Memorias del XVI Congreso Latinoamericano
de Control Automático, CLCA 2014
Octubre 14-17, 2014. Cancún, Quintana Roo, México

Utilização da Identificação por Subespaços pelo método MOESP, em um Manipulador Robótico

Ademar Gonçalves da Costa Junior*, Jose Antonio Riul, Paulo Henrique de Miranda Montenegro****

*Laboratório de Instrumentação, Sistemas de Controle (LINSCA), Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFPB), João Pessoa – PB, Brasil. e-mail: ademar.costa@ifpb.edu.br
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), João Pessoa – PB, Brasil. e-mail's:{riul, paulo}@ct.ufpb.br

Abstract: Subspace identification is being improved these last decades, with many contributions from the scientific community, focusing on multivariable systems. This paper describes the use of subspace identification techniques, in particular, the MOESP method, compared to prediction error identification, and applied to two links of the electromechanical robotic manipulator. The system identification is performed for the deterministic case, and the validation is evaluated quantitatively using quality statistical criterion, besides the evaluation of dynamic models obtained by MOESP and least squares.

Keywords: Subspace methods, prediction error methods, MOESP, multivariable systems, robotic manipulators.

1. INTRODUÇÃO

Uma das atividades da engenharia consiste em obter modelos matemáticos que possam representar sistemas físicos. Para isto, existem duas áreas de estudo para que se obtenham tais modelos que são: a modelagem pela física do sistema dinâmico – modelagem caixa branca (Ljung e Glad, 1994; Garcia, 2009); e a identificação de sistemas – modelagem caixa preta e caixa cinza (Ljung, 1987; Coelho e Coelho, 2004; Aguirre, 2007). Na primeira técnica, a modelagem consiste no equacionamento dos fenômenos envolvidos nos sistemas dinâmicos, usando as leis da física, onde nem sempre há viabilidade no procedimento de modelagem, por falta de conhecimento e tempo necessário para a realização. Na segunda técnica, a identificação de sistemas estuda técnicas alternativas de modelagem matemática, no qual pouco ou nenhum conhecimento prévio do sistema é necessário.

Na área de identificação de sistemas, a literatura apresenta um vasto acervo de publicações, no qual uma das categorias para obter um modelo matemático é através do método de predição do erro (PEM – *Prediction Error Methods*) e o outro seria o método por variáveis instrumentais (IVM – *Instrumental Variable Methods*) (Ljung, 1987; Coelho e Coelho, 2004; Landau e Zito, 2006; Aguirre, 2007). Em meados da década de 90 do século passado, começam as primeiras publicações de artigos explorando a técnica por subespaço (SIM – *Subspace Identification Methods*), surgindo então o primeiro livro abordando a técnica (Van Overschee e De Moor, 1996), no qual apresenta a teoria e sua aplicação em sistemas físicos. Desta publicação, a teoria se difunde, fazendo com que inúmeros livros e artigos sejam publicados pela comunidade científica (Verhaegen e Dewilde, 1992; Verhaegen, 1993; Van Overschee e De Moor, 1994, 1995; Favoreel *et al*, 2000; Verdult e Verhaegen, 2002; Viberg, 2002; Katayama, 2005; Qin, 2006).

Em publicações mais recentes, pesquisas utilizando o SIM são realizadas nas áreas de identificação em malha fechada (Van der Veen *et al.*, 2013), e o uso de modelos não-lineares (Van Wingerden & Verhaegen, 2009). Na área de manipuladores robóticos, Johansson *et al.* (2000) apresentam um proposta de uso do SIM, como alternativa à modelagem dinâmica analítica através das equações de Euler-Lagrange (Craig, 2004).

