

## Modelo Dinámico Promediado del Convertidor Cúk Multiplicador

Jesús E. Valdez-Reséndiz\*, Abraham Claudio-Sánchez\* Gerardo V. Guerrero-Ramírez\*, Aldo N. Higuera-Juárez\*,  
Jesús Aguayo-Alquicira\*.

\*Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Mor  
(e-mail: [jesus\\_valdez@cenidet.edu.mx](mailto:jesus_valdez@cenidet.edu.mx)).

Resumen: Este trabajo aborda el desarrollo del modelo dinámico promediado de un convertidor Cúk multiplicador, el cual ha sido recientemente propuesto. Las características principales de este convertidor son: (i) alta ganancia de tensión sin utilizar ciclos de trabajo extremos ni transformador, lo cual permite utilizar frecuencias de conmutación altas, (ii) bajo estrés de tensión en los dispositivos de conmutación debido a una estructura modular, lo cual permite incrementar la ganancia de tensión sin modificar el circuito principal, (iii) bajo número de componentes. El modelado dinámico promediado del convertidor junto con un análisis teórico detallado son propuestos en este artículo. Simulaciones basadas en circuito (SABER) son mostradas para verificar la veracidad del modelo.

*Palabras clave:* Electrónica de potencia, convertidores cd-cd, modelado de convertidores.

### 1. INTRODUCCION

Actualmente, se está extendiendo el uso de fuentes de energía renovable para la producción de energía eléctrica, las cuales, la mayoría está conectadas a la red eléctrica a través de un inversor. Los Paneles solares y celdas de combustible son fuentes de energía de baja tensión y potencia (24V-48 V), por lo tanto, estas requieren convertidores de potencia, que tengan la capacidad de elevar la tensión de cd requerida por dicho inversor, ya sea para inyectar la energía a la red eléctrica, o para dispositivos en el lugar donde ocurre la generación (Robert Erickson 2001; Maksimovic & Cuk 1991). Los dispositivos utilizados para ajustar los niveles de **tensión** que generan estas fuentes de energía generalmente son convertidores cd-cd (figura 1).

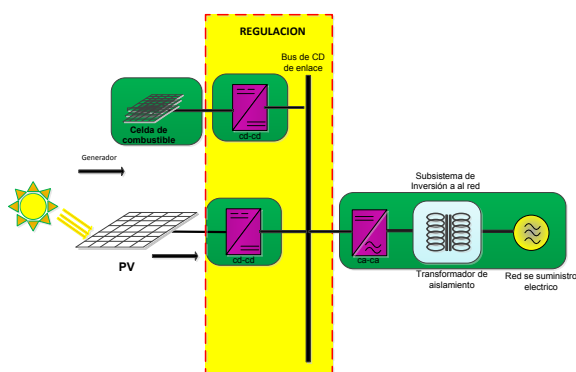


Figura 1. Sistema de recuperación de energía renovable.

Para un convertidor de topologías convencionales, es complicado obtener ganancia de tensión elevada, principalmente porque requerimiento de ciclos de trabajo extremos o cercanos a 1 (100%), o transformadores, lo cual

limita la frecuencia de conmutación en el primer caso, o incrementa considerablemente el tamaño y volumen del convertidor en el segundo caso (Maksimovic & Cuk 1991; Pietkiewicz & Cuk 1999).

Para reducir el tamaño de los convertidores cd-cd, una de las opciones es utilizar frecuencias de conmutación elevadas (100 kHz), lo cual, reduce el tamaño de componentes como: inductores y capacitores, además, se reduce el rizo de corriente y tensión equivalente. Sin embargo, los retardos naturales en los interruptores limitan la frecuencia de conmutación, cuando los ciclos de trabajo son muy pequeños o muy grandes, lo que ocurre cuando se requieren ganancias de salida muy elevadas (Pietkiewicz & Cuk 1999; Axelrod et al. 2008).

Por lo tanto, el reto consiste en acoplar los bajos niveles de tensión de cd proveniente de las fuentes de energía renovables, con los niveles de tensión requeridos por el bus de cd para los inversores.

