodos no se abordarán en el presente estudio.

Por otro lado, Yu and Kaynak (2009) establecen que las redes neuronales artificiales (RNA) constituyen un área importante de la inteligencia computacional que ha despertado interés en los últimos años. Esto es debido a su capacidad de resolver problemas cuya solución, por otros métodos convencionales, resulta difícil.

La cualidad más sobresaliente de las redes neuronales es que se basan en el sistema de aprendizaje del cerebro humano. Una red aprende las relaciones fundamentales que están implícitas en las bases de datos de entrenamiento. Puesto que estas relaciones pueden ser fuertemente no li-

⋆ El presente trabajo fue parcialmente financiado por el Tecnológico Nacional de México con los proyectos 5424.14-P, 5424.14.15-PR y 5627.15-P

neales las redes pueden constituir una herramienta general y potente para modelar la dinámica de plantas complejas. Por ello constituyen un excelente sistema para identificación de modelos entrada-salida y en la compensación de sistemas no lineales Rojas, 2013.

La combinación de los modos deslizantes con RNA no es nueva. La investigación en esta área se enfoca en obtener un mejor desempeño de los sistemas deslizantes a partir de la reducción de chattering. Muchos de los algoritmos de RNA en los modos deslizantes se basan en estimar el control equivalente, propio de los sistemas deslizantes (Baruch et al. (2013)). Con esto se persigue minimizar la influencia de las incertidumbres del modelo de la planta, causas fundamentales de la aparición de chattering (Shtessel et al. (2014); Yildiz et al. (2007)).

En este trabajo se aborda la aplicación de las RNA's en los modos deslizantes, esta vez se enfoca en la sustitución del elemento discontinuo por una RNA. Es evaluado el desempeño de dicho algoritmo en un motor de corriente directa, junto a otros más comunmente utilizados en la práctica que se basan en el reemplazar del término discontinuo por la tangente hiperbólica, saturación o fracción aproximada.

El documento se estructura de la siguiente manera: el segundo epígrafe describe las características del motor, la base experimental, modelado dinámico así como la síntesis del controlador por modos deslizantes para el motor. La Sección 3 presenta tres técnicas convencionales para atenuar chattering. Ademas de presentarse un método para atenuar chattering por redes neuronales artificiales. Los resultados experimentales y su análisis se abordan en la Sección 5. Finalmente, en la Sección 5 se presentan conclusiones.

2. PRELIMINARES

2.1 Descripción de la Base Experimental

El montaje experimental, diseñado en el laboratorio del Centro de Investigación y Desarrollo de Tecnología Digital CITEDI-IPN, ubicado en la ciudad de Tijuana, B. C., involucra a un motor de corriente directa fabricado por *Leadshine*. Los parámetros nominales del motor de corriente directa se resumen en la Tabla 1. Para llevar a cabo los experimentos en tiempo real, se emplea una tarjeta multifuncional PCI de adquisición de datos modelo 626 de la compañía *Sensoray* que consiste en 4 salidas analógicas (13 bits de resolución), 20 canales de entrada/salida digitales con detección de filos y capacidad de interrupción. Se ejecutarán los experimentos en una computadora de escritorio con procesador INTEL CORE i5®, implementado en MATLAB/SIMULINK®. Las mediciones de posición del eje del motor se obtienen utilizando los canales del encoder de cuadratura disponible en el motor, conectado a la tarjeta de entradas y salidas analógicas programada para proporcionar la señal del encoder cada 0.5 milisegundos. La resolución del encoder es 500/1000 pasos/rev. El motor es controlado por el servo-amplificador lineal modelo 16A20AC manufacturado por *Advanced Motion*, operando en modo corriente, el cual proporciona un torque variable al motor de corriente directa y que acepta entradas de control de la tarjeta de adquisicin de datos en el rango de ±10 V.

