

## Control Basado en Pasividad de un Convertidor de Fuente de Corriente

Edgar Berrospe\*  
Gerardo Espinosa-Pérez, Gonzalo Sandoval-Rodríguez\*\*  
Víctor Cárdenas\*\*\*

\* Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería-UNAM, (e-mail: eberrospe@gmail.com).

\*\* Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, (e-mail: gerardoe@unam.mx, gonzalo\_sandoval\_rodriguez@hotmail.com)

\*\*\* Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Centro de Investigación y Estudios de Posgrado Facultad de Ingeniería (e-mail: vcardena@uaslp.mx)

---

**Resumen:** En este artículo se presenta el diseño de un esquema de control para el proceso de carga en un convertidor de potencia del tipo convertidor de fuente de corriente. El controlador resuelve una tarea de seguimiento y su diseño se aborda desde la perspectiva del control basado en pasividad (PBC). Dos retos se afrontan en este trabajo; el análisis de las trayectorias que son alcanzables por el sistema en estado estacionario, y la inyección de amortiguamiento a pesar de que la entrada de control afecta solamente la parte de interconexión del sistema. El desempeño de la solución propuesta se ilustra por medio de simulaciones numéricas.

*Palabras clave:* Control basado en pasividad, convertidores de potencia, convertidor de fuente de corriente, seguimiento de trayectorias.

---

### 1. INTRODUCCIÓN

Durante las últimas décadas la electrónica de potencia ha jugado un papel fundamental en la solución de problemas relacionados con la calidad de la energía y el desarrollo de fuentes limpias de energía eléctrica, entre otras aplicaciones. La teoría de control y en particular los enfoques que aprovechan las propiedades disipativas de los sistemas, como el llamado Control Basado en Pasividad (PBC, por sus siglas en inglés), han demostrado ser herramientas útiles para resolver los problemas que emergen en la operación de los convertidores de potencia.

Son diversas las fuentes en las que se aborda el control de convertidores de potencia con la metodología PBC. En Ortega et al. (1998) se presenta el diseño de un control para convertidores de corriente directa (DC) a DC, resolviendo la tarea de regulación. En fuentes como Noriega-Pineda et al. (2009) y Sandoval et al. (2012) se aborda el problema de convertidores de DC a corriente alterna (AC); siendo los convertidores estructuras multinivel. Cabe destacar que el problema de seguimiento surge de manera natural cuando se trabaja con convertidores AC/DC, aunque algunas veces es posible la aplicación de técnicas que permiten transformar los problemas de seguimiento a problemas de regulación, como se muestra en Martínez-Pérez et al. (2008).

El convertidor que se aborda en este trabajo es un convertidor de fuente de corriente, en el lado de DC encontramos un inductor. Este hecho contrasta con los convertidores de fuente de voltaje como los mostrados en Noriega-Pineda

et al. (2009), Sandoval et al. (2012) y Martínez-Pérez et al. (2008), en los cuales en el lado de DC encontramos capacitores o fuentes de voltaje.

Otra característica impuesta por la topología del convertidor es que la señal de control es función de la conmutación de los dispositivos electrónicos, y aparece dentro de la matriz de interconexión del sistema. Problemas similares son abordados en Ortega et al. (1998) y Sandoval et al. (2012), demostrando que a pesar de esta situación es posible imponer amortiguamiento al sistema. Aunque una solución generalizada para el control de este tipo de estructuras establece un problema abierto en el área, lo cual resalta la importancia de los resultados presentados en este trabajo.

Una complicación adicional de la aplicación abordada es que se trata de un problema de seguimiento. En este sentido, se hace necesario estudiar y determinar de manera precisa el conjunto de trayectorias admisibles por el sistema. En general, este tipo de problemas son complicados de resolver, por lo que nuevamente, la solución presentada en este trabajo cobra importancia.

De manera específica, el esquema de control presentado permite garantizar que la trayectoria para la corriente de DC del convertidor es alcanzada *en valor promedio*, es decir, siempre existirán armónicos de corriente circulando por la corriente del inductor. Aunque la amplitud de estos armónicos son muy pequeña, dicha característica representa una desventaja de esta solución.