Para sistemas multivariáveis, a obtenção de modelos através do PEM e do IVM é um tanto complexa, e sua confiabilidade numérica pode ser inaceitável em problemas que tenham um grande número de entradas e de saídas (Viberg, 2002). O método SIM é uma alternativa ao PEM e ao IVM para obter modelos através dos dados de entrada e de saída, já que utiliza uma parametrização simples e generalista, para sistemas multivariáveis. Métodos por subespaço são baseados em ferramentas numéricas robustas, tais como, a fatoração QR e a decomposição em valores singulares (SVD – *Singular Value Decompostion*), no qual sua teoria é derivada da álgebra linear, estimando matrizes de estado de forma rápida. Segundo Viberg (2002), os algoritmos por subespaço são atraentes devido ao uso da representação em espaço de estados, conveniente para estimação, filtragem, predição e controle.

O objetivo deste artigo é obter um modelo matemático da posição angular do elo 1 (base) e do elo 2 (braço) de um manipulador robótico eletromecânico de cinco graus de liberdade, utilizando técnicas de identificação por subespaço.

Este artigo é organizado da seguinte maneira: na Seção 2 são apresentados os principais fundamentos teóricos da identificação por subespaço; na Seção 3 é apresentada uma breve descrição da bancada de testes e os sinais de teste para identificação do sistema, utilizando a modelagem caixa preta; na Seção 4 são apresentados os resultados experimentais alcançados. A Seção 5 apresenta as considerações finais do trabalho.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Nesta seção, uma visão geral sobre os fundamentos teóricos sobre o método de identificação por subespaço (SIM) é apresentada. Considere o modelo linear, discreto e invariante no tempo, em espaço de estados, descrito por:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = A_d\boldsymbol{x}_k + B_d\boldsymbol{u}_k + \boldsymbol{w}_k \quad (1)$$

$$\boldsymbol{y}_k = C\boldsymbol{x}_k + D\boldsymbol{u}_k + \boldsymbol{v}_k \quad (2)$$

com:

$$E\left[\begin{pmatrix} w_p \\ v_p \end{pmatrix}\begin{pmatrix} w_q^T & v_q^T \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix}\delta_{pq} \geq 0 \quad (3)$$

no qual $A_d, Q \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B_d \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $C \in \mathbb{R}^{l\times n}$, $D \in \mathbb{R}^{l\times m}$, $S \in \mathbb{R}^{n\times l}$ e $R \in \mathbb{R}^{l\times l}$. Os vetores $\boldsymbol{u}_k \in \mathbb{R}^m$ e $\boldsymbol{y}_k \in \mathbb{R}^l$ são as medidas no intervalo de tempo discreto k, das respectivas m entradas e l saídas do sistema. O vetor $\boldsymbol{x}_k \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de espaço de estados do sistema, no intervalo de tempo discreto k, e contem os valores numéricos dos n estados. Os vetores $\boldsymbol{v}_k \in \mathbb{R}^l$ e $\boldsymbol{w}_k \in \mathbb{R}^n$ são vetores de sinais não medidos e denominados de ruído de medição e de ruído do sistema, respectivamente, assumindo que esses ruídos sejam brancos, estacionários e com média zero. O E denota a esperança matemática e δ_{pq}, o delta de Kronecker (Van Overschee & De Moor, 1996).

As matrizes Q, S e R são as matrizes de covariância da sequência de ruídos $\boldsymbol{w}_k$ e $\boldsymbol{v}_k$. O par de matrizes $\{A, C\}$ é assumido ser observável, implicando que todos os modos no sistema podem ser observados na saída $\boldsymbol{y}_k$, portanto, ser identificável. O par de matrizes $\{A, [B \quad Q^{1/2}]\}$ é assumido ser controlável, implicando que todos os modos do sistema são excitados pela entrada determinística $\boldsymbol{u}_k$, e/ou pela entrada estocástica $\boldsymbol{w}_k$.

A ideia básica dos algoritmos de subespaços é estimar as matrizes A_d, B_d, C, D, Q, R e S de um modelo de espaço de estados discreto determinístico-estocástico (Eqs. 1-2), dado que seja disponibilizado o conjunto de dados de entrada e de saída de um sistema.

