**Memorias del XVI Congreso Latinoamericano
de Control Automático, CLCA 2014
Octubre 14-17, 2014. Cancún, Quintana Roo, México**

PROJETO DE UM CONTROLADOR ROBUSTO PARA UMA PLANTA PILOTO DE NEUTRALIZAÇÃO DE PH

CHRISTIAM MORALES ALVARADO[1], JORGE ALVARADO[1], JOSE JAIME DA CRUZ[1], CLAUDIO GARCIA[1].

1. *Laboratório de Automação e Controle, Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle, Universidade de São Paulo*
CEP 05508900, São Paulo, Brasil
E-mails: `cmoralesa@usp.br, alemora@usp.br, jaime@lac.usp.br, clgarcia@lac.usp.br`

Resumo— Neste trabalho é proposta uma metodologia de projeto LQG/LTR (Linear Quadratic Gaussian with Loop Transfer Recovery) multivariável para uma planta-piloto de neutralização de pH. Para o desempenho satisfatório desta metodologia é adotado um modelo do processo simplificado, trazendo facilidades para sua análise, resultando em um controlador menos complexo. Para obter o modelo de processo é realizada uma etapa de identificação, aplicando o algoritmo EMPEM (Enhanced Multistep Prediction Error Method), a fim de estimar os parâmetros dos modelos de processo de neutralização de pH.

Palavras-chave— Identificação de Sistemas, Controle de pH, Regulador Linear Quadrático, Controle linear quadrático.

1 Introdução

O processo de neutralização de pH pode ser encontrado em diferentes processos industriais, por exemplo em tratamento de efluentes, processos biotecnológicos e químicos. As muitas pesquisas sobre o controle do processo de neutralização de pH são justificadas pela não-linearidade e tempo morto do processo. Por isto, diversos trabalhos propõem diferentes soluções para o controle do pH. Em (Proudfoot et al., 1983) é aplicado um controlador convencional do tipo PI em tratamento de efluentes. Redes neuronais e controle robusto são propostos em (Sean, 1999) e (Shabani et al., 2010), respectivamente, para melhorar o controle do pH.

Neste trabalho é desenvolvido o método *LQG/LTR*, cuja técnica permite a construção de um controlador robusto para sistemas multivariáveis. Para projetar o controlador são utilizados em conjunto o Regulador Linear Quadrático (LQR) e o Filtro de Kalman. O procedimento de recuperação é associado ao LQR com o Filtro de Kalman a fim de garantir a robustez do controlador. Esta técnica se baseia em uma abordagem frequêncial aplicando sistemas lineares invariantes no tempo (Cruz, 1996).

A organização deste trabalho é da seguinte forma. Na seção 2 se descreve a planta piloto de neutralização de pH localizada no Laboratório de Controle de Processos Industrias da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Na seção 3 é descrito o procedimento da identificação de sistemas para o processo de neutralização do pH. Na seção 4 é projetado o controlador robusto multivariável e na seção 5 são apresentados os resultados experimentais. Finalmente, na seção 6 são resumidas as principais conclusões deste trabalho.

2 Planta piloto de neutralização de pH

De acordo com o digrama (P&ID) visto na Figura 1, a planta piloto tem a seguinte forma:

- Um tanque de ácido principal (TAP) para preparar solução de ácido clorídrico (HCl), e armazenada em um tanque intermediário (TAPI) para manter a vazão constante que ingressa no reator.
- Um tanque de base (TBB) para preparar hidróxido de sódio (NaOH) e neutralizar a vazão de entrada ao reator através de uma bomba dosadora.
- Um tanque reator com 50 ltr., para realizar a neutralização possuindo um eletrodo de pH e um transmissor de pressão diferencial para a leitura do nível e pH. Para homogeneizar a mistura é usado um agitador mecânico.