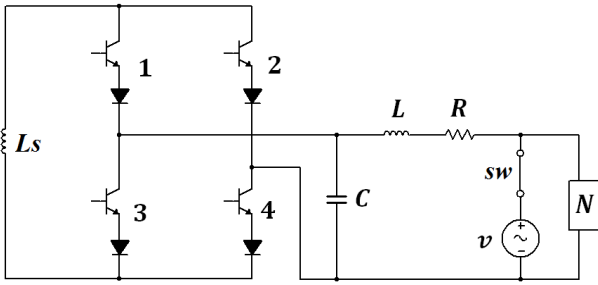


Figura 1. Convertidor de fuente de corriente

Una de las aplicaciones posibles de los convertidores de fuente de corriente es la conexión de bobinas superconductoras para su uso como UPS (Uninterrupted Power Sources), esta aplicación ha sido revisada en Hasan et al. (2010), Xiaohua et al. (2001), y más recientemente en Trillaud et al. (2014).

El presente trabajo se organiza de la siguiente forma. En la Sección 2 se deduce un modelo Lagrangiano que describe el comportamiento del convertido y se realiza un análisis de los objetivos de control. En la Sección 3 se realiza un análisis detallado del comportamiento que el sistema puede exhibir en estado estacionario. En la Sección 4 se realiza el diseño del control usando la metodología PCB. En la Sección 5 se muestran los resultados de las simulaciones numéricas del sistema en lazo cerrado. Finalmente en la Sección 6 se plantean las conclusiones y las directivas para continuar el trabajo sobre este tema.

## 2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

### 2.1 Modelo del Convertidor

El diagrama esquemático del convertidor de fuente de corriente que se estudia en el presente trabajo se muestra en la Figura 1. Es importante notar que en este tipo de convertidor es posible establecer un intercambio de potencia bidireccional.

Los interruptores electrónicos están representados con un transistor en serie con un diodo, esto puede parecer poco común para alguien familiarizado con los convertidores de fuente de voltaje, en donde los diodos de enclavamiento están conectados en paralelo con los transistores. Esta situación se debe a la dualidad existente entre los convertidores de fuente de corriente y los convertidores de fuente de voltaje Kolar et al. (1989).

Si pensamos en la aplicación de este convertidor como UPS, al colapso del bus de AC, el interruptor *sw* se abre para que la energía almacenada en el inductor  $L_s$  sea transferida a la carga *N*. Mientras que el interruptor permanece cerrado, el bus de AC puede suministrar la potencia necesaria para alimentar a la carga *N* y para almacenar energía en el inductor  $L_s$ .

Se analizará el circuito con el interruptor cerrado, en estas condiciones no es necesario analizar la corriente que fluye del bus de AC a la carga *N*. Aplicando las leyes de corriente y voltaje de Kirchhoff, es posible encontrar el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del sistema.

$$L_s \frac{dx_1}{dt} = -\mu x_2 \quad (1)$$

$$C \frac{dx_2}{dt} = \mu x_1 - x_3 \quad (2)$$

$$L \frac{dx_3}{dt} = x_2 - R x_3 - v \quad (3)$$

donde  $x_1$  es la corriente en el inductor  $L_s$ ,  $x_2$  es el voltaje en el capacitor,  $x_3$  es la corriente en el inductor  $L$ ;  $v$  es un bus infinito,  $v = V \sin(\omega t)$ ; y  $\mu$  es una función que depende del estado de los interruptores electrónicos del convertidor. Por la naturaleza de los interruptores electrónicos,  $\mu$  es una función discontinua que puede tomar los siguientes valores  $(-1, 0, 1)$ . Debido a que se considera el uso de una modulación PWM con una frecuencia diez veces mayor a la frecuencia  $v$ , se puede suponer que  $\mu$  es una función continua que toma valores en el intervalo  $(-1, 1)$ .

Con el objeto de hacer evidentes las propiedades estructurales del modelo del convertidor y posteriormente facilitar el diseño del controlador, el conjunto anterior de ecuaciones diferenciales se reescribe en forma lagrangiana,

$$\mathbf{D}\dot{x} - [\mathbf{J}(\mu) - \mathbf{R}]x = \varepsilon \quad (4)$$

donde

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \varepsilon = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -v \end{pmatrix}, \mathbf{D} = \begin{pmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & L \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix}, \mathbf{J}(\mu) = \begin{pmatrix} 0 & -\mu & 0 \\ \mu & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Es importante recalcar las siguientes propiedades de las matrices anteriores. La matriz  $\mathbf{D}$  es la matriz de inercia, tiene la propiedad de ser simétrica y positiva definida. La matriz  $\mathbf{R}$  es simétrica y positiva semidefinida y contiene al único elemento que inyecta amortiguamiento al sistema. La matriz  $\mathbf{J}$  es una matriz antisimétrica que contiene los términos de interconexión del sistema y depende de  $\mu$ . Aparentemente modificando  $\mu$  solo podemos modificar las propiedades de interconexión del sistema, no así las propiedades de amortiguamiento. Más adelante se mostrará cómo, explotando la información disponible acerca del comportamiento del sistema, es posible inyectar el amortiguamiento necesario para lograr el comportamiento deseado en lazo cerrado.

