

Seguimiento Robusto de Trayectorias en la Transportación de Objetos por un Robot móvil^{*}

A. Arteaga-Escamilla R. Castro-Linares J. Álvarez-Gallegos

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional

e-mail: {carteagae,rcaastro,jalvarez}@cinvestav.mx

Resumen: En este trabajo se presenta el seguimiento robusto de trayectorias vía modos deslizantes tanto de primer orden como de orden cero para un robot móvil tipo unicycle con distribución de masa no uniforme. Se muestran resultados en simulación para comparar el desempeño de ambos controladores.

Palabras Clave: Seguimiento robusto de trayectorias, Robot móvil, Modos deslizantes.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años el problema de la manipulación de robots móviles para trasladar productos ha sido de gran interés en la industria, por ejemplo para transportar materia prima, un producto terminado o algún material peligroso. En Chocoteco et al. (1958) se muestra el uso de modelos ultra globales y observadores Proporcional Integral Generalizados (GPI) en problemas de seguimiento de trayectoria con rechazo de perturbaciones activas para una silla de ruedas utilizando el modelo dinámico con incertidumbres paramétricas. Mientras que en García et al. (2014) se muestra el seguimiento de trayectoria de un unicycle con distribución de masa no uniforme. Un esquema de control muy útil para controlar el movimiento de los robots móviles transportadores ha sido el algoritmo de control por modos deslizantes; ya sea que se pretenda tener un seguimiento robusto de trayectoria o resolver el problema de regulación, el algoritmo de control por modos deslizantes es ampliamente aplicable a la mayoría de los robots móviles. Por otro lado, los modos deslizantes han sido estudiados desde hace varios años. En particular en Elmali et al. (1991) se propone el algoritmo de control por modos deslizantes de primer orden, donde la superficie deslizante es una ecuación diferencial de primer orden, la cual se aplica a sistemas no lineales con múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) para resolver el problema de seguimiento robusto de trayectorias.

En este artículo se estudia el problema de seguimiento robusto de trayectorias de un unicycle con distribución de masa no uniforme utilizando su modelo dinámico. Se propone una ley de control por modos deslizantes de orden cero o de primer orden. Ambas leyes de control son robustas debido a que pueden eliminar los efectos en la salida del sistema causados por incertidumbres paramétricas en el modelo o por perturbaciones externas. La principal contribución de este artículo es la propuesta de las leyes de control antes mencionadas para la solución al problema

de seguimiento robusto de trayectorias por un robot móvil tipo unicycle con distribución de masa no uniforme.

Este artículo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2, se obtiene el modelo dinámico y cinemático del robot móvil tipo unicycle con distribución de masa no uniforme y su representación en variables de estado. En la Sección 3, se realiza el diseño de los controladores por modos deslizantes de primer orden y de orden cero. En la Sección 4, se presentan los resultados en simulación para verificar el desempeño de ambos controladores. Finalmente, las conclusiones se presentan en la Sección 5.

2. MODELO DE UN UNICICLO CON DISTRIBUCIÓN DE MASA NO UNIFORME

2.1 Coordenadas de postura del unicycle

En este trabajo se asume que el robot móvil se mueve en un plano horizontal y que sus ruedas son indeformables. Además, se supone también que las ruedas están perfectamente en posición vertical, rotan alrededor de su eje horizontal y la orientación del plano de cada rueda está fijo respecto al cuerpo del robot. La posición del robot en el plano se muestra en la Fig. 1. El marco base de referencia inercial arbitrario a está fijo en el plano de movimiento, mientras que el marco m está adjunto al robot móvil. Las coordenadas de postura del robot móvil están definidas como

$$q = [x_0 \ y_0 \ \theta]^T,$$

donde x_0 , y_0 y θ son la posición en x , y y el ángulo de orientación del móvil respecto al eje de coordenadas fijo, respectivamente.

2.2 Modelo cinemático de un robot móvil tipo unicycle con distribución de masa no uniforme

La figura 2 muestra el robot unicycle con distribución de masa no uniforme, donde P_0 es el punto medio entre las ruedas y está sobre el eje de simetría del móvil, l es la

^{*} El primer autor es becario de CONACyT, México.