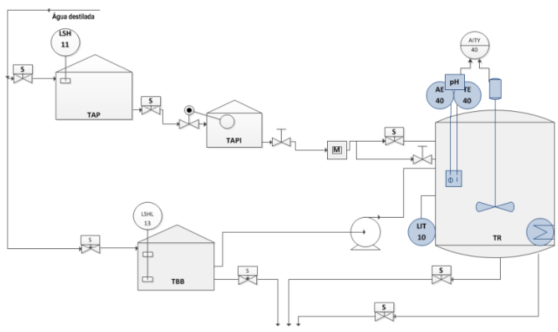

Figura 1: P&ID da planta piloto de neutralização de pH.

3 Identificação do processo de neutralização de pH

3.1 Pré-teste

Nesta etapa, sinais do tipo degrau são aplicados ao processo de neutralização de pH, visando obter parâmetros relevantes do processo, como o tempo de acomodação para cada malha. Para isso, são realizadas variações no sinal de entrada para as malhas do nível e pH da seguinte forma:

- Para a malha do nível, o processo em estado estacionário possui um valor de 65% e as variações no *set point* são realizadas na faixa de ± 3%.
- Para a malha do pH, seu valor no estado estacionário é 7 e as variações no *set point* são realizadas no intervalo de ± 0,5.

onde cada patamar possui um tempo de 30 minutos. Com os dados coletados de entrada e saída, estimam-se modelos de primeira ordem utilizando uma estrutura ARX, mostrados na equação (1).

$$\begin{aligned} Nível_{MF} &= \frac{0.006472}{s+0.006}e^{-30} \\ pH_{MF} &= \frac{0.01324}{s+0.01283}e^{-10} \end{aligned} \tag{1}$$

De acordo com a equação (1), $Nível_{MF}$ e pH_{MF} são modelos em malha fechada obtidos para as malhas do nível e pH, respectivamente, incluindo os controladores PID do processo.

3.2 Projeto do sinal de excitação

Neste trabalho é utilizado o sinal de excitação GBN (*Generalized Binary Noise*), proposto por Tulleken (1990), para ser aplicado ao processo de neutralização de pH. No desenvolvimento deste sinal é necessário calcular um vetor aleatório em função do o intervalo de amostragem T_a, do tempo de acomodação T_s, da semente e o tempo mínimo de chaveamento T_{min} do sinal GBN. O tempo de acomodação é calculado aplicando um degrau aos modelos obtidos na equação (1). A Figura 2 mostra o sinal GBN para as malhas de nível e de pH. Estes sinais foram criados com os seguintes parâmetros:

- Para a malha de nível, aplicando-se um degrau na função de transferência $Nível_{MF}$ é obtido um tempo de acomodação igual a 702 segundos. De acordo com (Zhu, 2001), para calcular o tempo de amostragem é assumida uma relação $T_a = \frac{T_s}{50}$ = 15 segundos. A semente do sinal assume um valor de 13. Finalmente, o tempo mínimo de chaveamento T_{min} é assumido a partir da relação $T_{min} = 4T_a$ = 60 segundos.
- Para a malha de pH, como no caso anterior, aplicando um degrau à função de transferência pH_{MF} é obtido um tempo de acomodação de $T_s = 315$ segundos. Para calcular o tempo de amostragem é utilizada a mesma relação que no caso anterior, assumindo um valor de $T_a = \frac{T_s}{50}$ = 7 segundos. A semente do sinal toma um valor de 7 e o tempo mínimo de chaveamento é $T_{min} = 4T_a$ = 28 segundos.

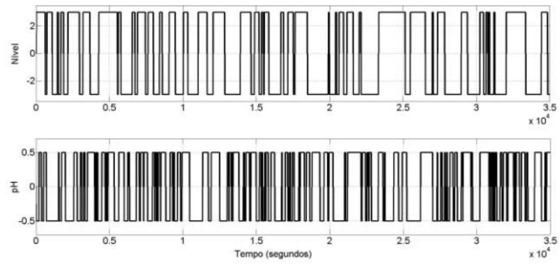

Figura 2: Sinal de excitação GBN aplicado ao processo de neutralização de pH.