### 2.2 Objetivos de Control

El objetivo de control es lograr que la corriente del inductor en el lado de DC alcance un valor deseado. Durante el proceso de carga la derivada de esta corriente debe estar acotada, por lo tanto se impone un perfil de carga, convirtiendo el problema en uno de seguimiento. La necesidad de considerar una derivada acotada surge de las aplicaciones donde las bobinas superconductoras son usadas para implementar UPS's, en este caso es necesario limitar la derivada de la corriente en la bobina ya que las pérdidas de energía en la bobina dependen de esta derivada.

Para ganar conocimiento del comportamiento del sistema, se realiza el análisis considerando que el valor deseado para la corriente de DC es constante. De la ecuación (1) podemos observar que si deseamos que la corriente en la bobina superconductor tenga un valor constante, es necesario cumplir con la condición

$$0 = \mu x_2 \quad (5)$$

El término sinusoidal  $v$  en la ecuación (3) induce una componente sinusoidal en  $x_3$ , la cual a su vez induce una componente sinusoidal en  $x_2$  a través de la ecuación (2); por lo tanto para satisfacer (5) se requeriría que  $\mu = 0$ . Si consideramos  $\mu = 0$ , las ecuaciones (1) a (3) indican que el sistema está constituido por el inductor  $L_s$  cortocircuitado y un circuito RLC, aislados uno del otro; entonces no es posible forzar algún tipo de comportamiento en el sistema.

Ahora consideramos que  $\mu$  tiene la siguiente estructura

$$\mu = |\mu| \sin(\omega t + \phi_\mu) \quad (6)$$

suponemos por el momento, que  $x_2$  contiene solamente la componente sinusoidal de frecuencia angular  $\omega$  provocada por el bus infinito  $v$ , la ecuación (1) se convierte en

$$\frac{dx_1}{dt} = -|\mu| \sin(\omega t + \phi_\mu) |x_2| \sin(\omega t + \phi_{x_2}) \quad (7)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{2} |\mu| |x_2| [\cos(\phi_\mu - \phi_{x_2}) - \cos(2\omega t + \phi_\mu + \phi_{x_2})] \quad (8)$$

Podemos ver que  $\frac{dx_1}{dt}$  contiene una componente constante y una componente armónica de frecuencia  $2\omega$ . Con lo anterior podemos concluir que no es posible llevar a  $x_1$  a un valor constante, pero si es posible llevar al valor promedio de  $x_1$  a un valor constante, forzando que la parte constante de  $\frac{dx_1}{dt}$  sea igual a cero. Así mismo,  $x_1$  contiene una componente armónica de frecuencia  $2\omega$ , la cual tiene una amplitud pequeña, debido a que al realizar el proceso de integración del término de frecuencia  $2\omega$  en  $\frac{dx_1}{dt}$  es necesario multiplicar por  $\frac{1}{2\omega}$ .

Continuamos el análisis y consideramos que  $x_1$  tiene una componente constante y una componente armónica de frecuencia  $2\omega$ , vemos que el producto  $\mu x_1$  en la ecuación (2) forzará la aparición de componentes de frecuencia  $3\omega$  en  $x_2$  y en  $x_3$ . La componente de frecuencia  $3\omega$  en  $x_2$ , dada la ecuación (1), forzará a su vez la aparición de una componente de frecuencia  $4\omega$  en  $x_1$ ; y así sucesivamente.

Resumiendo el análisis anterior, podemos replantear el objetivo de control como alcanzar un valor promedio constante deseado en la corriente  $x_1$  y dejar que sus armónicos tomen la forma que la dinámica del sistema les imponga. De forma análoga,  $x_2$  y  $x_3$  tendrán componentes a frecuencia fundamental deseadas, mientras que sus armónicos tomarán la forma que la dinámica del sistema les imponga.