El convertidor Cúk es una de las topologías de convertidores convencionales, la cual, ha sido ampliamente utilizada en aplicaciones diversas, ver figura 2(a). Algunas de las características más importantes de este convertidor son las siguientes: (i) provee de una tensión negativa a la salida, (ii) cuando el convertidor está apagado el capacitor  $C_f$  no permite que la corriente fluya de la entrada a la salida, (iii) la tensión a la salida se relaciona con el tensión en la entrada y el ciclo de trabajo como:

$$\frac{V_{C2}}{V_{in}} = \frac{D}{1-D} \quad (1)$$

Aunque el ciclo de trabajo  $D$  puede tener teóricamente valores desde 0 hasta 1, teniendo teóricamente una ganancia de tensión infinita, los elementos parásitos limitan el valor de

$D$  a 0.9, como ya se mencionó anteriormente, con valores de frecuencia elevados este límite en el ciclo de trabajo disminuye (Robert Erickson 2001; Rosas-Caro et al. 2010).

Para incrementar la ganancia en tensión en esta topología de convertidor y evitar ciclos de trabajo cercanos a 1, son utilizados: (i) transformadores, el cual eleva el volumen, peso y costo del convertidor, además, limitan la frecuencia de operación debido a sus no-linealidades, (ii) conexión de convertidores en cascada, sin embargo, incrementa la complejidad del sistema y las pérdidas, reduciendo su eficiencia (Pietkiewicz & Cuk 1999; Rosas-Caro et al. 2010). En años recientes, se han propuesto algunas topologías, que buscan superar estos desafíos, tales como: las topologías tradicionales híbridas con multiplicadores basados en diodos y capacitores y la técnica de elevación de tensión (Axelrod et al. 2008; Rosas-Caro et al. 2010; Rosas-Caro et al. 2011; Luo et al. 2003).

Una ventaja en el uso de topologías tradicionales híbridas con multiplicadores basados en diodos y capacitores, es que, en su diseño, requiere de un número reducido inductores, lo que permite alcanzar altas eficiencias, alta densidad de potencia y además, conservando una estructura simple con pocos componentes (Rosas-Caro et al. 2011).

Este trabajo propone el modelo dinámico de variables promediadas para un convertidor Cúk multiplicador, el cual, es una extensión del tradicional convertidor Cúk. El modelo dinámico propuesto puede ser utilizado con fines de control en lazo cerrado con retroalimentación de tensión o de corriente.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL CONVERTIDOR

La figura 2(a), se muestra el convertidor Cúk tradicional, el cual, presenta dos inductores, dos capacitores, transistor y un diodo. El convertidor Cúk multiplicador que se muestra en la figura 2(b), se aprecia que solo fueron añadidos dos diodos y dos capacitores a la topología original.