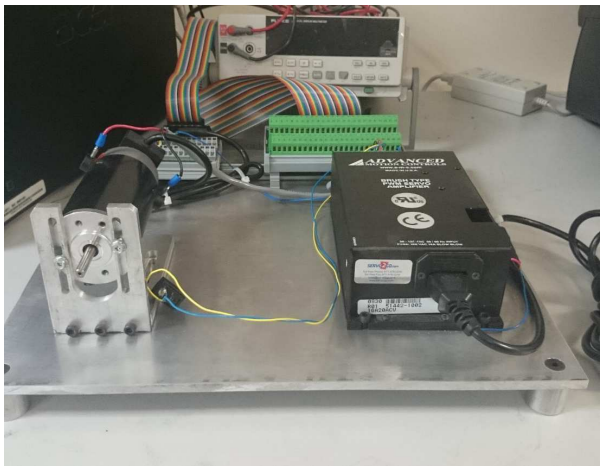


Fig. 1. Plataforma en la cual se realizan los experimentos.

Tabla 1. Parámetros del motor.

Parámetro	Valor	Unidad
Inercia del rotor (J)	3.11×10^{-5}	kgm^2
Coeficiente de fricción viscosa (f_v)	2.5×10^{-5}	Nms/rad
Constante de torque (K)	217.8×10^{-3}	Nm

2.2 Modelo Dinámico

El comportamiento de un motor de acuerdo a las leyes de Newton es descrito como:

$$J\ddot{\theta} = u - f_v\dot{\theta} + w(t), \tag{1}$$

donde $\theta(t) \in \mathbf{R}$ es la posición angular, $\dot{\theta}(t) \in \mathbf{R}$ es la velocidad angular, $\ddot{\theta}(t) \in \mathbf{R}$ es la aceleración angular, $t \in \mathbf{R}$ es el tiempo, $u(t) \in \mathbf{R}$ es la entrada de control, $w(t) \in \mathbf{R}$ es el vector de perturbaciones que se asume desconocido pero acotado es decir

$$\sup_t \|w(t)\| \leq M. \tag{2}$$

El resto de los parámetros se muestran en la Tabla 1.

2.3 Control por Modos Deslizantes de Primer Orden

El problema de control se puede formular de la siguiente manera: dada la trayectoria deseada $\theta_d(t) \in \mathbf{R}$ el objetivo de control es hacer que la salida de la planta $\theta(t)$ siga de manera asintótica $\theta_d(t)$, es decir

$$\lim_{t\to\infty} \|\theta_d(t) - \theta(t)\| = 0 \tag{3}$$

para una condición inicial arbitraria $\theta(0) \in \mathbf{R}$ a pesar de la presencia de perturbaciones externas.

La superficie deslizante $\sigma(t) \in \mathbf{R}^n$ para sistemas de orden n se define de manera generalizada de la manera siguiente

$$\sigma = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e, \tag{4}$$

donde λ es una constante positiva y $e(t) = \theta_d(t) - \theta(t)$ denota el error de posición angular.

Para aquellos sistemas con representación dinámica de segundo orden, es posible, a partir de (4) plantear la siguiente superficie deslizante:

$$\sigma(t) = \dot{e}(t) + \lambda e(t). \tag{5}$$

De acuerdo a Utkin et al. (2009), es posible determinar la existencia de modos deslizantes verificando que:

$$\sigma\dot{\sigma} \leq -(F - M)|\sigma|, \tag{6}$$

donde F representa una constante positiva que debe ser mayor que M para atenuar perturbaciones y garantizar la convergencia hacia la superficie.

Finalmente, la entrada de control $u(t)$ está conformada por la suma de dos partes:

$$u = u_{eq} + u_s, \tag{7}$$

donde $u_{eq}(t) \in \mathbf{R}$ es el mando compensado que tiene como función cancelar dinámica del modelo y $u_s(t) \in \mathbf{R}$ es el mando discontinuo que asegura la robustez del sistema ante perturbaciones acopladas.