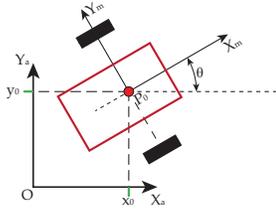


Figura 1. Coordenadas de postura del robot móvil.

mitad de la distancia entre las ruedas, d es la distancia del punto P_0 al centro de masa, P_{cm} . r es el radio de cada rueda y γ es el ángulo de inclinación del centro de masa respecto al eje de simetría. v y w son la velocidad lineal y angular del móvil, respectivamente; mientras que w_l y w_r son las velocidades angulares de la rueda izquierda y derecha, respectivamente. En este trabajo se considera que la distancia d y el ángulo de inclinación γ son constantes.

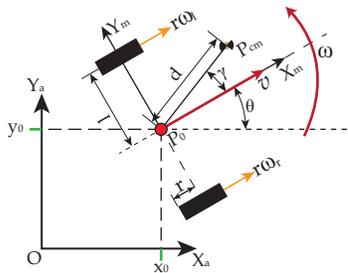


Figura 2. Velocidad lineal y angular del robot móvil.

Para obtener la velocidad del centro de masa P_{cm} , se emplea la siguiente ecuación (véase la figura 2) Canudas et al. (1996):

$$v_{cm} = v + w \times d \quad (1)$$

donde \times es el producto cruz de vectores y

$$v = [v \cos \theta \quad v \sin \theta \quad 0]^T, \quad (2)$$

$$w = [0 \quad 0 \quad w]^T, \quad (3)$$

$$d = [d \cos(\theta + \gamma) \quad d \sin(\theta + \gamma) \quad 0]^T. \quad (4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2), (3) y (4) en (1), se tiene que

$$v_{cm} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{cm} \\ \dot{y}_{cm} \\ \dot{z}_{cm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos \theta - d \sin(\theta + \gamma) w \\ v \sin \theta + d \cos(\theta + \gamma) w \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Por otro lado, el modelo cinemático del robot móvil tipo unicycle con distribución de masa no uniforme está dado por (Canudas et al. (1996))

$$\dot{q} = S(q)\eta, \quad (6)$$

con

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -d \sin(\theta + \gamma) \\ \sin \theta & d \cos(\theta + \gamma) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

donde \dot{q} es la derivada del vector de coordenadas de postura y $\eta = [v \ w]^T$ son las entradas de control relacionadas a las velocidades. El modelo cinemático (6) se utiliza para obtener el modelo dinámico del robot móvil.

2.3 Modelo dinámico de un robot móvil tipo unicycle con distribución de masa no uniforme

Usando la formulación de Lagrange, el modelo dinámico del unicycle está descrito por

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_i} = Q_i - a_{1i} \lambda, \quad i = 1, 2, 3, \quad (8)$$

siendo q_1 , q_2 y q_3 las componentes del vector de postura. K es la energía cinética, Q_i son los pares de entrada al sistema, a_{1i} son los elementos de la matriz de restricciones no holónomas y λ es un multiplicador de Lagrange. La energía cinética del robot está dada por

$$K = \frac{1}{2} m v_{cm}^T v_{cm} + \frac{1}{2} I_z \dot{\theta}^2, \quad (9)$$

donde m e I_z son la masa y el momento de inercia del robot móvil respecto al eje Z , respectivamente.

Sustituyendo las ecuaciones (5) y (2) en (9) se obtiene

$$K = \frac{1}{2} m [\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + d^2 \dot{\theta}^2 - 2d \sin(\theta + \gamma) \dot{x}_0 \dot{\theta} + 2d \cos(\theta + \gamma) \dot{y}_0 \dot{\theta}] + \frac{1}{2} I_z \dot{\theta}^2$$

En la figura 3 se muestran los pares generados por las ruedas y las fuerzas aplicadas al sistema. τ_l y τ_r son los pares izquierdo y derecho, respectivamente, generados por los actuadores en las ruedas y se pueden escribir en forma matricial como

$$\begin{aligned} Q_{x0} &= \frac{\tau_l}{r} \cos \theta + \frac{\tau_r}{r} \cos \theta \\ Q_{y0} &= \frac{\tau_l}{r} \sin \theta + \frac{\tau_r}{r} \sin \theta \\ Q_{\theta} &= -\frac{\tau_l}{r} l + \frac{\tau_r}{r} l \end{aligned}$$

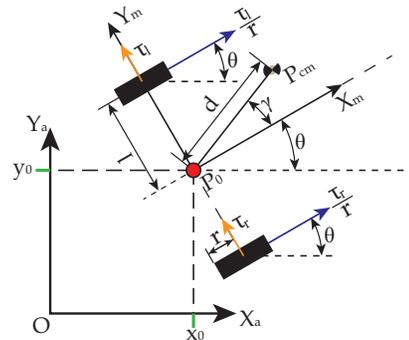


Figura 3. Fuerzas aplicadas al robot móvil.