### 3. ANÁLISIS DE FACTIBILIDAD

Una vez que hemos determinado el comportamiento que vamos a imponer al estado del sistema, realizamos el

análisis para saber cuáles son las características específicas que deben satisfacer la componente constante de  $x_1$  y las componentes fundamentales de  $x_2$  y  $x_3$ .

Suponemos que  $\mu$  cumple con la ecuación (6), para facilitar el análisis reescribimos  $\mu$  de la siguiente manera

$$\mu = \mu_c \cos(\omega t) - \mu_s \sin(\omega t) \quad (9)$$

de esta forma los estados alcanzan un estado permanente

$$x_{1d} = \bar{x}_{1d} + \Sigma_1 \quad (10)$$

$$x_{2d} = x_{2cd} \cos(\omega t) - x_{2sd} \sin(\omega t) + \Sigma_2 \quad (11)$$

$$x_{3d} = x_{3cd} \cos(\omega t) - x_{3sd} \sin(\omega t) + \Sigma_3 \quad (12)$$

donde  $\bar{x}_{1d}$ ,  $x_{2cd}$ ,  $x_{2sd}$ ,  $x_{3cd}$  y  $x_{3sd}$  son constantes; mientras que los términos  $\Sigma_i$  contienen los armónicos. Sustituyendo las expresiones anteriores en (4), obtenemos

$$L_s \dot{\Sigma}_1 = [\mu_c \cos(\omega t) - \mu_s \sin(\omega t)] [x_{2cd} \cos(\omega t) - x_{2sd} \sin(\omega t) + \Sigma_2] \quad (13)$$

$$\begin{aligned} -C\omega x_{2cd} \sin(\omega t) - C\omega x_{2sd} \cos(\omega t) &= \bar{x}_{1d} [\mu_c \cos(\omega t) \\ &- \mu_s \sin(\omega t)] + \Sigma_1 [\mu_c \cos(\omega t) \\ &- \mu_s \sin(\omega t)] - x_{3cd} \cos(\omega t) \\ &+ x_{3sd} \sin(\omega t) - \Sigma_3 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} -L\omega x_{2cd} \sin(\omega t) - L\omega x_{2sd} \cos(\omega t) &= x_{2cd} \cos(\omega t) \\ &- x_{2sd} \sin(\omega t) + \Sigma_2 \\ &- R[x_{3cd} \cos(\omega t) - x_{3sd} \sin(\omega t) \\ &+ \Sigma_3] - V \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (15)$$

De (13) podemos extraer una ecuación que involucre solamente los términos constantes. Agrupando los coeficientes de los términos  $\sin(\omega t)$  y  $\cos(\omega t)$  de las ecuaciones (14) y (15) podemos extraer cuatro ecuaciones que describen a las componentes fundamentales de  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$ . Estas cinco ecuaciones se muestran a continuación.

$$0 = -\frac{1}{2} (\mu_c x_{2cd} + \mu_s x_{2sd}) \quad (16)$$

$$C\omega x_{2cd} = \bar{x}_{1d} \mu_s - x_{3sd} \quad (17)$$

$$C\omega x_{2sd} = -\bar{x}_{1d} \mu_c + x_{3cd} \quad (18)$$

$$L\omega x_{3sd} = R x_{3cd} - x_{2cd} \quad (19)$$

$$L\omega x_{3cd} = -R x_{3sd} + x_{2sd} + V \quad (20)$$

Se puede concluir que para cualquier par de valores de  $\mu_c$  y  $\mu_s$ , ambos distintos de cero, existe una solución única para el sistema de ecuaciones anterior. En el caso en que  $\mu_c = \mu_s = 0$ , existe un infinito de valores posibles

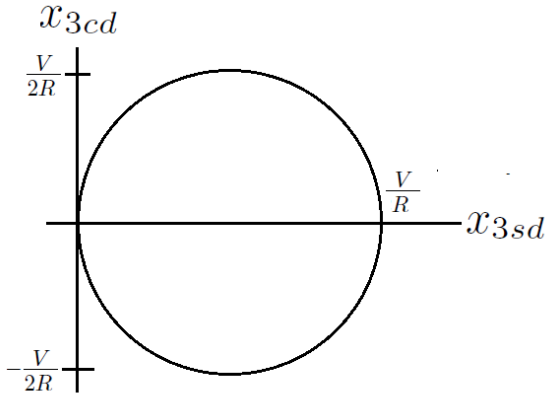


Figura 2. Valores posibles para  $x_{3cd}$  y  $x_{3sd}$

para  $\bar{x}_{1d}$ , lo cual refleja lo que ocurre cuando la bobina superconductora se pone en cortocircuito y se desacopla del resto del sistema.