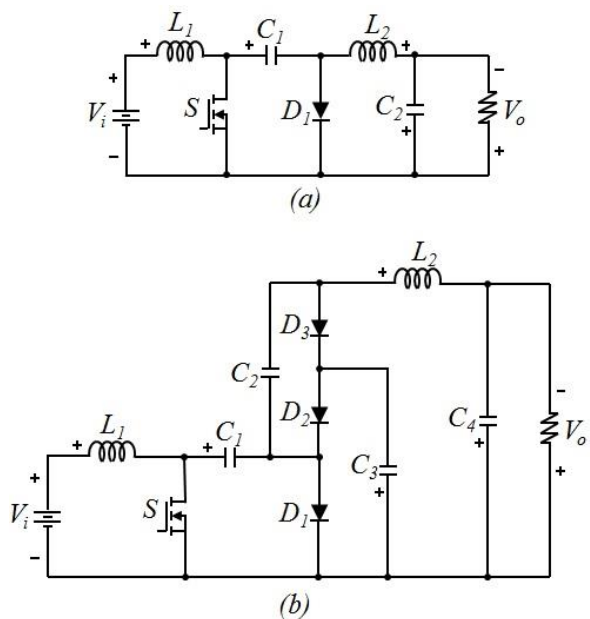


Figura 2. Convertidor Cúk (a) tradicional (b) multiplicador

### 2.1 Funcionamiento.

El funcionamiento del convertidor será explicado considerando la aproximación de rizado pequeño y el modo de conducción continua. Como se observa en la figura 2, el convertidor tiene dos circuitos equivalentes, resultado de la conmutación del interruptor  $S$ . Cuando el interruptor está encendido, el convertidor es representado por el circuito equivalente de la figura 3(a), durante este tiempo el diodo  $D_1$  es polarizado inversamente por el capacitor  $C_1$ , al igual que  $D_3$  es polarizado inversamente por el capacitor  $C_2$ , mientras que el diodo  $D_2$  es cerrado, permitiendo la transferencia de energía entre los capacitores  $C_1$  y  $C_3$ , mientras  $S$  está conduciendo, la corriente en el inductor  $L_1$  crece con una pendiente de  $V_i/L_1$ , mientras que la corriente en  $L_2$  crece con una pendiente igual a  $(v_{C1}+v_{C2}-v_{C4})/L_2$ . Cabe señalar que en este estado  $C_1$  se conecta en paralelo con  $C_3$  con lo que se tiene un comportamiento de capacitores conmutados.

Por otro lado, cuando el interruptor  $S$  está apagado la corriente del inductor  $L_1$  cierra a él diodo  $D_1$ , de igual manera el diodo  $D_3$  se cierra para permitir la transferencia de energía entre los capacitores  $C_2$  y  $C_3$ , mientras tanto, el diodo  $D_2$  es polarizado inversamente por la tensión en el capacitor  $C_2$ . Mientras  $S$  está abierto, el inductor  $L_1$  se descarga con una pendiente de  $(V_i-V_{C1})/L_1$  cargando al capacitor  $C_1$ , mientras tanto el inductor  $L_2$  se descarga con una pendiente con valor de  $(V_{C3}-V_{C4})/L_2$ . De este análisis se puede deducir que los capacitores  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  tienen prácticamente el mismo valor de tensión, esto debido a su conexión en paralelo.

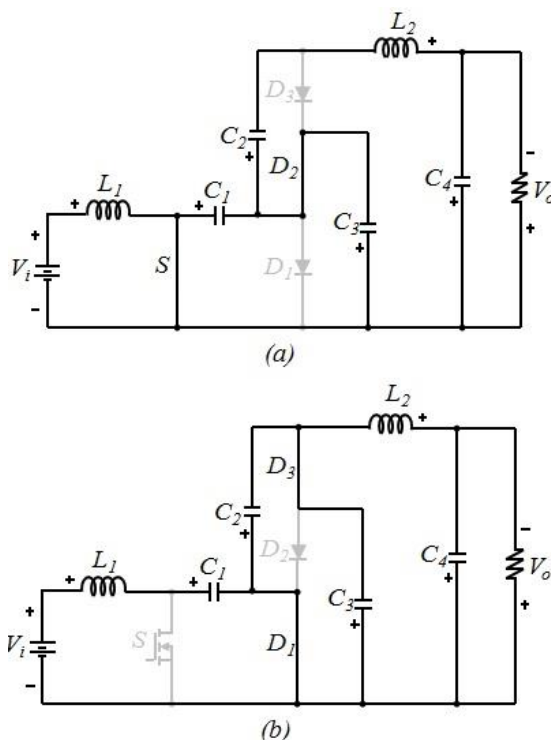


Figura 3. Circuitos equivalentes cuando (a) el interruptor está encendido (b) el interruptor está apagado.

La tensión promedio en el inductor  $L_1$  durante un ciclo de conmutación puede expresarse como:

$$L_1 \frac{d(i_{L1})}{dt} = \frac{1}{T} (t_{on} v_{L1ton} + t_{off} v_{L1off}) \quad (2)$$

Donde  $v_{L1ton}$ , es la tensión en  $L_1$  durante el tiempo en el que  $S$  esta encendido, mientras que  $v_{L1toff}$ , es la tensión en  $L_1$  durante el tiempo en el que  $S$  está apagado. Esta expresión puede ser reescrita en términos del ciclo de trabajo como sigue:

$$L_1 \frac{d(i_{L1})}{dt} = D v_{L1ton} + (1 - D) v_{L1off} \quad (3)$$

La tensión en  $L_1$  puede ser determinado mediante el análisis de cada uno de los circuitos equivalentes descritos anteriormente.