Haciendo los cálculos correspondientes de la ecuación (8), se obtiene el modelo dinámico del robot móvil tipo unicycle con distribución de masa no uniforme dado por

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = B(q)\tau - A_r^T(q)\lambda \quad (10)$$

donde A_r es la matriz de restricciones no holónomas dada por (García et al. (2014)):

$$A_r = [-\sin \theta \quad \cos \theta \quad -d \cos \gamma]$$

Por otro lado, la matriz $S(q)$ dada por (7) es tal que sus columnas se encuentran en el espacio nulo de $A_r(q)$ como se muestra en García et al. (2014), de tal modo que

$$S^T(q)A_r^T = 0.$$

A partir de (6) se tiene que

$$\ddot{q} = S\dot{\eta} + \dot{S}\eta. \quad (11)$$

Sustituyendo (6) y (11) en (10) y pre multiplicando por S^T se obtiene

$$S^T[M(S\dot{\eta} + \dot{S}\eta) + C(S\eta)] = B\tau - A_r^T\lambda.$$

De manera que el modelo dinámico está dado por

$$\bar{M}\dot{\eta} + \bar{C}\eta = \bar{B}\tau, \quad (12)$$

con

$$\bar{M} = S^TMS = \begin{bmatrix} m & -2md\text{sen}(\gamma) \\ -2md\text{sen}(\gamma) & 4md^2 + I_z \end{bmatrix},$$

$$\bar{C} = S^TMS + S^TCS,$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 0 & -2md\text{cos}(\gamma)\dot{\theta} \\ 2md\text{cos}(\gamma)\dot{\theta} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B} = S^TB = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -d\text{sen}(\gamma) - l & -d\text{sen}(\gamma) + l \end{bmatrix},$$

$$\tau = [\tau_l \ \tau_r]^T.$$

Se puede tener una representación en variables de estado del sistema dado por la ecuación (12), al definir el vector de estados como

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ \theta \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \eta \end{bmatrix}.$$

Utilizando la ecuación (6), se tiene que

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S\eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix}.$$

Por otro lado, de la ecuación (12) se obtiene

$$\dot{\eta} = \bar{M}^{-1}[-\bar{C}\eta + \bar{B}\tau].$$

El sistema no lineal (12) puede entonces escribirse como

$$\dot{x} = \bar{f}(x) + \bar{g}(x)\tau, \quad (13)$$

donde

$$\bar{f}(x) = \begin{bmatrix} S\eta \\ -\bar{M}^{-1}\bar{C}\eta \end{bmatrix},$$

$$\bar{g}(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{M}^{-1}\bar{B} \end{bmatrix}.$$

Al utilizar una retroalimentación de estados de la forma

$$\tau = \bar{B}^{-1}(q)[\bar{M}(q)u + \bar{C}(q, \dot{q})\eta],$$

se obtiene el modelo dinámico de postura del robot móvil tipo unicycle mostrado en la figura 3 dado por

$$\begin{aligned} \dot{q} &= S(q)\eta \\ \dot{\eta} &= u \end{aligned}$$

donde

$$u = [u_1 \ u_2]^T = [\dot{v} \ \dot{w}]^T,$$

son nuevas entradas de control (la aceleración lineal y angular). La representación del sistema en variables de estado toma entonces la forma

$$\dot{x} = f(x) + g_1u_1 + g_2u_2 \quad (14)$$

con

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_4\text{cos}(x_3) - dx_5\text{sen}(x_3 + \gamma) \\ x_4\text{sen}(x_3) + dx_5\text{cos}(x_3 + \gamma) \\ x_5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = [y_1 \ y_2]^T = [h_1(x) \ h_2(x)]^T = [x_1 \ x_2]^T$$

$$g_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T, \quad g_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