Para ambos os sinais de excitação, o fator de ajuste da frequência do sinal *n* adota um valor de 1,5.

3.3 Identificação em malha fechada

Devido à instabilidade do processo, a identificação é realizada em malha fechada, isto é incluindo os controladores PID (Proporcional-Integral-Derivativo) do processo. Com os dados coletados das variáveis do processo, usa-se um tempo de amostragem de 10 segundos para calcular os modelos do processo para as malhas do nível e pH, aplicando o algoritmo EM-PEM proposto em (Potts et al., 2012). O horizonte de predição assumido é de 70 e para obter a ordem ótima dos modelos é empregado o critério FPEP (Final Prediction Error for *P*-step prediction) proposto pelo mesmo autor.

Como resultado da identificação, a Tabela 1 mostra as funções de transferência para as malha do processo e a Fig. 3 mostra os dados reais e preditos para o horizonte de predição imposto e seus valores *fit*.

Tabela 1: Modelos do processo.

Saídas	Entrada
	Sinal de controle do Nível
Nível	$\frac{-0,1188z^{-2} + 0,04564z^{-3}}{1 - 0,844z^{-1} - 0,643z^{-2} + 0,489z^{-3}}$
pH	$\frac{0,0631z^{-3} - 0,129\,z^{-4} + 0,0664z^{-5}}{1 - 2,049z^{-1} + 0,549z^{-2} + 1,081z^{-3} - 0,582z^{-4}}$
Saídas	Entrada
	Sinal de controle do pH
Nível	$\frac{0,02273z^{-3} - 0,02263\,z^{-4}}{1 - 1,217z^{-1} - 0,553z^{-2} + 0,769z^{-3}}$
pH	$\frac{0,2127z^{-2} - 0,3827z^{-3} + 0,1816z^{-4}}{1 - 3,214z^{-1} + 3,802z^{-2} - 1,93z^{-3} + 0,343z^{-4}}$

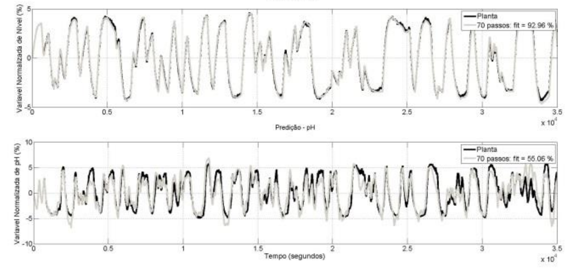
Figura 3: Autovalidação para uma predição de 70 passos à frente.

4 Projeto do controlador robusto aplicado ao processo de neutralização de pH

4.1 Erro de Modelagem

Ao efetuar a modelagem matemática em caixa preta, da dinâmica da planta observa-se um erro de modelagem, como pode-se apreciar no índice *fit*, para ambas as malhas. Um fator importante deste problema é a falta de ajuste dos atrasos provocados pelos atuadores e a comunicação entre os computadores e o processo para as malhas do processo. Esta incerteza é representada, de forma empírica, por uma função de transferencia de primeira ordem, tal como mostra a seguir:

$$R\_Atuador = \frac{1}{\tau s + 1} \tag{4}$$

O valor de τ varia entre 1 a 2 segundos, tempo que leva o atuador em responder.

Por tanto, para representar este fator de incerteza do modelo, é utilizado um único bloco de erro denominado erro multiplicativo, definido pela equação (5).

$$\varepsilon_M(s) = \left[G_R(s) - G_N(s)\right]G_N^{-1}(s) \tag{5}$$

Desta forma, a planta real pode ser representada mediante a equação (6).

$$G_R(s) = \left[I + \varepsilon_M(s)\right]G_N(s) \tag{6}$$

Expressas as equações (5) e (6), a Figura 4 mostra o diagrama de blocos que representa a planta real em função do erro multiplicativo $\varepsilon_M(s)$ e do modelo nominal da planta $G_N(s)$.