$$v_{L1ton} = V_i \quad (4)$$

$$v_{L1off} = V_i - V_{C1} \quad (5)$$

Asumiendo el estado estable, la corriente en los inductores es constante, esto debido a que la tensión promedio en los inductores es cero. Substituyendo (4) y (5) en (3) se obtiene la siguiente expresión:

$$D v_i + (1 - D)(V_i - V_{C1}) = 0 \quad (6)$$

Para el caso del inductor  $L_2$  la tensión promedio puede expresarse de la siguiente manera:

$$L_2 \frac{d(i_{L2})}{dt} = D v_{L2ton} + (1 - D) v_{L2off} \quad (7)$$

De igual forma que con  $L_1$ , la tensión en  $L_2$  durante los estados de conmutación puede ser derivada de los circuitos equivalentes.

$$v_{L2ton} = V_{C1} + V_{C2} - V_{C4} \quad (8)$$

$$v_{L2off} = V_{C2} - V_{C4} \quad (9)$$

En la figura 4, se aprecian las formas de onda de las corrientes en los inductores  $L_1$  y  $L_2$ , en esta se observan las pendientes de carga y descargas en cada inductor, así como la señal de conmutación del interruptor.

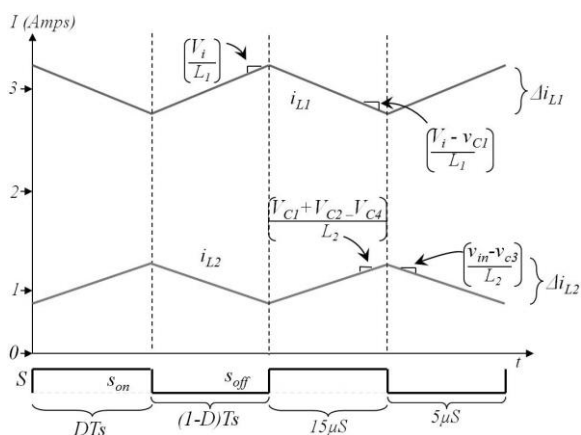


Figura 4. Formas de onda de las corrientes en los inductores.

En estado estable, la tensión promedio en el inductor  $L_2$  es cero, por lo tanto, substituyendo (8) y (9) en (7) se obtiene:

$$D(V_{C1} + V_{C2} - V_{C4}) + (1 - D)(V_{C2} - V_{C4}) = 0 \quad (10)$$

A partir de (6) se obtiene la tensión en  $C_1$ , el cual, se expresa de la siguiente forma:

$$V_{C1} = \frac{1}{(1-D)} V_i \quad (11)$$

Reduciendo (10), se obtiene la siguiente expresión:

$$D V_{C1} + V_{C2} - V_{C4} = 0 \quad (12)$$

Como ya se había mencionado con anterioridad, los capacitores  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  son conectados en paralelo cuando se forman los circuitos equivalentes, eso hace que el valor de tensión en los capacitores sean iguales, por lo tanto:

$$V_{C1} \approx V_{C2} \approx V_{C3} \quad (13)$$

Tomando en cuenta (13), se substituye (11) en (12), de esta manera, se obtiene la tensión en  $C_4$  que corresponde a la tensión de salida del convertidor.

$$V_{C4} = V_o = \frac{1+D}{1-D} V_i \quad (14)$$

Como se aprecia en (14), la ganancia de tensión en el convertidor, es mayor que la de un convertidor boost tradicional, esto también se puede apreciar en la figura 5, que muestra la gráfica de la ganancia de tensión contra el ciclo de trabajo.

Una de las características importantes de esta topología es que el interruptor  $S$  solo bloquea una fracción de la tensión de salida, esto es importante, ya que se pueden tener una tensión de salida elevada con fuentes de energía de baja tensión, contrario a otras configuraciones, como la conexión en cascada, donde un interruptor bloquea la tensión de salida.

Otra de las ventajas del convertidor presentado, es que la ganancia de tensión, puede incrementarse, sin necesidad de aumentar el número de inductores, los cuales, son difíciles de encapsular, y sin incrementar el número de interruptores, los cuales, requieren de mayor circuitería.

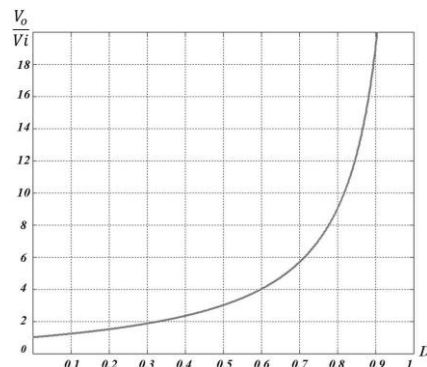


Figura 4. Ganancia de tensión contra ciclo de trabajo.