El sistema (14) tiene dos entradas y dos salidas y se puede verificar que

$$L_{g_j}L_f^k h_i(x) = 0, \text{ para } j = 1, 2; i = 1, 2; k = 0, 1,$$

donde $L_a b(x)$ denota la derivada de Lie de la función $b(x)$ a lo largo del vector $a(x)$. La matriz de desacoplamiento está dada por

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1}L_f h_1(x) & L_{g_2}L_f h_1(x) \\ L_{g_1}L_f h_2(x) & L_{g_2}L_f h_2(x) \end{bmatrix},$$

$$= \begin{bmatrix} \text{cos}(x_3) & -d\text{sen}(x_3 + \gamma) \\ \text{sen}(x_3) & d\text{cos}(x_3 + \gamma) \end{bmatrix},$$

con

$$\begin{aligned} \det(A) &= d[\text{cos}(x_3)\text{cos}(x_3 + \gamma) + \text{sen}(x_3)\text{sen}(x_3 + \gamma)] \\ &= d\text{cos}(\gamma). \end{aligned}$$

$A(x)$ es no singular cuando $\text{cos}(\gamma) \neq 0$ y $d \neq 0$. Estas condiciones se satisfacen al suponer que el objeto transportado permanece en la parte delantera del robot móvil, es decir, el ángulo $\gamma \neq \pi/2$ o que el centro de masa del robot móvil no está en el punto medio entre las ruedas, es decir, $d \neq 0$. Si el centro de masa del robot móvil estuviera sobre el eje de rotación de las ruedas, probablemente el robot móvil volcaría. Entonces de acuerdo a Isidori (1989) el sistema (14) tiene un vector de grado relativo $\{r_1, r_2\} = \{2, 2\}$. De esta manera se puede hacer la asignación

$$\ddot{y} = b + Au = v_{aux}, \quad (15)$$

donde v_{aux} es un control auxiliar que se definirá posteriormente y el vector $b(x)$ está dado por

$$b(x) = \begin{bmatrix} L_f^2 h_1(x) \\ L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -x_4x_5\text{sen}(x_3) - dx_5^2\text{cos}(x_3 + \gamma) \\ x_4x_5\text{cos}(x_3) - dx_5^2\text{sen}(x_3 + \gamma) \end{bmatrix}.$$

3. CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES

Para conseguir una acción de control por modos deslizantes es necesario definir una ecuación en función de los estados (superficie deslizante), cuya derivada contenga alguna componente de la señal de control, es decir, que el grado relativo de la superficie deslizante sea 1.

En el caso de un control por modos deslizantes de orden cero, la superficie deslizante es una ecuación algebraica, en la cuál no se involucra ninguna derivada de dicha superficie deslizante (Elmali et al. (1991)).

Debido a que el sistema descrito por la ecuación (14) es un sistema no lineal con dos entradas-dos salidas, entonces se tienen dos superficies deslizantes y como la matriz de desacoplamiento $A(x)$ es no singular, entonces el sistema está desacoplado y las superficies deslizantes se pueden tratar por separado. Se definen los errores de seguimiento como

$$e_1 = (y_{d1} - y_1), e_2 = (y_{d2} - y_2),$$

donde y_{d1} y y_{d2} son las salidas deseadas. Se definen entonces los vectores y matrices siguientes:

$$e = [e_1 \ e_2]^T, \ y = [y_1 \ y_2]^T, \ y_d = [y_{d1} \ y_{d2}]^T$$

$$s = [s_1 \ s_2]^T, \ \text{sgn}(s) = [\text{sgn}(s_1) \ \text{sgn}(s_2)]^T$$

$$k_1 = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{21} \end{bmatrix}, \ k_0 = \begin{bmatrix} k_{10} & 0 \\ 0 & k_{20} \end{bmatrix}, \ z_0 = \begin{bmatrix} z_{10} & 0 \\ 0 & z_{20} \end{bmatrix},$$

donde e es el vector de error de seguimiento, s es el vector de superficies deslizantes, $\text{sgn}(s)$ es el vector de funciones signo para las superficies deslizantes y $k_{11}, k_{21}, k_{10}, k_{20}, z_{10}, z_{20}$ son constantes reales positivas.

Las superficies deslizantes de orden cero se definen como (Utkin (1992))

$$s_1(x) = \dot{e}_1 + k_{c1}e_1 = 0, \ s_2(x) = \dot{e}_2 + k_{c2}e_2 = 0,$$

donde k_{c1} y k_{c2} son constantes reales positivas.