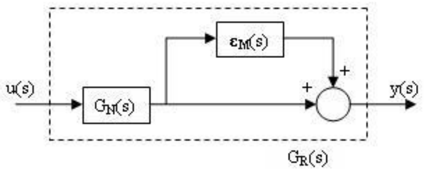

Figura 4: Diagrama de bloco da planta real incluindo o erro multiplicativo.

Neste problema, a matriz do erro multiplicativo $\varepsilon_M(s)$ é desconhecida, e portanto, é estimado um limite superior para o erro como função escalar da frequência, como é mostrado na equação (7).

$$\left\|\varepsilon_M(j\omega)\right\| \le e_M(\omega) \quad (\forall \omega \in R) \tag{7}$$

4.2 Requisitos de Desempenho

O requisito de desempenho do controlador que será projetado é a partir da frequência de operação do processo. Esta frequência é calculada considerando o menor tempo morto do processo dado nas funções de transferência da equação (1). Para esta aplicação, a banda de passagem $1/\tau$ é sempre menor que 1rad/s, portanto o controlador será projetado para que as perturbações não apresentem erro superior a 10% para frequências ω até 0,1rad/s.

Para atender a este requisito o sistema não deverá apresentar erro de rastreio do sinal de referência em regime estacionário. Por tal razão serão adicionados integradores aos canais de entrada da planta.

4.3 Barreiras de Robustez de Estabilidade e Desempenho

Conforme demonstrado em (Cruz, 1996), a Condição de Robustez da Estabilidade é apresentada a partir da seguinte desigualdade:

$$\frac{1}{e_M(\omega)} > \left\|C_N(j\omega)\right\| \quad (\forall \omega \in R) \tag{8}$$

Esta desigualdade afirma que para o sistema real ser estável, basta que o valor singular máximo da matriz de funções de transferência em malha fechada:

$$C_N(s) = [I + G_N(s)K(s)]^{-1} G_N(s)K(s) \tag{9}$$

seja menor que o inverso do limite superior do erro multiplicativo. O termo $1/e_M(\omega)$ impõe uma barreira que não pode ser ultrapassada pelo valor singular máximo de $\|C_N(j\omega)\|$, isto tem a finalidade de garantir a estabilidade do sistema real. Esta barreira é chamada Barreira de Robustez da Estabilidade e está ilustrada na Figura 5 para o problema que está sendo abordado.

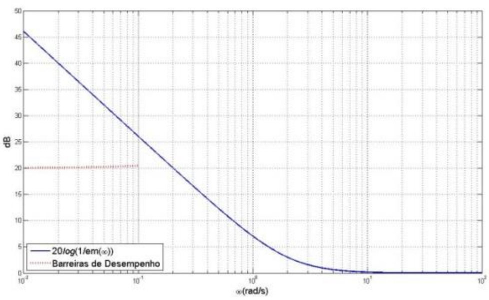

Figura 5: Barreira de Robustez do Desempenho.

Segundo (Cruz, 1996), os requisitos de desempenho do sistema nominal podem ser expressos pela seguinte equação:

$$\sigma_m\left[G_N(j\omega)K(j\omega)\right] \ge p(\omega) \quad (\omega \in \Omega) \tag{10}$$

sendo $p(\omega)$ a envoltória de $1/\alpha r(\omega)$, $1/\alpha d(\omega)$ e $1/\alpha\delta(\omega)$; αr, αd e $\alpha\delta$ são as especificações de acompanhamento de referência, de rejeição de perturbações e insensibilidade a variações da planta, respectivamente; Ω é o conjunto de frequências onde os sinais de referência, as perturbações e as variações da planta apresentam a maior parte da sua energia.

A equação (10) mostra que para os requisitos de desempenho do sistema nominal sejam satisfeitos, os valores singulares de $G_N(j\omega)K(j\omega)$ devem ser maiores do que a barreira imposta por $p(\omega)$.