Existem três casos distintos, na teoria de SIM (Van Overschee & De Moor, 1996):

- O caso puramente determinístico ($\boldsymbol{w}_k$ e $\boldsymbol{v}_k = 0$);
- O caso puramente estocástico ($\boldsymbol{u}_k = 0$);
- O caso determinístico/estocástico, como apresentado nas Eqs. 1-2.

Neste artigo será estudado o caso puramente determinístico. Todos os métodos de identificação por subespaços consistem em duas etapas. Na primeira etapa, o algoritmo calcula uma determinada característica do subespaço de um conjunto de dados de entrada e de saída, no qual coincide com o subespaço gerado pelas colunas da matriz de observabilidade estendida (Γ_i). A dimensão deste subespaço é igual à ordem n do sistema a ser identificado.

Na segunda etapa, os algoritmos de identificação por subespaços mencionados aplicam uma das seguintes estratégias:

- O MOESP (*Multivariable Output Error State Space*) determina duas matrizes (A_d e C) diretamente do subespaço da observabilidade estendida. Depois da determinação das matrizes A_d e C, estas são usadas para determinar as demais matrizes do sistema (B_d, D). Este será o método no qual será utilizado como estudo de caso, neste artigo;
- O CVA (*Canonical Variate Analysis*) e o N4SID (*Numerical Subspace State Space System Identification*) usam a matriz de observabilidade estendida para implicitamente determinar duas sequências de estado. A partir das sequências de estado, combinadas com os dados originais de entrada e de saída, todas as matrizes do sistema podem ser determinadas diretamente pela resolução de um conjunto de equações pelo método dos mínimos quadrados.

Pode ser observado que, a segunda estratégia utiliza um único passo, enquanto a primeira utiliza dois passos na determinação de todas as matrizes do sistema. Em ambos os grupos, antes da identificação das matrizes do sistema, para o cálculo da sequência de vetor de estados utiliza-se apenas os dados de entrada e de saída. No procedimento de identificação, o principal passo é calcular a SVD de uma matriz de um bloco de Hankel, construída a partir dos dados de entrada e de saída.

2.1 O Problema de Identificação por Subespaços

O problema de identificação requer que, por meio de dados de entrada e de saída aplicados a um sistema, encontrem-se as matrizes A_d, B_d, C_d e D, do modelo de espaço de estados discreto determinístico.

As Eqs. 1-2 podem ser rearranjadas e, após algumas manipulações algébricas, fica estabelecido que (Van Overschee & De Moor, 1996; Katayama, 2005):

$$Y_p = \Gamma_i X_p^d + H_i^d U_p \quad (4)$$

$$Y_f = \Gamma_i X_f^d + H_i^d U_f \quad (5)$$

$$X_f^d = A^i X_p^d + \Delta_i^d U_p \quad (6)$$

no qual: Y_p e Y_f são vetores de saídas passadas e futuras, respectivamente; U_p e U_f são vetores de entradas passadas e futuras, respectivamente. Estes vetores formam o bloco de Hankel de entrada (U_p e U_f) e de saída (Y_p e Y_f). O índice d indica o uso de técnicas de subespaço para sistemas determinísticos.

As equações de saídas (4) e (5), são definidas como uma combinação linear de estados passados e futuros, multiplicados pela matriz de observabilidade estendida Γ_i, e a combinação linear das entradas passadas e futuras, multiplicadas por sua resposta ao impulso H_i^d, também denominada matriz Toeplitz. A Eq. 6 relaciona os estados futuros (X_f^d) com os estados passados (X_p^d) sob a influência das entradas, no qual Δ_i^d é a inversa da matriz de controlabilidade (Van Overschee & De Moor, 1996).