### 3. DINAMICA DEL CONVERTIDOR.

En esta sección, se presenta el análisis de la dinámica del convertidor Cúk multiplicador. El propósito de esta sección es proveer una representación de espacio-estado del convertidor. Esta representación puede ser utilizada con propósitos de control. En (Sira-Ramirez & Ortigoza 2006), se presentan algunas técnicas ideales para el control del convertidor antes mostrado.

Se define la posición del interruptor como  $u=1$  y  $u=0$  cuando este está cerrado y abierto respectivamente. De acuerdo con esta definición y considerando  $u=1$ , el comportamiento del circuito equivalente del convertidor puede ser representado por las siguientes ecuaciones dinámicas:

$$\sum U1 \left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = V_i \\ L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = v_{C2} + v_{C1} - v_{C4} \\ C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = -i_{L2} - \lambda_1 \\ C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} = -i_{L2} \\ C_3 \frac{dv_{C3}}{dt} = \lambda_1 - i_{L2} \\ C_4 \frac{dv_{C4}}{dt} = i_{L2} - \frac{v_{C4}}{R} \end{array} \right. \quad (15)$$

El conjunto de ecuaciones dinámicas  $\Sigma_{U1}$  que se muestra en (15) corresponde a las variables de los elementos que almacenan energía en el convertidor,  $i_{L1}$  e  $i_{L2}$  son las corrientes en los inductores mientras que  $v_{C1}$ ,  $v_{C2}$ ,  $v_{C3}$ , y  $v_{C4}$  son las tensiones en los capacitores. La variable  $\lambda_1$ , representa una corriente que carga al capacitor  $C_3$ . Este elemento produce una dinámica muy rápida en el convertidor. De la figura 3(a), se puede apreciar claramente que el capacitor  $C_1$  está conectado en paralelo con  $C_3$ , cuando esto ocurre,  $C_3$  se carga por medio de  $C_2$ , por consiguiente la variable  $\lambda_1$  se puede definir con la siguiente expresión:

$$\lambda_1 = \frac{v_{C1} - v_{C3}}{R_{G1}} \quad (16)$$

Donde el parámetro  $R_{G1}$ , es la suma de la resistencia serie de los capacitores (ESR) y la resistencia del interruptor, es de notar que la corriente  $\lambda_1$  tiende a cero cuando la tensión  $v_{C3}$  tiende a  $v_{C1}$ .

Consideremos el circuito equivalente del convertidor cuando el interruptor está abierto, es decir  $u=0$ . El comportamiento del circuito equivalente de la figura 3(b) puede ser representado por medio de las siguientes ecuaciones dinámicas:

$$\sum U0 \left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = V_i - v_{C1} \\ L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = v_{C2} - v_{C4} \\ C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = i_{L1} \\ C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} = -i_{L2} + \lambda_2 \\ C_3 \frac{dv_{C3}}{dt} = -\lambda_2 - i_{L2} \\ C_4 \frac{dv_{C4}}{dt} = i_{L2} - \frac{v_{C4}}{R} \end{array} \right. \quad (17)$$

El conjunto de ecuaciones dinámicas  $\Sigma_{U0}$  que se muestra en (17) tiene un elemento  $\lambda_2$ , este elemento representa la corriente que carga al capacitor  $C_2$  cuando este se conecta en paralelo con  $C_3$ , como se puede apreciar en el circuito equivalente de la figura 3(b), esta corriente se puede definir de la siguiente forma:

$$\lambda_2 = \frac{v_{C3} - v_{C2}}{R_{G2}} \quad (18)$$

En donde nuevamente el parámetro  $R_{G2}$ , es una resistencia pequeña conformada por la suma de las resistencias de los capacitores e interruptores.

Una vez obtenidos los conjuntos de ecuaciones dinámicas para cada circuito equivalente, se define a  $u=\{0,1\}$  como la entrada del sistema, esto con el objetivo de obtener una representación de espacio-estado que es válida para ambos circuitos equivalentes.