El vector s se puede escribir como

$$s(x) = \dot{e} + k_c e = 0 \quad (16)$$

donde $k_c = \begin{bmatrix} k_{c1} & 0 \\ 0 & k_{c2} \end{bmatrix}$.

Considérese la siguiente función candidata de Lyapunov (Utkin (1992)):

$$V = \frac{1}{2}(s^T s), \quad (17)$$

al derivar (17) se debe satisfacer que

$$\dot{V} = s^T \dot{s} < 0. \quad (18)$$

Derivando (16) y sustituyendola en (18) se tiene que

$$\dot{V} = s^T (\ddot{e} + k_c \dot{e}) = s^T (\ddot{y}_d - v_{aux} + k_c \dot{e}) < 0, \quad (19)$$

definiendo el control auxiliar v_{aux} como

$$v_{aux} = \ddot{y}_d + k_c \dot{e} + W \text{sgn}(s), \quad (20)$$

y sustituyendolo en (19), finalmente se obtiene

$$\dot{V} = s^T [-W \text{sgn}(s)] = -W[|s_1| + |s_2|] < 0,$$

el análisis anterior demuestra la estabilidad del sistema en lazo cerrado. Al utilizar la ecuación (15) se obtiene el control

$$u = A^{-1}[v_{aux} - b] = A^{-1}[\ddot{y}_d + k_c \dot{e} + W \text{sgn}(s) - b].$$

A diferencia del control por modos deslizantes de orden cero, en el caso de un control por modos deslizantes de primer orden, la superficie deslizante no es una ecuación algebraica, sino una ecuación diferencial de primer orden

(Elmali et al. (1991)), en la cuál se involucra la superficie deslizante s y su primera derivada \dot{s} . Se propone entonces una superficie deslizante de primer orden dada por

$$\dot{s} + z_0 s = \dot{e} + k_1 e + k_0 \int e = 0. \quad (21)$$

Al derivar la ecuación (21) con respecto al tiempo, se tiene que

$$\ddot{s} + z_0 \dot{s} = \ddot{y}_d - \ddot{y} + k_1 \dot{e} + k_0 e, \quad (22)$$

y sustituyendo la ecuación (15) en (22) se obtiene

$$\ddot{s} = \ddot{y}_d - v_{aux} + k_1 \dot{e} + k_0 e - z_0 \dot{s}. \quad (23)$$

Al considerar la siguiente función candidata de Lyapunov (Elmali et al. (1991)):

$$V = \frac{1}{2}(\dot{s}^T \dot{s} + s^T \Omega s), \quad (24)$$

donde $\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 & 0 \\ 0 & \Omega_2 \end{bmatrix}$, $\Omega_1 > 0$, $\Omega_2 > 0$ son constantes reales, se tiene que para garantizar que s y \dot{s} sean atractivas se debe satisfacer

$$\dot{V} = \dot{s}^T (\ddot{s} + \Omega s) < 0. \quad (25)$$

Sustituyendo (23) en (25) se tiene que

$$\dot{s}^T (\ddot{y}_d - v_{aux} + k_1 \dot{e} + k_0 e - z_0 \dot{s} + \Omega s) < 0, \quad (26)$$

se define entonces el control auxiliar v_{aux} como

$$v_{aux} = \ddot{y}_d + k_1 \dot{e} + k_0 e - z_0 \dot{s} + \Omega s + W \text{sgn}(\dot{s}), \quad (27)$$

donde $W = \begin{bmatrix} W_1 & 0 \\ 0 & W_2 \end{bmatrix}$, $W_1 > 0$, $W_2 > 0$ son constantes reales, y sustituyendo (27) en (26) se tiene que

$$\dot{V} = \dot{s}^T [-W \text{sgn}(\dot{s})] < 0$$

$$\dot{V} = -W[|\dot{s}_1| + |\dot{s}_2|] < 0.$$

Con el análisis anterior se demuestra la estabilidad del sistema en lazo cerrado. Al utilizar la ecuación (15) se obtiene finalmente el control

$$u = A^{-1}[v_{aux} - b]$$

$$u = A^{-1}[\ddot{y}_d + k_1 \dot{e} + k_0 e - z_0 \dot{s} + \Omega s + W \text{sgn}(\dot{s}) - b]$$