A interpretação geométrica da equação matricial (5) é apresentada na Figura 1. Os vetores no espaço linha da matriz bloco de Hankel, Y_f, podem ser obtidos com a soma das combinações lineares dos vetores no espaço linha da sequência de estado X_f^d, e as combinações lineares dos vetores no espaço linha da matriz bloco de Hankel U_f.

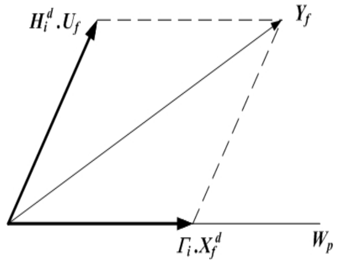

Figura 1. Interpretação geométrica da Eq. 5.

2.2 Estimando os Subespaços

Para que os subespaços da matriz de observabilidade estendida Γ_i e da sequência de estados da matriz X_f^d sejam estimados, por meio dos dados de entrada-saída, é necessária a determinação da ordem n do sistema. A estimação $\Gamma_i X_f^d$ (Eq. 5) pode ser obtida por meio da projeção oblíqua de dados de entrada-saída do sistema, através de:

$$O_i = \Gamma_i X_f^d \quad (7)$$

Para que a projeção oblíqua O_i seja separada em Γ_i e em X_f^d, para sistemas puramente determinísticos, o posto de $\mathrm{O_i}$ deverá ser igual à ordem n do sistema e, Γ_i e X_f^d podem ser recuperados de forma precisa pela decomposição SVD (Van Overschee e De Moor, 1996; Katayama, 2005; Qin, 2006):

$$O_i = U_1 S_1 V_1^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} U_1 & U_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{pmatrix} \quad (8)$$

no qual S_1 é uma submatriz de S contendo os valores singulares não-nulos de O_i e, U_1 e V_1^T são as partes correspondentes de U e V^T. A ordem n do sistema das Eqs. 1-2 é igual ao número de valores singulares da Eq. 8 diferentes de zero.

A matriz de observabilidade estendida Γ_i compartilha o mesmo espaço coluna da projeção oblíqua O_i, fazendo com que possa ser obtida por:

$$\Gamma_i = U_1 S_1^{1/2} \quad (9)$$

Como a sequência de estado X_f^d fica no espaço linha da projeção oblíqua O_i, esta sequência pode ser obtida através de:

$$X_f^d = S_1^{1/2} V_1^T \quad (10)$$

2.3 Determinação das Matrizes do Sistema

Sendo a projeção oblíqua O_i obtida pela decomposição SVD (Eq. 8), no qual é particionada nos subespaços coluna (Γ_i) ou linha (X_f^d), as matrizes do sistema podem ser obtidas a partir de qualquer dos dois subespaços indicados (Eqs. 9-10).

No método N4SID, as matrizes do sistema A_d, B_d, C_d e D são obtidas em único passo, resolvendo o problema apresentado na Eq. 11, através dos mínimos quadrados (Van Overschee e De Moor, 1996; Katayama, 2005; Qin, 2006).

$$\begin{pmatrix} X_{i+1}^d \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_d & B_d \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{X_i^d} \\ U_{i|i} \end{pmatrix} \quad (11)$$

3. O MANIPULADOR ROBÓTICO DE CINCO GRAUS DE LIBERDADE

O manipulador robótico em estudo é o modelo RD5NT, da empresa Didacta Itália, o qual se encontra funcionando no Laboratório de Dinâmica, do Departamento de Engenharia Mecânica, da Universidade Federal da Paraíba (UFPB). Os elementos que compõem a bancada de testes são:

- Manipulador robótico eletromecânico de cinco graus de liberdade;
- Fonte de alimentação;
- Computador de mesa;
- Sistema de aquisição de dados;
- Circuito amplificador de potência.