4.4 Metodologia LQG/LTR

Estrutura do Compensador

A estrutura do controlador é calculada a partir da matriz de função de transferência representada pela equação (11) (Cruz, 1996).

$$K(s) = G(sI - A + BG + HC)^{-1} H \tag{11}$$

As matrizes A, B e C são matrizes de estados do modelo nominal, as matrizes H e G são parâmetros livres do controlador, que são escolhidos a fim de atender as especificações do projeto. A Figura 6 ilustra o diagrama de blocos da estrutura do controlador projetado neste trabalho.

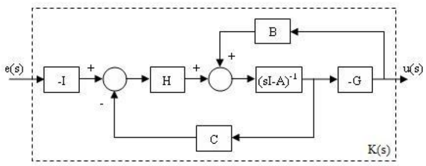

Figura 6: Diagrama de blocos do controlador robusto.

Ao escolher as matrizes G e H se esta lidando com um problema de alocação de polos. Para que a estabilidade nominal do sistema esteja garantida, devem ser impostas duas condições: o par (A, B) deve ser controlável e o par (A, C) deve ser observável. Para justificar estas condições, basta calcular a matriz de função de transferência do sistema em malha fechada (equação (9)).

$$C_N(s) = C(sI - A + BG)^{-1} BG(sI - A + HC)^{-1} H \tag{12}$$

Para que o sistema seja estável, os autovalores de $C_N(s)$ dados por *λi(A-BG)* e *λi(A-HC)* devem ter parte real negativa. Conforme mostrado em (Ogata, 1993), se o par A, B for controlável então é possível obter uma matriz G, tal que *Re[λi(A-BG)] < 0*; e se o par A, C for observável então é possível obter uma matriz H, tal que *Re[λi(A-HC)] < 0*. Para o modelo nominal do sistema proposto, foram verificadas as matrizes de Controlabilidade e Observabilidade, confirmando as condições necessárias para este procedimento de projeto.

Teorema Fundamental LTR

Neste trabalho, aplica-se o Procedimento de Recuperação para a matriz de ganhos do observador H admitida fixada, de forma que a matriz de ganhos do controlador G seja ajustável. Existe um procedimento dual de recuperação, onde a matriz G é fixa e a matriz H é ajustável para realizar a recuperação (Doyle, 1981). De acordo com (Cruz, 1996), O Teorema Fundamental LTR é mostrado a seguir:

$$\lim_{\rho \to 0^+} K(s) = \left[C(sI - A)^{-1} B\right]^{-1} C(sI - A)^{-1} H \tag{13}$$

sempre que:

- O par (A, B) for controlável e o par (A, C) for observável;
- $G_N(s)$ deve ser quadrada e não singular;
- Os zeros de transmissão de $G_N(s)$ devem ser de fase-mínima;
- A matriz de ganhos de realimentação LQR é calculada através de:

$$G = \frac{1}{\rho} B'K, \tag{14}$$

onde $\rho > 0$ e K é calculado através da Equação Algébrica de Riccati (EAR), mostrada na equação (15).

$$0 = -KA - A'K - C'C + \frac{1}{\rho} KBB'K \tag{15}$$

Para este sistema, a matriz $G_N(s)$ é quadrada, com duas entradas e duas saídas, possuindo o sistema zeros de transmissão em s = -0,0062, -0,0010 e -0,0001 no semi-plano esquerdo (SPE), satisfazendo assim as condições para a aplicação do procedimento de recuperação.

O resultado do Teorema LTR pode ser representado através de um diagrama de blocos, considerando que, quando $\rho \to 0+$, o sistema nominal da equação (9) se aproxima ponto a ponto em s do sistema representado pela Figura 7, denominada como a Malha Objetivo, sendo *GKF(s)=C(sI-A)-1H*.

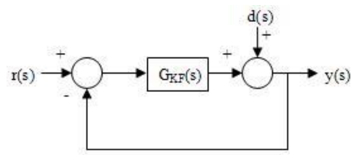

Figura 7: Diagrama de bloco da Malha Objetivo.