Las funciones $\text{sgn}(\dot{s})$ y $\text{sgn}(s)$ se sustituirán por una función que sea más suave, una función de saturación definida como

$$\text{sat}(\dot{s}) = \begin{cases} 1, & \dot{s} > \varepsilon \\ (1/\varepsilon)\dot{s}, & -\varepsilon \leq \dot{s} \leq \varepsilon \\ -1, & \dot{s} < -\varepsilon \end{cases}$$

4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

Las siguientes simulaciones numéricas se realizaron para un robot móvil tipo unicycle con distribución de masa no uniforme. Como se menciona al principio de este trabajo, se supone que la posición del centro de masa del móvil no está variando. El tiempo total de simulación es 50 segundos cuando la trayectoria deseada es un círculo y 100 segundos cuando la trayectoria deseada es una lemniscata. En ambas simulaciones, a los 30 segundos se aplica una perturbación externa durante 1 segundo en los estados y y w .

Los parámetros del robot móvil son $d = 0,1\text{m}$, $r = 0,065\text{m}$, $l = 0,13\text{m}$, $I_z = 0,08\text{kgm}^2$, $\gamma = 0,15$ rad, cuya masa considerando un objeto transportado es $m = 5,25$ kg.

Las posiciones iniciales del móvil son $x = 0m$, $y = 0m$, $\theta = 0$ rad cuando la trayectoria deseada es un círculo y las posiciones iniciales del móvil son $x = 0m$, $y = 0,5m$, $\theta = 0$ rad cuando la trayectoria deseada es una lemniscata. Las constantes de proporcionalidad son $k_{11} = k_{21} = 0,8$, $k_{10} = k_{20} = 0,3$, los coeficientes de proporción son $k_{c1} = k_{c2} = 1,4$, los ceros de la superficie deslizante de segundo orden son $z_{10} = z_{20} = 0,3$, los factores de proporcionalidad son $\Omega_1 = \Omega_2 = 0,001$, los factores de discontinuidad son $W_1 = W_2 = 0,2$, la pendiente de la función de saturación en ambos controladores es $1/\varepsilon = 10$. Los parámetros del círculo son $x_d = \text{sen}(2\pi t/50)$, $y_d = \text{cos}(2\pi t/50)$; los parámetros de la lemniscata son $x_d = 1,6\text{sen}(2\pi t/100)$, $y_d = 0,8\text{sen}(4\pi t/100)$. A fin de tener una simulación más acorde con el valor experimental, los pares aplicados al sistema en ambas simulaciones se acotaron a 0.1 Nm.

En la figura 4 se observa el desempeño del control por modos deslizantes de primer orden (HOSM) y del control por modos deslizantes de orden cero (SM) en el seguimiento de un círculo. En la figura 5 se muestran las velocidades angulares generadas al utilizar ambos controladores. En la figura 6 se muestran los errores de seguimiento utilizando el control (HOSM) y en la figura 7 se muestran los errores de seguimiento utilizando el control (SM).

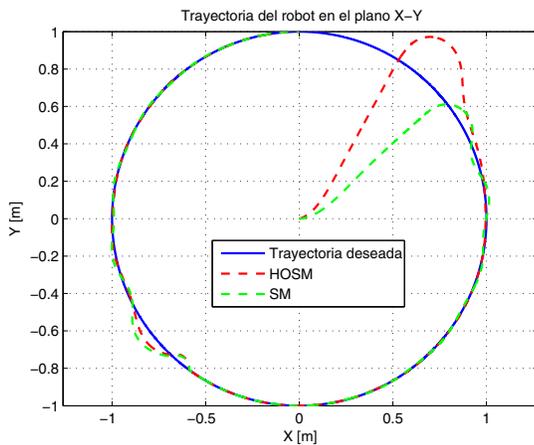


Figura 4. Trayectoria en el plano.

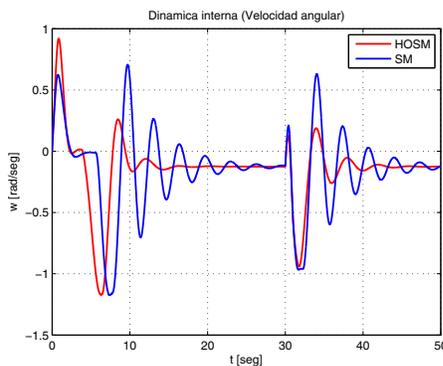


Figura 5. Velocidad angular (Círculo).