O manipulador robótico RD5NT, é um robô didático pesando aproximadamente 16 kg, composto por cinco juntas rotativas, quatro elos e uma garra. Os elos do manipulador robótico representam o tronco, o braço, o antebraço e o punho. A transmissão de cada movimento é feita através do bloco moto-redutor, com dois estágios de redução, no qual os motores dos blocos são de corrente contínua, fabricados pela Maxon Motor, com potência de 2,5 watts e com capacitor de longa vida. A tensão elétrica nominal dos motores CC é de 12 Volts e a rotação máxima sem carga é de 6.480 rpm. Os potenciômetros rotativos lineares, modelo 78CSB502, fabricados pela Sfernice, com resistência de 5 kΩ, asseguram a reprodução dos deslocamentos angulares das juntas e do movimento da garra. O diagrama de blocos da bancada de testes é ilustrado na Figura 2.

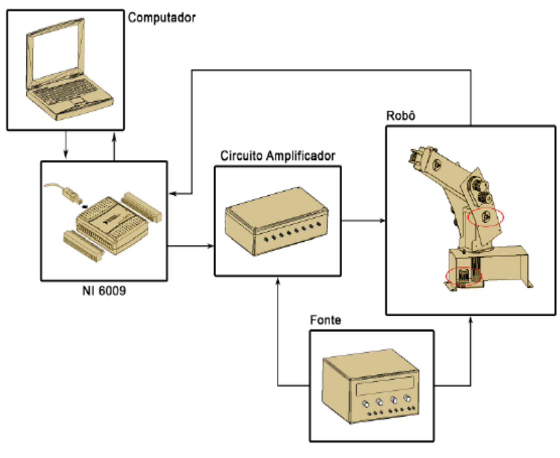

Figura 2. Diagrama de blocos da bancada de testes.

3.1 Testes para a Identificação

Na bancada de testes, os dados das entradas e das saídas, da base (elo 1) e do braço (elo 2) do manipulador robótico, são coletados por meio de uma placa de aquisição de dados National Instruments, modelo NI USB6009.

Para que fosse realizada a identificação de modelos aos dois elos do manipulador robótico mencionado, foram aplicados sinais PRBS (Ljung, 1987; Aguirre, 2007), utilizando a proposta de Coelho e Coelho (2004). Foram colhidas 2000 amostras, com o tempo de amostragem de 30 ms. Os dados de entrada (tensão aplicada ao motor de cada elo) são denominados, u_1 e u_2, e de saída (tensão no potenciômetro de cada elo), y_1 e y_2, no qual os subíndices 1 e 2, estão relacionados aos elos 1 e 2 do manipulador robótico, respectivamente, sendo os sinais de entrada aplicados separadamente, como um sistema SISO (*Single-Input, Single-Output*). Para a identificação dos modelos, as 1000 primeiras amostras foram separadas e as demais, utilizadas na validação dos modelos.

4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Com os dados do ensaio de excitação, o próximo passo é a realização da identificação dos elos 1 e 2 do robô manipulador. Para isto, a identificação é realizada através de dois métodos: a identificação por subespaço (SIM) através do uso do método MOESP; a identificação por predição do erro (PEM) através dos mínimos quadrados recursivo (Ljung, 1987; Coelho e Coelho, 2004; Aguirre, 2007).

Antes dos procedimentos para a identificação dos modelos, foram aplicadas a remoção de tendências, através da função *detrend*, e um filtro linear passa-faixas, através da função *idfilt*, todas do Matlab® (frequências entre 0,1 e 5 rad/s), aos dados de entrada e de saída obtidos experimentalmente. Neste filtro, não houve a preocupação em encontrar a faixa ótima de frequências, sendo utilizada a metodologia da tentativa e erro. Os sinais de entrada e de saída, após o pré-tratamento, podem ser vistos na Figura 3.