La ley de control $u_{eq}(t)$ se implementa para cumplir con la condición deslizante expresada por (6). El término discontinuo $u_s(t)$ garantiza la convergencia hacia la superficie deslizante. La ley de control para (1) viene dada por (7) con

$$u_{eq} = f_v\dot{\theta} + J\ddot{\theta}_d + J\lambda\dot{e}, \tag{8}$$

$$u_s = \frac{F}{J}\,\mathrm{sign}(\sigma). \tag{9}$$

La función signo $\mathrm{sign}(\sigma)$, $\sigma(t) \in \mathbf{R}$, se define de la siguiente manera:

$$\mathrm{sign}(\sigma) = \begin{cases} -1, & \text{si } \sigma < 0 \\ 0 & \text{si } \sigma = 0 \\ 1 & \text{si } \sigma > 0 \end{cases}. \tag{10}$$

La implementación física del controlador (7)–(9) usando (10) genera conmutaciones de alta frecuencia en la entrada de control reflejadas como oscilaciones en la salida y que puede, además, excitar dinámicas no modeladas. En la práctica, hay varias formas de evitar dichas oscilaciones y que se muestra en las siguiente sección.

3. TÉCNICAS DE SUAVIZAMIENTO DE LA FUNCIÓN SIGNO

La solución propuesta por algunos autores consiste en reemplazar el término discontinuo $\mathrm{sign}(\sigma(t))$ en (9) por una función de saturación definida como:

$$\mathrm{sat}(\sigma) = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{\Phi}, & \text{si } |\sigma| < \Phi \\ \mathrm{sign}(\sigma) & \text{si } |\sigma| \geq 1 \end{cases}, \tag{11}$$

donde Φ representa una constante positiva. La ley de control se reemplaza mediante una función de saturación la cual se aproxima al término $\mathrm{sign}(\sigma)$ en un límite de la superficie discontinua $\sigma = 0$, es decir

$$u_s = \frac{F}{J}\,\mathrm{sat}\left(\frac{\sigma}{\Phi}\right). \tag{12}$$

Otras de las alternativas es usar la función tangente hiperbólica con el objetivo de suavizar la discontinuidad en la vecindad de la superficie, es decir

$$u_s = \frac{F}{J}\tanh\left(\frac{\sigma}{\Phi}\right), \tag{13}$$

donde

$$\tanh(\sigma) = \begin{cases} \tanh(\sigma/\Phi), & \text{si } |\sigma| < 1 \\ \mathrm{sign}(\sigma) & \text{si } |\sigma| \geq 1 \end{cases}. \tag{14}$$

Otro método citado Shtessel et al. (2014) es el llamado fracción aproximada donde se establece una aproximación a la superficie deslizante es decir

$$u_s = \frac{F}{J}\,\mathrm{aprox}(\sigma), \tag{15}$$

donde

$$\mathrm{aprox}(\sigma) = \frac{\sigma}{\rho + |\sigma|}, \tag{16}$$

donde ρ es constante positiva.

Es importante recalcar que estas tres metodologías son muy sensibles a dinámicas del sistema no modeladas y perturbaciones que en la mayoría de los casos puede conducir a un desempeño inaceptable.

Otra alternativa lo constituye el uso de una red neuronal que sea capaz de brindar una salida continua ante entradas oscilatorias. De esta manera la función de superficie puede presentarse como una función continua sin inducir chattering. Defínase a $\mathrm{rna}(\sigma) : \mathbf{R} \mapsto [-1, 1]$ como la función de red reuronal que reemplaza a la función signo es decir, (9) queda de la siguiente manera

$$u_s = \frac{F}{J}\,\mathrm{rna}(\sigma). \tag{17}$$

En este caso, la red neuronal reemplaza la parte discontinua. Los pesos de la red neuronal se ajustan basados en el algoritmo de entrenamiento de Levenberg-Marquardt Heertjes and Verstappen (2014) caracterizado por su rapidez de convergencia. Para el diseño de esta red se selecciona al azar una topología de RNA que presenta una capa oculta con cinco neuronas, cuyas funciones de salidas son del tipo sigmoidal. Para este esquema se involucran 16 coeficientes: 10 para los pesos de las neuronas y 6 para los bias. La estructura de RNA se representa en la Fig. 2 con los coeficientes para los pesos a la entrada

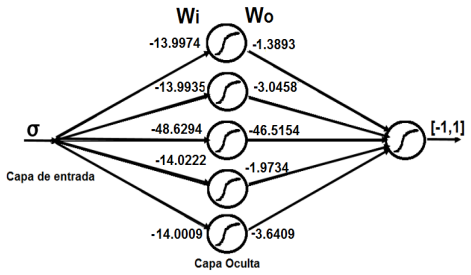


Fig. 2. Red neuronal.

de las cinco neuronas w_i y pesos w_o para la neurona de salida.