En la figura 8 se observa el desempeño de ambos controladores al seguir una lemniscata. En la figura 9 se muestra la comparación de la velocidad angular del robot móvil al utilizar ambos controladores. En la figura 10 se observan

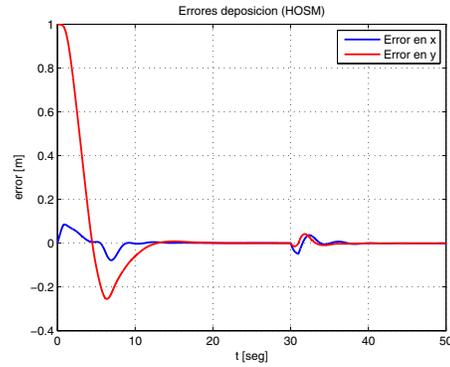


Figura 6. Errores de seguimiento (HOSM).

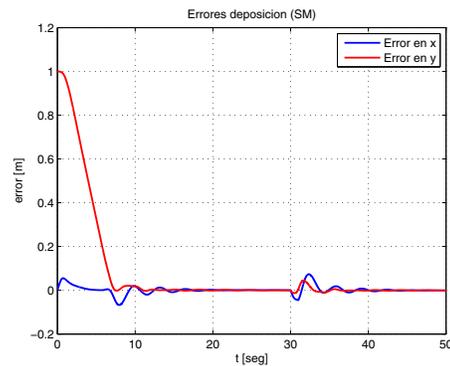


Figura 7. Errores de seguimiento (SM).

los errores de seguimiento al utilizar el control (HOSM) y en la figura 11 los errores de seguimiento al utilizar el control (SM).

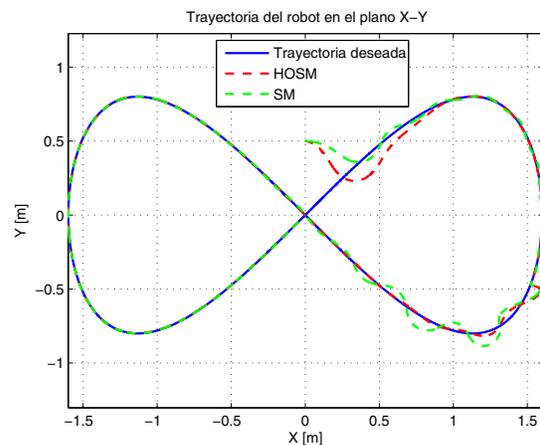


Figura 8. Trayectoria en el plano.

4.1 Análisis de los resultados

En la figura 4 se observa que utilizando el control (HOSM) se tiene un sobre impulso grande al inicio del recorrido, pero no oscila tanto cuando se está cerca de la trayectoria ni durante el seguimiento de la misma, también se alcanza más rápido la trayectoria deseada después de que se introduce una perturbación, a diferencia del desempeño del control (SM) que oscila bastante al iniciar el seguimiento y después de aplicada la perturbación externa. En ambos

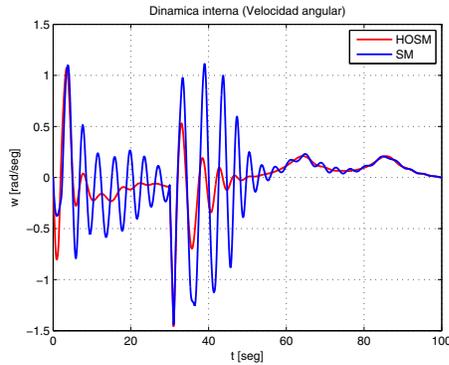


Figura 9. Velocidad angular (Lemniscata).

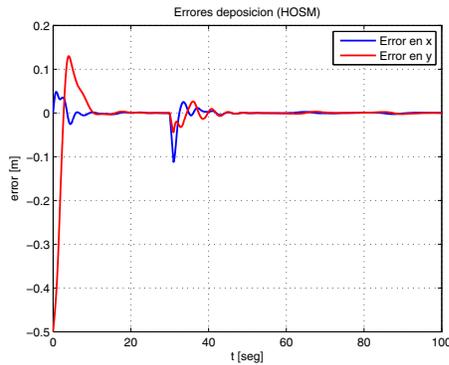


Figura 10. Errores de seguimiento (HOSM).