4.1 Estimação da Ordem

Um método para a determinação da ordem do sistema (n) é a utilização do número de valores singulares (SVD – *Singular Value Decomposition*) diferentes de zero, da projeção ortogonal ou oblíqua da matriz em bloco de Hankel dos dados de entrada e de saída do sistema. Na Figura 4 são ilustrados os valores singulares para os dois elos do manipulador robótico que estão sendo identificados, no qual é baseada a escolha no modelo de ordem 2.

4.2 Validação dos Modelos Obtidos

Uma das formas para validar os modelos obtidos é a comparação entre as saídas estimadas e as reais dos elos, muitas vezes denominados na literatura como validação dinâmica. Para a análise da identificação PEM-MQ foi utilizada a estrutura do modelo ARX com dois pólos e dois zeros, definidos na tese de Pinto (2011), para o mesmo manipulador robótico.

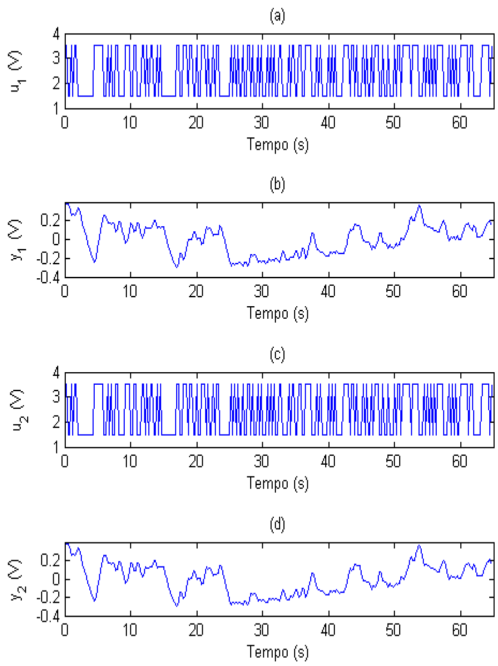

Figura 3. Sinais para a identificação dos elos 1 e 2 do robô manipulador. (a) sinal de entrada u_1, (b) sinal de saída y_1, (c) sinal de entrada u_2, (d) sinal de saída y_2, todos em volts.

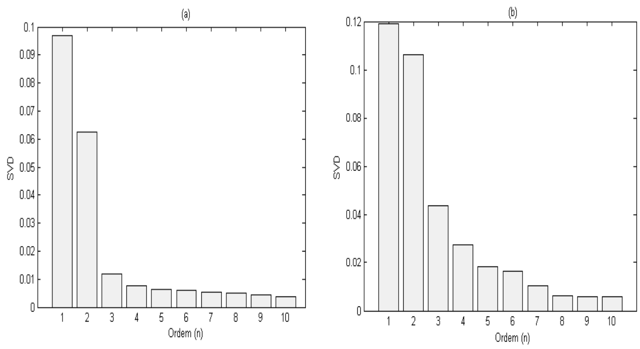

Figura 4. Valores singulares para os dois graus de liberdade do manipulador robótico. (a) Elo 1, (b) Elo 2.

As matrizes A_d, B_d, C e D geradas pelo SIM-MOESP para o elo 1 (y_1) e o elo 2 (y_2) do manipulador robótico, são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1. Matrizes A_d, B_d, C e D, geradas pelo SIM-MOESP para o elo 1 (y_1) e o elo 2 (y_2) do manipulador robótico.

Matrizes	y_1	y_2
A_d	$\begin{bmatrix} 0{,}9464 & 0{,}2969 \\ -0{,}1431 & 0{,}8899 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0{,}7850 & 0{,}2274 \\ -0{,}1501 & 1{,}0131 \end{bmatrix}$
B_d	$\begin{bmatrix} 0{,}0605 \\ 0{,}2126 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0{,}1852 \\ 0{,}1175 \end{bmatrix}$
C	$[-0{,}1033 \quad 0{,}1591]$	$[-0{,}1911 \quad 0{,}0587]$
D	$[-0{,}0041]$	$[-0{,}0002]$

A Figura 5 ilustra a saída gerada pelos modelos obtidos pelo SIM-MOESP, comparadas com os modelos ARX (Pinto, 2011), para os elos 1 e 2 do manipulador robótico. Por observação dos modelos, as saídas obtidas pelos modelos acompanham muito bem a saída medida.