De las ecuaciones (19) y (20), es posible despejar  $x_{2cd}$  y  $x_{2sd}$ ,

$$x_{2cd} = Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd} \quad (21)$$

$$x_{2sd} = Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V \quad (22)$$

Sustituyendo las expresiones anteriores en (17) y (18), y despejando  $\bar{x}_{1d}\mu_c$  y  $\bar{x}_{1d}\mu_s$  encontramos

$$\bar{x}_{1d}\mu_s = x_{3sd} + C\omega[Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd}] \quad (23)$$

$$\bar{x}_{1d}\mu_c = x_{3cd} - C\omega[Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V] \quad (24)$$

Multiplicando (16) por  $\bar{x}_{1d}$ , obtenemos una expresión en la cual podemos sustituir (23) y (24), la cual después de ser simplificada se convierte en

$$Vx_{3sd} - R(x_{3cd}^2 + x_{3sd}^2) = 0 \quad (25)$$

La ecuación anterior es la condición con debe cumplir la componente fundamental de  $x_{3d}$ . La Figura 2 es la representación gráfica de la ecuación (25). El hecho de que el círculo este en el semiplano derecho implica que en estado permanente el bus infinito no puede absorber potencia real. Mientras que el hecho de que el círculo ocupe espacio a ambos lados del eje horizontal, implica que en estado permanente el bus puede absorber o suministrar potencia reactiva.

De esta manera, elegir  $x_{3cd}$  determina dos valores posibles para  $x_{3sd}$  y viceversa. De (21) y (22) observamos que la fundamental de  $x_3$  determina la fundamental de  $x_2$ . Por otra parte, una vez fijo  $\bar{x}_{1d}$  podemos encontrar  $\mu$  a través de (23) y (24).

El análisis anterior no contempla dos detalles en los que es necesario poner atención. El primer detalle es que  $\bar{x}_{1d}$  no puede tomar valores negativos dada la naturaleza del convertidor de fuente de corriente. El segundo detalle es que la amplitud de  $\mu$  no puede ser mayor de 1. Este

no es un detalle menor, pues implica el tratamiento de sistemas con estrada saturada, lo cual está fuera del alcance de este trabajo. Actualmente se desarrolla trabajo de investigación en este sentido.

#### 4. DISEÑO DEL CONTROLADOR

En esta sección se presenta el diseño de  $\mu$  usando la metodología PBC, de tal suerte que se logre estabilizar el estado permanente encontrado en la sección anterior.

##### 4.1 Propiedades de Pasividad del Sistema

Consideremos el modelo en la forma de la ecuación (4), la energía almacenada por el sistema es

$$V = \frac{1}{2}x^T \mathbf{D}x \quad (26)$$

La derivada de la función anterior evaluada a lo largo de las trayectorias del sistema es

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x^T \mathbf{D}\dot{x} \\ &= x^T [\mathbf{J}(\mu) - \mathbf{R}]x + x^T \varepsilon \\ &= -x^T \mathbf{R}x + x^T \varepsilon \end{aligned} \quad (27)$$

El término  $x^T \mathbf{J}(\mu)x = 0$  ya que  $\mathbf{J}(\mu)$  es antisimétrica.

Si reescribimos la ecuación anterior en forma integral obtenemos

$$V(t_1) - V(t_0) = - \int_{t_0}^{t_1} x^T \mathbf{R}x dt + \int_{t_0}^{t_1} x^T \varepsilon dt \quad (28)$$

El término  $x^T \varepsilon$  es la potencia que entra al sistema. El primer término del lado derecho de la ecuación anterior es la energía disipada por el sistema, mientras que el segundo término del lado derecho es la energía almacenada. El sistema no es capaz de generar energía y por lo tanto define un sistema pasivo de la entrada  $\varepsilon$  a la salida  $x$ .

Desde el punto de vista del control este balance energético es importante, ya que si la entrada  $\varepsilon$  se iguala a cero el punto de equilibrio  $x = 0$  es estable.