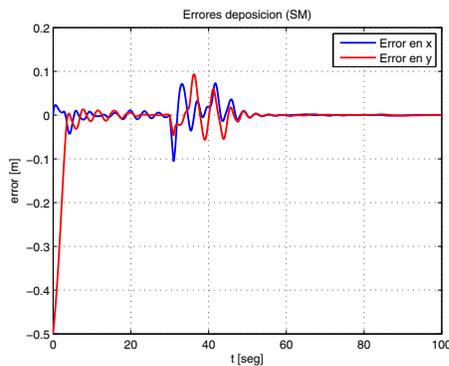


Figura 11. Errores de seguimiento (SM).

casos se comprueba la robustez de los controladores. En la figura 5 se observa que utilizando el control (HOSM) la velocidad angular del robot móvil está acotada y es menor que la velocidad angular del robot móvil al aplicar el control (SM). En la figura 6 se observa que utilizando el control (HOSM) los errores de seguimiento son casi cero, los errores de seguimiento al utilizar el control (SM) también son cercanos a cero como se muestran en la figura 7.

En la figura 8 se observa que utilizando el control (HOSM) se consigue un mejor seguimiento de trayectoria que al utilizar un control (SM) donde se tiene más oscilaciones durante el seguimiento de trayectoria. En ambos controladores se observa la robustez de éstos al regresar a la trayectoria deseada después de que se aplicó una perturbación externa. En la figura 9 se observa que al utilizar

el control (HOSM), la velocidad angular del robot móvil está acotada y oscila mucho menos que al utilizar el control (SM). En la figura 10 se observa que utilizando el control (HOSM) los errores de seguimiento son un poco menores que los errores de seguimiento al utilizar el control (SM) como se muestran en la figura 11.

5. CONCLUSIONES

Utilizar un control por modos deslizantes de orden cero no es suficiente para resolver el problema planteado, debido a que se tienen más oscilaciones durante en el seguimiento de trayectoria y esto causará que el objeto transportado se mueva mucho sobre el unicycle. El desempeño del controlador por modos deslizantes de primer orden es mejor que el desempeño del controlador por modos deslizantes de orden cero en el sentido que al utilizar el primer controlador no se tienen oscilaciones tan grandes durante el recorrido, por otra parte, se tienen más constantes que sintonizar y esto hace más difícil de implementar en un prototipo real.

REFERENCIAS

- Campion, G., Bastin, G., D' Andréa-Novle, B. (1996). Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots. IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 12, No. 1, pp 47-62.
- Canudas, C., Khennouf, H., Samson, C., y Sordalen, O.J. (1996). Nonlinear Control Design for Mobile Robots. Recent Trends in Mobile Robots, world scientific edition.
- Elmali Hakan, Olgac Nejat (1991). Robust Output tracking Control of Nonlinear MIMO System via Sliding Mode Technique. Automatica, Vol. 27, No. 5, pp. 853-858. Printed in Great Britain.
- Fierro, R. y Lewis, F. (1995). Control of a nonholonomic mobile robot: Backstepping kinematics into dynamics. 34th Conference on Decision and Control, 3805-3810.
- Hossein Barghijand, Adel Akbarimajd, Jafar Keighobadi (2011). Quasi-Static Object Manipulation by Mobile Robot-Optimal Motion Planning Using GA. 11th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications, pp 202-207.
- Isidori, A. (1989). Nonlinear Control Systems. 2a. edición, Springer-Verlag.
- J. A. Chocoteco, R. Morales, V. Feliu and H. Sira-Ramírez (2015). Robust output feedback control for the trajectory tracking of robotic wheelchairs. Robotica, 33, pp 41-59.
- R. García-Saldivar, J. Álvarez-Gallegos, R. Castro-Linares (2014). Modelado Dinámico y Control de un Robot Móvil con Distribución de Masa No Uniforme. Congreso Latinoamericano de Control Automático, CLCA, pp 457-462.
- Krzysztof Kozłowski (2006). Robot Motion and Control. Springer.
- Utkin, V. (1992). Sliding Modes in Control Optimization. Springer-Verlag.