Para que a avaliação não seja subjetiva quando se utiliza a validação dinâmica, foi utilizado o índice MVAF (*Mean Variance Accounted For*), indicado na Eq. 12, para avaliação da qualidade do modelo produzido por algoritmo, definido como:

$$MVAF(\%) = 100 \times \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(1 - \frac{variância(y_i - \hat{y}_i)}{variância(y_i)} \right) \qquad (12)$$

no qual y_i é a saída medida, N é a quantidade de dados utilizadas para a validação, e $\hat{y}_i$ é a saída estimada pelo modelo obtido. Se a razão $\frac{\text{variância}(y_i - \hat{y}_i)}{\text{variância}(y_i)}$ é pequena, o índice MVAF fica próximo a unidade (Bakke *et al*, 2009). Este índice é utilizado para analisar a qualidade do modelo obtido para cada algoritmo, conforme apresentado na Tabela 2.

Analisando os valores da Tabela 2, observa-se que todos os modelos tiveram um bom desempenho em termos de validação.

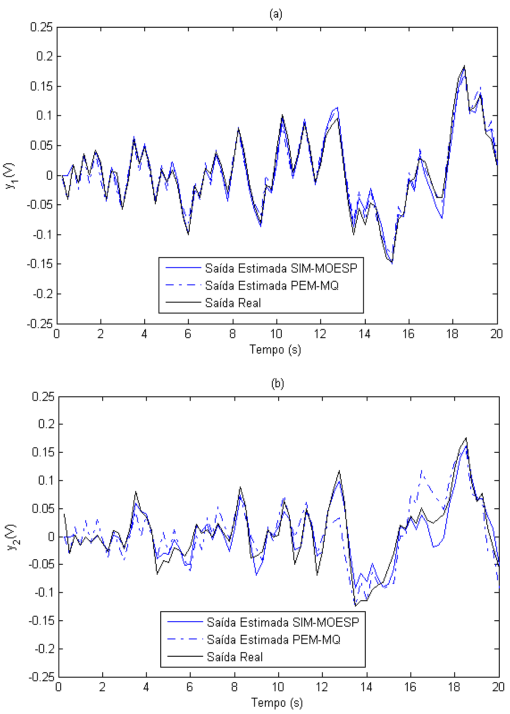

Figura 6. Validação dinâmica da resposta do sistema para modelos lineares: (a) y_1 – saída do elo 1 e (b) y_2 – saída do elo 2. (- em azul) saída estimada pelo SIM – MOESP, (-.) saída estimada pelo PEM – MQ e (- em preto) saída experimental.

Tabela 2. Avaliação da qualidade dos algoritmos SIM e PEM, através do índice MVAF, para as variáveis de saída y_1 e y_2.

Algoritmos	**Variável de saída**	**MVAF (%)**
SIM - MOESP	y_1	94,31
SIM - MOESP	y_2	97,22
PEM - MQ	y_1	79,38
PEM - MQ	y_2	79,22

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foram apresentados as técnicas e procedimentos para a identificação de sistemas utilizando métodos por subespaços. Baseado no uso de conceitos da teoria da álgebra linear, as técnicas envolvem conceitos que tornam a modelagem multivariável mais simples, em comparação com outros métodos de identificação. A partir da aplicação do método por subespaço, em especial neste trabalho, o método MOESP, verifica-se que há espaço para que seja explorado, como uma alternativa às técnicas por PEM, baseadas em funções polinomiais, porém não triviais de resolução, em problemas multivariáveis aplicados em manipuladores robóticos.