Ao aplicar o procedimento de recuperação, o problema de projeto fica simplificado em realizar a escolha da matriz H tal que o sistema da Figura 7 obedeça às Barreiras de Robustez da Estabilidade e de Desempenho.

A Malha Objetivo

Para determinar a matriz de ganho do observador H é aplicado o Filtro de Kalman, considerando as matrizes de densidade espectral no ruído e na observação como parâmetros livres do filtro. Isto permite obter uma matriz *GKF(s)* de maneira que sejam satisfeitas as especificações de desempenho e que atenda as especificações de robustez da estabilidade. De acordo com o mostrado em Cruz (1996), se for particularizado $\Theta = \mu I$, para μ positivo e $\Xi=I$, a identidade de Kalman pode ser expressa pela equação (16).

$$\sigma i\left[I + GKF(j\omega)\right] \approx \sqrt{1 + \frac{1}{\mu}\sigma i^{2}\left[C\left(j\omega - A\right)^{-1}L\right]} \quad (16)$$

Para altas e baixas frequências (quando μ << 1), a identidade de Kalman da equação (16), pode ser aproximada tal como é mostrado na equação (17).

$$\sigma i\left[GKF(j\omega)\right] \approx \frac{1}{\sqrt{\mu}}\sigma i\left[C\left(j\omega - A\right)^{-1}L\right] \quad (17)$$

A partir da equação (17) pode-se verificar que, variando o parâmetro μ percebe-se o efeito de translação vertical dos valores singulares da malha objetivo nas frequências onde vale a aproximação. Em contrapartida, a matriz L permite alterar a forma dos valores singulares de $G_{KF}(j\omega)$.

Conforme é demostrado em (Cruz, 1996), para realizar o casamento dos valores singulares da malha objetivo em todas as frequências, deve-se de considerar a seguinte matriz:

$$L = \begin{bmatrix} L_L \\ L_H \end{bmatrix} \quad (18)$$

Sendo as matrices L_L para baixa frequência e L_H para alta frequência, representadas da seguinte forma:

$$L_L = -(C_P A_P^{-1} B_P)^{-1} \quad \text{e;} \quad (19)$$

$$L_H = -A_P^{-1} B_P L_L \quad (20)$$

Para verificar se as escolhas de L e μ satisfazem as barreiras de robustez da estabilidade e desempenho, utiliza-se a equação (17). Em caso de não serem atendidas as especificações, deve-se tentar um novo conjunto de valores L e μ. Caso seja verificada a condição, a matriz H é calculada da seguinte forma:

$$H = \frac{1}{\mu}\Sigma C' \quad (21)$$

sendo Σ calculado através da EAR dada pela equação (22).

$$0 = A\Sigma - \Sigma A' - LL' + \frac{1}{\mu}\Sigma C'C\Sigma \quad (22)$$

Na Figura 8 mostrar-se o casamento de *σi[C(jωI-A)-1H]* para o projeto do controlador proposto no processo de neutralização de pH.

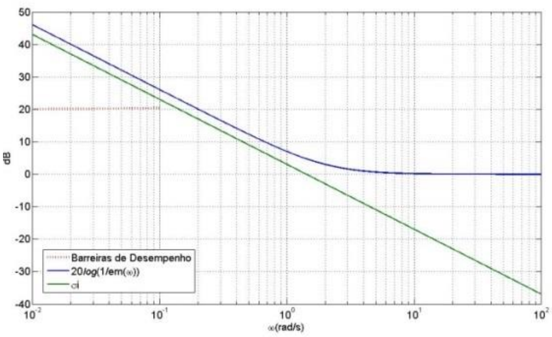

Figura 8: Casamento de *σi[C(jωI-A)-1H]*.

De acordo com a Figura 8, pode-se verificar que as barreiras de robustez da estabilidade e de desempenho foram obedecidas pelo Diagrama de Bode dos valores singulares de *GKF(jω)*. Com este resultado é iniciado o Procedimento de Recuperação da malha objetivo.