##### 4.2 Diseño del Controlador

Definimos el error de seguimiento de la siguiente manera

$$\tilde{x} = x - x_d \quad (29)$$

Ahora recurrimos a (4) para escribir la dinámica del error

$$\mathbf{D}\dot{\tilde{x}} - [\mathbf{J}(\mu) - \mathbf{R}]\tilde{x} = \Phi \quad (30)$$

donde

$$\Phi = \varepsilon - \{\mathbf{D}\dot{x}_d - [\mathbf{J}(\mu) - \mathbf{R}]x_d\} \quad (31)$$

La dinámica  $\tilde{x}$  tiene la misma estructura de la dinámica de  $x$ , por lo tanto,  $\tilde{x}$  hereda las propiedades de pasividad.

Ahora consideramos la siguiente función de almacenamiento para la dinámica del error

$$V_d = \frac{1}{2} \tilde{x}^T \mathbf{D} \tilde{x} \quad (32)$$

La derivada de (32) toma la siguiente forma

$$\dot{V}_d = -\tilde{x}^T \mathbf{R} \tilde{x} + \tilde{x}^T \Phi \quad (33)$$

Si  $\Phi = 0$  el punto de equilibrio  $\tilde{x} = 0$  es estable. El proceso de hacer  $\Phi = 0$  es equivalente al proceso de encontrar la  $\mu$  adecuada para el estado deseado, tal cual hizo en la sección anterior. Si hacemos

$$\Phi = -K \tilde{x} \quad (34)$$

con  $K \geq 0$ . La derivada de la función de almacenamiento es

$$\dot{V}_d = -\tilde{x}^T (K + \mathbf{R}) \tilde{x} \quad (35)$$

de esta forma conservamos las propiedades de estabilidad y logramos manipular el tiempo de convergencia a través de la matriz  $K$ .

Definimos  $K = \text{diag}[k_1, 0, 0]$  y consideramos los estados deseados de acuerdo a(10) a (12); con la diferencia de que ahora  $\bar{x}_{1d}$  no es una constante sino el perfil de carga que se desea imponer al inductor  $L_s$ . De esta forma (34) se puede reescribir como un sistema de ecuaciones de las cuales podemos extraer cinco ecuaciones similares a las ecuaciones (16) a (20), las cuales solo difieren en (16), la cual se convierte en

$$0 = -\frac{1}{2} \mu_c x_{2cd} - \frac{1}{2} \mu_s x_{2sd} + k_1 (\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d}) - L_s \dot{\bar{x}}_{1d} \quad (36)$$

La restricción con la que debe cumplir la fundamental de  $x_{3d}$  se convierte en

$$V x_{3sd} - R(x_{3cd}^2 + x_{3sd}^2) = -2\bar{x}_{1d} k_1 [(\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d}) - L_s \dot{\bar{x}}_{1d}] \quad (37)$$

Fijando  $x_{3cd}$ , la expresión anterior nos arroja dos soluciones para  $x_{3sd}$ , de las cuales elegimos la que sea menor en magnitud, para que la potencia disipada por la resistencia  $R$  sea menor, es decir

$$x_{3sd} = \frac{1}{2R} V - \frac{1}{2R} \left( \sqrt{V^2 - 4R^2 x_{3cd}^2 + 8R \bar{x}_{1d} k_1 [(\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d}) - L_s \dot{\bar{x}}_{1d}]} \right) \quad (38)$$

Ya que  $\bar{x}_{1d}$  tiende a una constante,  $x_{3cd}$  tiene que estar dentro del intervalo  $[-\frac{V}{R}, \frac{V}{R}]$ , tal cual se observa en la Figura 2. Además  $x_{3cd}$  debe tomar un valor pequeño en magnitud para evitar que el argumento de la raíz cuadrada de (38) tome valores negativos. En cada caso se debe analizar el valor máximo del error  $(\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d})$ , para elegir  $\bar{x}_{1d}$ ,  $x_{3cd}$  y  $k_1$  con un margen de seguridad adecuado.

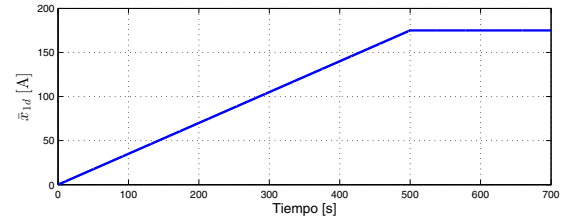


Figura 3. Corriente promedio deseada en el inductor  $L_s$

Una vez elegidos  $\bar{x}_{1d}$  y  $x_{3cd}$ , y teniendo en cuenta las ecuaciones (36) y (17) a (20); podemos encontrar  $\mu_c$  y  $\mu_s$  a partir de las siguientes expresiones

$$\mu_s = \frac{x_{3sd} + C\omega[Rx_{3cd} - L\omega x_{3sd}]}{\bar{x}_{1d}} \quad (39)$$

$$\mu_c = \frac{x_{3cd} - C\omega[Rx_{3sd} + L\omega x_{3cd} - V]}{\bar{x}_{1d}} \quad (40)$$