Trabalhos futuros serão realizados para que sejam aplicados sinais de entrada simultâneos, para que seja analisado um sistema multivariável 2 x 2, no qual serão realizadas análises entre os acoplamentos dos elos do manipulador, além da utilização de outros métodos por subespaço como o N4SID, e a avaliação do caso determinístico/estocástico, já que as medições contêm ruídos. Também será investigado o uso de identificação por subespaço, em projetos de sistemas de controle, verificando seu comportamento.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Universidade Federal da Paraíba (UFPB) e ao Instituto Federal da Paraíba (IFPB), localizadas no Brasil, pelo apoio financeiro para a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aguirre, L. A. (2007). *Introdução à Identificação de Sistemas – Técnicas Lineares e Não-lineares Aplicadas a Sistemas Reais*, 3ª edição. Belo Horizonte (Brasil): UFMG.

Bakke, M. *et al* (2010). Effect of varying controller parameters in closed-loop subspace identification. In *9th International Symposium on Dynamics and Control of Process Systems*. pp. 595-600.

Craig, J. J. (2009). Introduction to Robotics – Mechanics and Control, 3rd Edition. Pearson.

Coelho, A. A. R. & Coelho, L. D. S. (2004). *Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares*. Florianópolis (Brasil): EDUFSC.

Favoreel, W. *et al.* (2000). Subspace state space system identification for industrial process. *Journal of Process Control*. 10. p. 149-155.

Garcia, C. (2009). *Modelagem e Simulação de Processos Industriais e de Sistemas Eletromecânicos*. São Paulo: USP.

Johansson, R. *et al.* (2000). State-space system identification of robot manipulator dynamics. *Mechatronics*. 10. p. 403-418.

Katayama, T. (2005). *Subspace Methods for System Identification - A Realization Approach*. Germany: Springer.

Landau, I. D. & Zito, G. (2006). *Digital Control Systems – Design, Identification and Implementation*. London: Springer.

Ljung, L. (1987). *System Identification: Theory for the User*. Englewood Cliffs (United States): Prentice-Hall.

Ljung, L. & Glad, T. (1994). *Modeling of Dynamic Systems*. Englewood Cliffs (United States): Prentice Hall.

Pinto, C. R. A. (2011). *Controle Adaptativo Aplicado em Dois Elos de um Robô Manipulador Eletromecânico de Cinco Graus de Liberdade.* Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Brasil.

Qin, S. J. (2006). An overview of subspace identification. *Computers and Chemical Engineering*. 30. p. 1502-1513.

Van der Veen, G. *et al*. (2013). Closed-loop subspace identification methods – an overview. *IET Control Theory Application*. 07 (10). p. 1339-1358.

Van Overschee P. & De Moor, B. (1994). N4SID – Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems. *Automatica*. 30 (01). p. 75-93.

Van Overschee P. & De Moor, B. (1995). A unifying theorem for three subspace system identification algorithms. *Automatica*. 31 (12). p. 1853-1864.

Van Overschee P. & De Moor, B. (1996). *Subspace Identification for Linear System – Theory, Implementation, Applications*. Doordrecht (Netherlands): Kluwer.

Van Wingerden, J. W. & Verhaegen, M. (2009). Subspace identification of bilinear and LPV systems for open and closed-loop data. *Automatica*. 45 (02). p. 372-381.

Verdult, V. & Verhaegen, M. (2002). Subspace identification of multivariable linear parameter-varying systems. *Automatica*. 38 (05). p. 805-814.

Verhaegen, M. (1993). Identification of the deterministic part of MIMO state space models given in innovation form from input-output data. *Automatica*. 30 (01). p. 61-74.

Verhaegen, M. & Dewilde, P. (1992). Subspace model identification, part i: The output-error state-space model identification class of algorithms. *International Journal of Control*. 56 (05). p. 1187-1210.

Viberg, M. (2002). Subspace-based state-space system identification. *Circuits Systems Signal Processing*. 21 (01). p. 23-37.