Los bias $b = [-14.00,\ -7.11,\ -1.14,\ -6.73,\ -13.99,\ -4.02]^T$.

Cada neurona de la capa oculta viene representada como

$$X_i = F_i(\sum_{1}^{m} w_i X_i + b_i). \tag{18}$$

donde $(i = 1, ..., m)$ representa la cantidad de neuronas presentes en la capa oculta. F_i constituye la función de activación correspondiente a cada neurona. $\{X_i \in [-1, 1]\}$ representa la función de salida de cada una de ellas.

La función de la neurona de salida es

$$\text{rna}(\sigma) = F_6(\sum_{1}^{5} w_{oi} X_i + b_6) \tag{19}$$

siendo F_i la función de activación tal que

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}. \tag{20}$$

El entrenamiento consiste en pasar una trama de valores de la función de superficie σ con chattering como entrada a la red. Se presenta una trama de valores continuos como salida, obtenidos mediante simulación, a partir de la función $\mathbf{sat}(\frac{\sigma}{\Phi}))$ de la ecuación (12) escogido por sus buenos resultados a nivel de simulación bajo las mismas entradas de referencia. De esta manera la red neuronal puede dar una salida continua a pesar de tener una entrada ruidosa. Es importante destacar que con esta vía de solución se puede garantizar una reducción de chattering en experimentos reales y con ello asegurar precisión en la respuesta de la planta. Finalmente, la Fig. 4 muestra la relación entrada-salida de las distintas funciones descritas en esta Sección.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

El algoritmo de control ha sido implementado en MATLAB/ SIMULINK® con la herramienta `Real Time Workshop` y `Real Time Windows Target`. Con el uso de la tarjeta de adquisición se opera bajo un tiempo de muestreo de 1 ms. El experimento que se desarrolla durante 20 segundos consiste en plantear una referencia en el posicionamiento de un motor en un rango de ± 5 rad y evaluar el desempeño de cada unos de los controladores mencionados anteriormente. Los parámetros generales propuestos

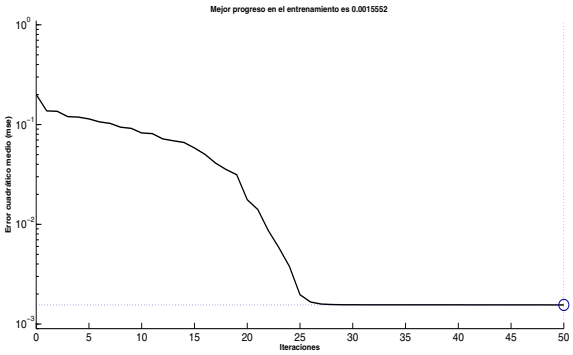


Fig. 3. Progreso del entrenamiento de la red neuronal propuesta.

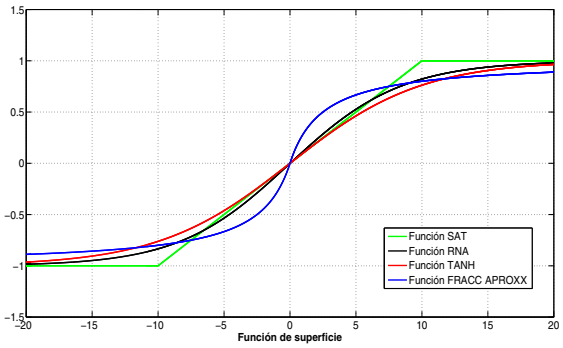


Fig. 4. Representación de las funciones.

para el control por modos deslizantes se reportan en la Tabla 2.

Tabla 2. Parámetros del experimento.