Ya que  $K = \text{diag}[k_1, 0, 0]$ , la matriz  $(K + \mathbf{R})$  de la ecuación (35) es positiva semidefinida, por lo tanto para poder demostrar la estabilidad asintótica del sistema en lazo cerrado debemos notar que  $\dot{V}_d$  es negativa excepto en el plano  $\tilde{x}_1 = 0$ ,  $\tilde{x}_3 = 0$ . Por lo tanto para que  $\dot{V}_d = 0$  se debe cumplir que

$$\tilde{x}_3 = 0 \implies x_3 = x_{3d}. \quad (41)$$

Teniendo en cuenta la condición anterior y considerando las ecuaciones (3), (21) y (22), podemos concluir que

$$x_3 = x_{3d} \implies x_2 = x_{2d} \implies \tilde{x}_2 = 0 \quad (42)$$

por lo tanto  $V_d$  debe decrecer hasta cero y, en consecuencia,  $x_d(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ .

## 5. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

En esta sección se muestran resultados de simulaciones considerando los siguientes parámetros,  $V = 220\sqrt{2}$ ,  $L = 0,325mH$ ,  $C = 0,4mF$ ,  $R = 1\Omega$ ,  $k_1 = 10$  y  $L_s = 174,5$ . El valor de  $L_s$  fue tomado de Trillaud et al. (2014), mientras que  $C$  y  $L$  fueron tomados de Xiaohua et al. (2001). Por otra parte, se fija  $x_{3cd} = 5A$ , mientras que  $\bar{x}_{1d}$  se muestra en la figura 3.

La corriente  $x_1$  en lazo cerrado y el error  $\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d}$  se muestra en la Figura 4. En la Figura 5 se muestra un acercamiento a la corriente  $x_1$  para poder evidenciar la naturaleza de su contenido armónico. El voltaje en el capacitor  $x_2$  y el error  $x_2 - x_{2d}$  se muestra en la Figura 6. Finalmente, la corriente  $x_3$  y el error  $\bar{x}_1 - \bar{x}_{1d}$  se muestra en la Figura 7.

De las figuras anteriores podemos observar que se logra seguir el perfil de carga impuesto a  $x_1$ , esto en valor promedio, el acercamiento a  $x_1$  nos permite observar la naturaleza de los armónicos, y podemos corroborar que la amplitud de dichos armónicos no es considerable. En cuanto a las gráficas de  $x_2$  y  $x_3$  es posible apreciar que sus componentes fundamentales se comportan como es deseado. Ya que  $x_{2d}$  y  $x_{3d}$  se plantean solo en sus