O procedimento de recuperação da malha objetivo é mostrado na Figura 9, onde a linha de cor verde representa os valores singulares da malha objetivo, ajustando o valor de ρ até encontrar o valor desejado igual a ($\rho = 10^{-5}$).

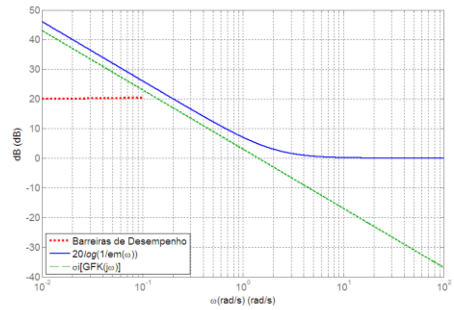

Figura 9: Valores singulares de *GKF(jω)*.

Com os valores ótimos das matrizes de ganhos da realimentação de estados G e ganho do observador H, a Figura 10 mostra os valores singulares *σi[G_N(jω)K(jω)]* satisfazendo as Condições de Robustez da Estabilidade e de Desempenho, obedecendo as barreiras de Robustez do Desempenho.

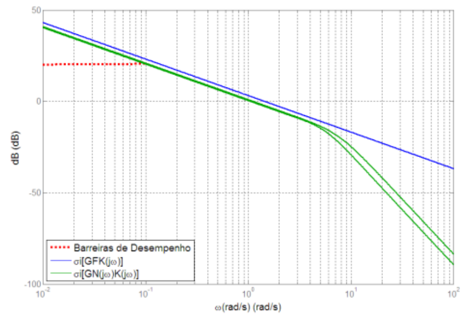

Figura 10: Valores singulares de σ_i*[G_N(jω)K(jω)]*.

Finalmente, na Figura 11 é verificada a Condição de Robustez da Estabilidade, dada pela equação (8), onde se pode notar que os valores singulares de *||CN(jω)||* são sempre menores do que o inverso do erro de modelagem.

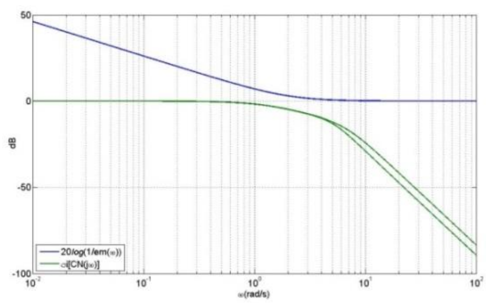

Figura 11: Verificação da Condição de Robustez da Estabilidade.

5 Simulações e Resultados

Para verificar o comportamento do sistema de controle obtido, é realizada a aplicação de sinais em degrau individualmente a cada variável de processo. Também, as saídas do sistema são submetidas a perturbações geradas por sinais do tipo ruído branco com variância λ de 0,01 e 0,001 para as malhas do nível e pH, respectivamente. O resultado para uma variação no *set point* do nível, mantendo o *set point* do pH constante, são mostrados nas Figuras 12 e 13, respectivamente.

De acordo com a Figura 12, nota-se a eficiência do controlador robusto que permite uma melhor subida, descida e estabilidade nos diferentes pontos de operação na malha do nível. Na Figura 13, a variância na saída do pH varia entre 0,06 do valor nominal do processo.

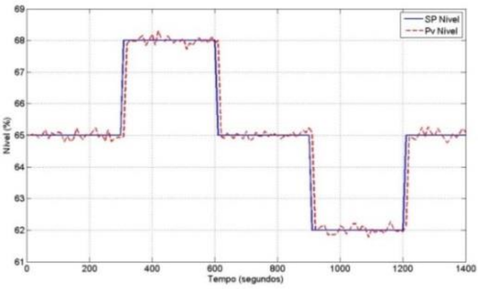

Figura 12: Resposta da malha do processo inserindo uma variação na referencia do nível.