Parámetro	Valor	Unidad
λ	10	s^{-1}
F	650	
Φ	10	rad/s^2
ρ	2.5	

El experimento se divide en dos partes:

(1) Los primeros 10 segundos consisten en evaluar el desempeño de los controladores y el comportamiento de la ley de control
(2) El tiempo restante de experimento es sometido el sistema a perturbaciones externas con vistas de comprobar la existencia de convergencia hacia la referencia deseada.

La Fig. 5-a presenta la respuesta del posicionamiento del motor con las variantes del control por modos deslizantes descritas en la Sección 3. Las Figuras 5-b, 5-c y 5-d presentan un acercamiento de las partes subrayadas en la Fig. 5-a. En este caso se observa una respuesta sobreamortiguada usando los modos deslizantes basados en la función de saturación, tangente hiperbólica y redes neuronales. Sin embargo, debido a la acción del chattering se observan vibraciones en el posicionamiento del motor a medida que se acerca a la referencia. La Fig. 5-b muestra cuando los sistemas pasan de la etapa transciente a la etapa estable observándose las vibraciones presentes en el motor con las técnicas del MD clásico y la técnica basado

en la fracción aproximada debido al comportamiento oscilatorio del mando sobre el motor.

Las Figuras 5-c y 5-d muestran cuando el motor es sometido a fuerzas externas. Válido aclarar que el control por MD clásico y la técnica basado en la fracción aproximada, implementados sobre el motor, no fueron perturbados debido a que un incremento de las vibraciones en la acción de control pueden provocar daños severos sobre la plataforma de experimentación. Puede observarse que, a pesar de las perturbaciones a la que es sometido el sistema, el ángulo del mismo converge a la referencia.

La Fig. 6 muestra el comportamiento de la ley control. El algoritmo basado en redes neuronales muestra una minimización del chattering donde a medida que avanza el tiempo de experimento se anula. Similar comportamiento muestra el sistema para los algoritmos basados en función de saturación y función tangente hiperbólica. Sin embargo en estos dos últimos métodos se acentúa chattering en la vecindad de la superficie, aunque desaparezca cuando el sistema está en regimen de estado estable.

Por otro lado, si bien la estrategia basada en el fraccionamiento aproximado reduce el chattering con respecto al control por MD clásico, éste no es atenuado. Esto se refleja en la salida del control y en el comportamiento de posición del sistema.

4.1 Evaluación del Desempeño en Estado Estacionario

Los criterios de evaluación del desempeño de los controladores se basan fundamentalmente en que el error, que está en función del tiempo que dura el experimento y la suma del error en cada instante de muestreo. Estos valores deben ser mínimos. La integral de error no se puede minimizar de manera directa, ya que un error negativo muy grande se volvería mínimo. Los mismos se nombran así:

- Integral del valor absoluto del error (IAE)

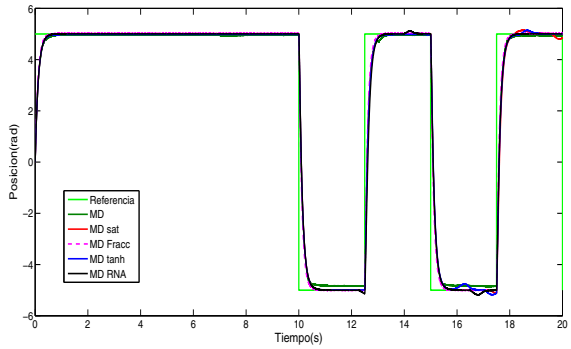
$$IAE = \int_0^t |e(t)|dt. \tag{21}$$

- Integral del valor absoluto del error ponderado en tiempo(ITAE)

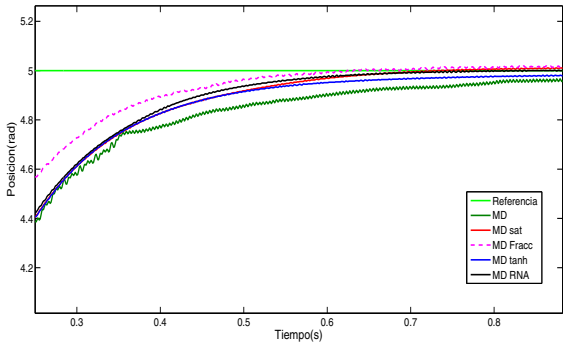
$$ITAE = \int_0^t t|e(t)|dt. \tag{22}$$

La Fig. 7 muestra el desempeño para los diferentes controladores. Puede observarse que los peores comportamientos corresponden al control por MD clásico producto de que la acción de chattering provoca baja precisión en el control del sistema. Si bien es cierto que MD basado en fraccionamiento converge más rápido que los demás hacia la referencia se observa que en estado estable su desempeño disminuye producto de la baja precisión provocado por el chattering.