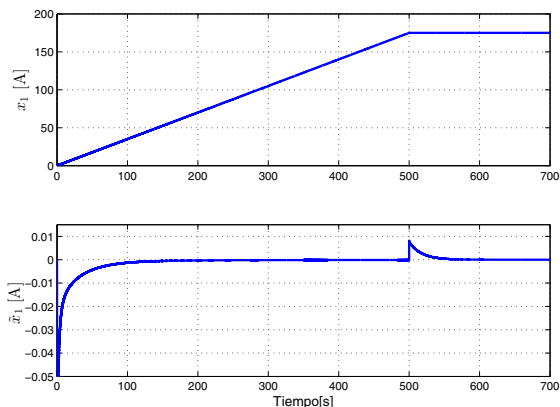


Figura 4. Corriente  $x_1$  y su respectivo error  $\tilde{x}_1$

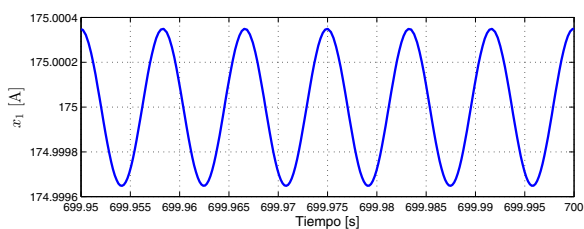


Figura 5. Armónico en  $x_1$

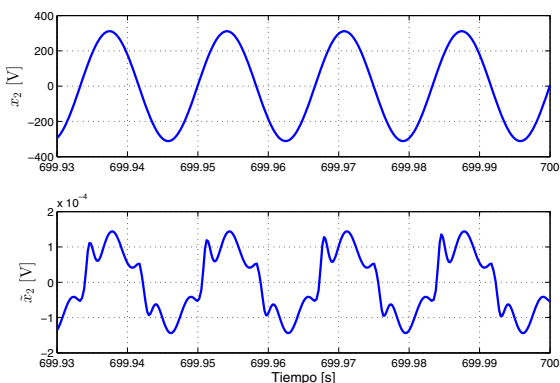


Figura 6. Voltaje  $x_2$  y su respectivo error  $\tilde{x}_2$

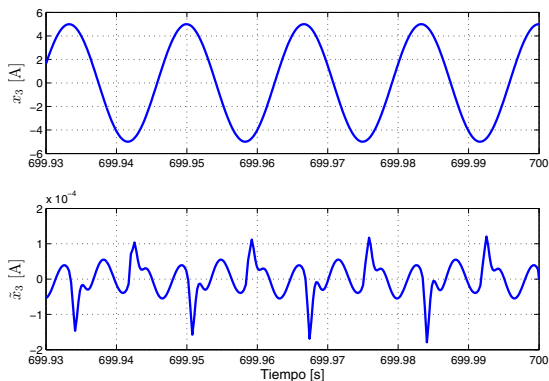


Figura 7. Corriente  $x_3$  y su respectivo error  $\tilde{x}_3$

componentes fundamentales, los errores  $\tilde{x}_2$  y  $\tilde{x}_3$  contienen los armónicos de  $x_2$  y  $x_3$ , los cuales tienen amplitudes de un orden  $10^5$  menor que sus respectivas fundamentales.

## 6. CONCLUSIONES

Como se mostró en las simulaciones la definición de  $\mu$  encontrada aplicando la metodología PBC, logra llevar a  $x_1$  a un valor deseado con el perfil de carga requerido. También se corroboró en la simulación que la corriente en la bobina superconductor no alcanza un valor constante, pero su contenido armónico es despreciable.

Por otra parte, no solo se logra el objetivo de llevar a  $x_1$  al punto deseado con un trayectoria definida, sino que la libertad que se tiene en la elección de  $x_{3d}$  nos indica que podemos regular el intercambio de potencia reactiva en estado permanente.

Actualmente se sigue trabajando sobre este tema con un enfoque ligeramente distinto, en el que se aborda el sistema como al interconexión en realimentación de dos sistemas pasivos. Con dicho enfoque se busca obtener una definición de  $\mu$  que no necesariamente tenga una forma sinusoidal.

## REFERENCIAS

Ortega, R., Loría, A., Nicklasson, P. J., Sira-Ramírez H. (1998). *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*. Springer.

Sandoval, G., Miranda, H., Espinoza-Perez, G., Cárdenas, V. (2012). Passivity-based control of an asymmetric nine-level inverter for harmonic current mitigation. *Power Electronics, IET*, volume 5, 237–247.

Martinez-Perez, I., Espinosa-Perez, G., Sandoval-Rodriguez, G., Doria-Cerezo, A. (2008). IDA passivity-based control of single phase back-to-back converters. *Industrial Electronics, ISIE 2008. IEEE International Symposium on*.

Noriega-Pineda, D., Espinosa-Pérez, G., Cárdenas, V., Alvarez-Ramírez, J. (2009). Passivity-based control of multilevel cascade inverters: High-performance with reduced switching frequency. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, volume 20.

Trillaud, F., Santiago Cruz, L. (2014). Conceptual Design of a 200-kJ 2G-HTS Solenoidal  $\mu$  – SMES. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, volume 24.

Hasan, A. M., Bin Wu, Dougal, R. A. (2010). An Overview of SMES Applications in Power and Energy Systems. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, volume 1.

Xiaohua Jiang, Xu Chu; Xuezhi Wu, Wei Liu, Yongchuan Lai, Zhanji Wang, Yingming Dai, Heli Lan. (2001). SMES system for study on utility and customer power applications. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, volume 11.

Kolar, J. W., Ertl, H., Zach, F.C. (1989). Analysis of the Duality of Tree Phase PWM Converters with DC Voltage Link and DC current Link. *Industry Applications Society Annual Meeting, 1989., Conference Record of the 1989 IEEE.*