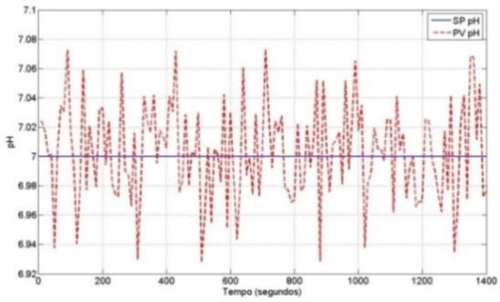

Figura 13: Resposta da malha do processo mantendo a referência do pH constante.

Da mesma forma é realizado o teste para a malha de pH. As respostas obtidas pelo controlador robusto são mostradas nas Figuras 14 e 15, respectivamente.

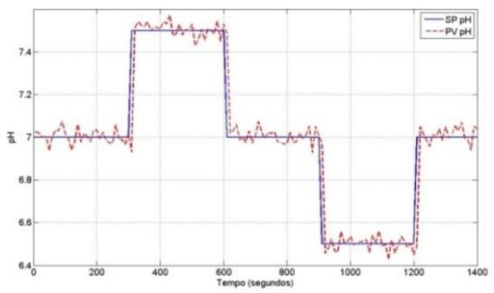

Figura 14: Resposta da malha do processo inserindo uma variação na refêrencia do pH.

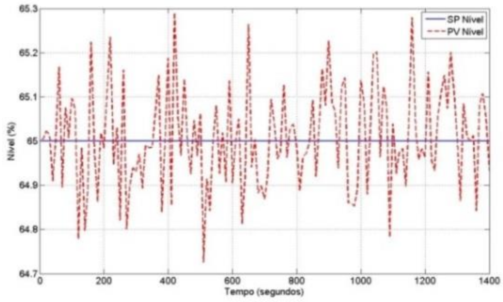

Figura 15: Resposta da malha do processo mantendo a referencia do nível constante.

Mostrada a Figura 14, o controlador robusto mantem o pH nos pontos de operação testados, apesar da não-linearidade do processo. Na Figura 15, o nível foi mantido na faixa de 0,3% do ponto estacionário.

Conclusões

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para controladores robustos multivariáveis, denominada LQG/LTR, para o modelo obtido processo de neutralização de pH.

De uma forma geral, os resultados obtidos demonstram a alta capacidade do controlador robusto para manter estáveis as malhas processo, melhorando o desempenho do controle e tornando-o bem menos oscilatório e reduzindo o sobressinal quando há uma variação no *set point* do controlador.

Agradecimentos

Os autores agradecem à agencia brasileira CAPES pelo financiamento.

Referências Bibliográficas

Cruz, J.J. (1996). Controle Robusto Multivariável. Edusp, São Paulo - SP.

Doyle, J.C. & Stein, G. (1981). Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/ Modern Synthesis. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.26, pp. 4-16.

Ljung, L. (1999). System Identification: Theory for the user. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2nd edition.

Ogata, K. (1993). Engenharia de Controle Moderno. Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro – RJ.

Proudfoot, C.G.; Gawthrop, P.J.; Jacobs, O.L.R. (1983). Self-tuning PI control of a pH neutralisation process. Control Theory and Applications, IEE Proceedings D, Vol. 130 N°5, pp. 267-272.

Potts, A. S.; Romano, R. A.; Garcia, C. (2012). Improving performance and stability of MRI methods in closed-loop. In: International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes ADCHEM 2012, Singapore.

Sean, K., D. (1999). Control of pH in chemical processes using artificial neural networks. thesis, School of Engineering Liverpool John Moores University.

Shabani, R.; Khaki S. A.; Salahshoor K. (2010). Robust Control of a pH Neutralization Process Plant Using QFT. International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), pp. 497-500.

Tulleken, H. J. A. F. (1990). Generalized binary noise test-signal concept for improved identification-experiment design. Automatica, Vol. 26, N°1, pp. 37-49.

Zhu, Y. (2001). Multivariable System Identification for Process Control. Elsevier Science, Oxford.