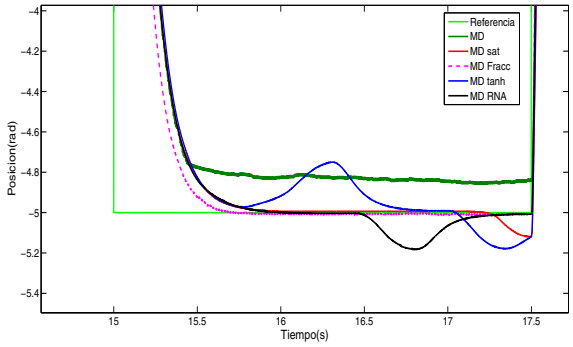
Los algoritmos basados en función tangente hiperbólica y saturación muestran similar comportamiento. Por otro lado el mejor desempeño corresponde al MD basado en redes neuronales ya que, con respecto a los anteriores,



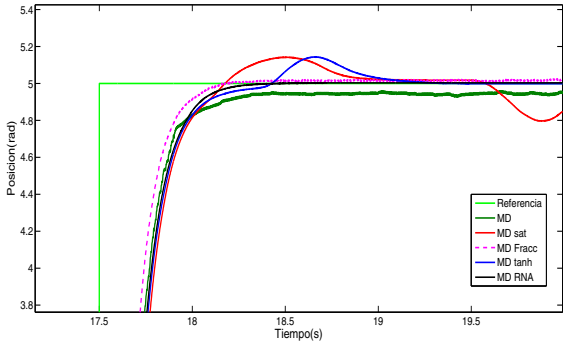
(a) Respuesta del motor.



(b) Transición de la etapa transciente a la etapa estable.

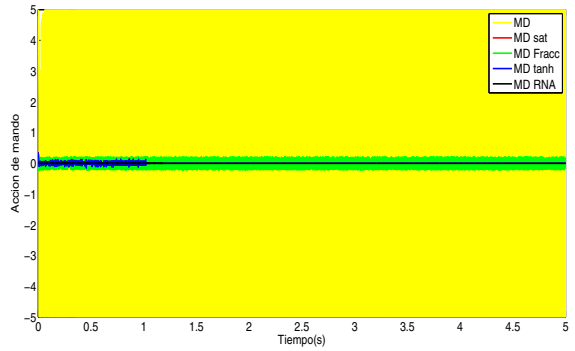


(c) Perturbación sobre el rotor del motor.

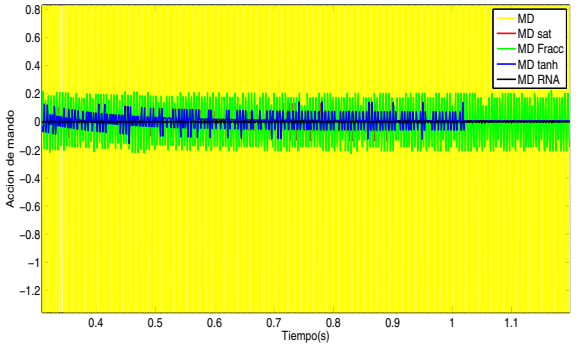


(d) Perturbación sobre el rotor del motor.

Fig. 5. Experimento llevado a cabo en motor.



(a) Acción de control de las variantes del MD.



(b) Ampliación de la imagen.

Fig. 6. Experimento llevado a cabo en motor.

garantiza una respuesta más rápida y precisa debido a su capacidad de atenuar chattering.

5. CONCLUSIONES

En este artículo se ha implementado variantes de control por modo deslizantes con el replanteamiento del elemento discontínuo del MD con el empleo de otras variantes, propuestas en la literatura con vistas a eliminar chattering. Estos métodos fueron sometidos a los criterios de desempeño. Para el motor, objeto de estudio, la estrategia basada en redes neuronales no solo minimiza el chattering, sino que, acorde a los criterios del mínimo IAE e ITAE muestra mínimos resultados con respecto a las otras metodolgías planteadas. Esto se debe a que la red neuronal está mejor adaptaba a las vibraciones, a diferencia de las otras metodologías que, si bien están concebidas para dar una respuesta continua, no están preparadas para atenuar posibles ruidos que se puedan presentan a la función de superficie tales como los estados derivables del sistema.

Con respecto a los algoritmos tradicionales, se hace necesario aclarar que se podrían ajustar mejores sus principales paramétros, tales como F y Φ pero con ello se puede perder robustez y no necesariamente se garantiza convergencia. El algoritmo del control por MD clásico, para experimentos reales, no garantiza convergencia ni precisión en la respuesta debido a la conmutación de alta frecuencia en la acción de control.

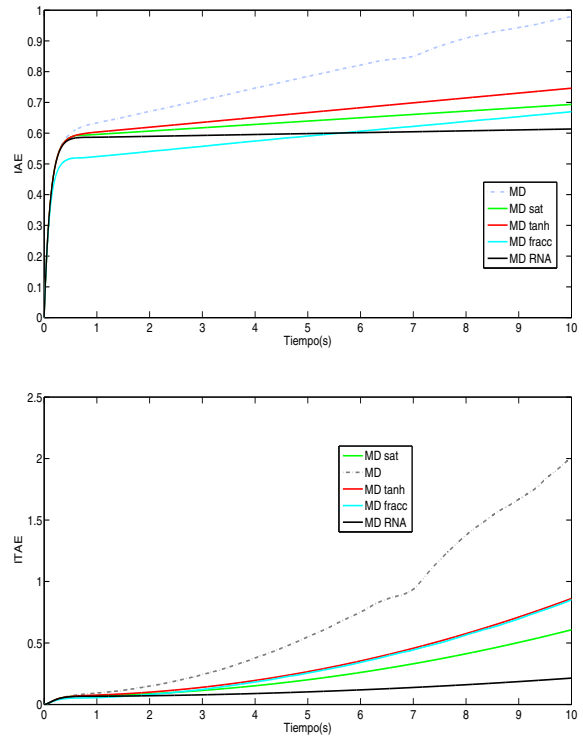


Fig. 7. Evaluación del desempeño a través de los criterios del mínimo ITAE e IAE.

REFERENCIAS

Bartoszewicz, A. and Nowacka-Leverton, A. (2009). *Time-varying sliding modes for second and third order systems*, volume 382. Springer Science & Business Media.

Baruch, I., Hernandez-Manzano, S.M., and Moreno-Cruz, J. (2013). Recurrent neural identification and i-term sliding mode control of a vehicle system using levenberg-marquardt learning. In *Advances in Computational Intelligence*, 304–316. Springer.

Fridman, L., Moreno, J., and Iriarte, R. (2011). *Sliding Modes After the First Decade of the 21st Century: State of the Art*. Springer, London.

Heertjes, M. and Verstappen, R. (2014). Self-tuning in integral sliding mode control with a levenberg–marquardt algorithm. *Mechatronics*, 24(4), 385–393.

Rojas, R. (2013). *Neural networks: a systematic introduction*. Springer Science & Business Media.

Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L., and Levant, A. (2014). *Sliding mode control and observation*. Springer.

Slotine, J. and Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.

Utkin, V., Guldner, J., and Shi, J. (2009). *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems*, volume 34. CRC press, Boca Raton.

Yildiz, Y., Sabanovic, A., and Abidi, K. (2007). Sliding-mode neuro-controller for uncertain systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(3), 1676–1685.

Yu, X. and Kaynak, O. (2009). Sliding-mode control with soft computing: A survey. *IEEE Transactions Industrial Electronics*, 56(9), 3275–3285.