La representación de espacio-estado  $\Sigma_{SS}$  mostrada en (19) es no lineal. Es importante que mientras se aumentan los niveles del convertidor, aumentara también el número de capacitores, por lo que el número de ecuaciones también aumentara, sin embargo, la estructura de la representación de espacio-estado no será modificada. Es posible reducir el orden del sistema mediante un método similar usado en (Sira-Ramirez & Ortigoza 2006).

$$\sum SS \left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L1}}{dt} = \frac{V_i}{L_1} - \frac{(1-u)v_{C1}}{L_1} \\ \frac{di_{L2}}{dt} = \frac{uv_{C1}}{L_2} + \frac{v_{C2}}{L_2} - \frac{v_{C4}}{L_2} \\ \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{u(-i_{L2} - \lambda_1)}{C_1} + \frac{(1-u)i_{L1}}{C_1} \\ \frac{dv_{C2}}{dt} = -\frac{i_{L2}}{C_2} + \frac{(1-u)\lambda_2}{C_2} \\ \frac{dv_{C3}}{dt} = \frac{u\lambda_1}{C_3} - \frac{(1-u)\lambda_2}{C_3} - \frac{i_{L2}}{C_3} \\ \frac{dv_{C4}}{dt} = \frac{i_{L2}}{C_4} - \frac{v_{C4}}{RC_4} \end{array} \right. \quad (19)$$

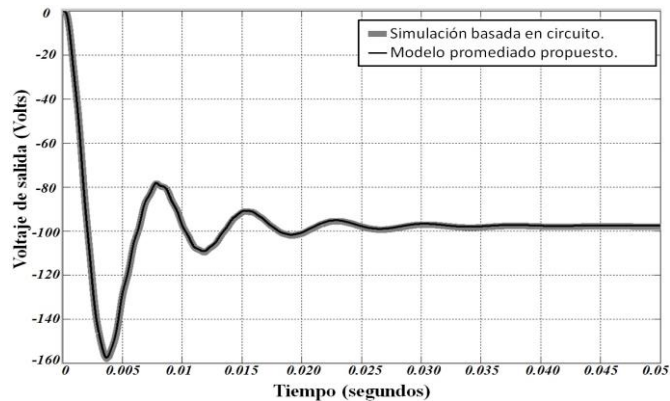
Los modelos promediados son utilizados frecuentemente para análisis y control de convertidores electrónicos de potencia (Sira-Ramirez & Ortigoza 2006), en estos modelos, la entrada  $u$  es reemplazada por la entrada promediada  $u_{av}$ , la cual, se le conoce como el ciclo de trabajo del convertidor, y toma valores de entre 0 y 1. En este caso, los modelos promediados representan las corrientes y tensiones promedio para cada ecuación de (19).

Se considera  $u_{av}=[0,1]$  como la entrada del sistema, la corriente de entrada  $i_{L1}$  y la tensión de salida  $v_o=v_{C4}$ , es decir la tensión de salida del sistema, esto debido a que estas son las variables más importantes y en las que se pudiera estar interesado. Por lo tanto, el conjunto de ecuaciones será definido como el modelo dinámico promediado del convertidor Cúk multiplicador.

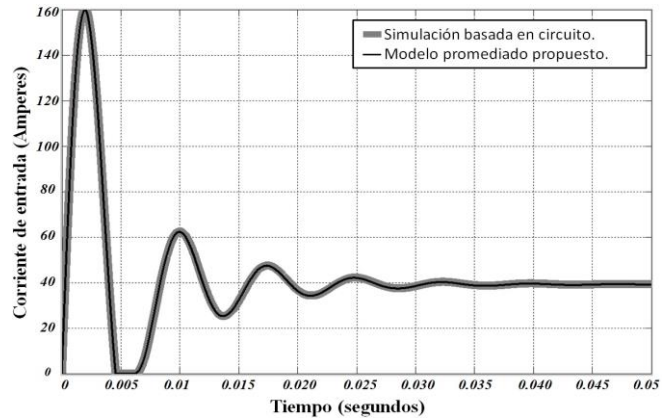
$$\sum AV \left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L1}}{dt} = \frac{V_i}{L_1} - \frac{(1-u_{av})v_{C1}}{L_1} \\ \frac{di_{L2}}{dt} = \frac{u_{av}v_{C1}}{L_2} + \frac{v_{C2}}{L_2} - \frac{v_{C4}}{L_2} \\ \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{u_{av}(-i_{L2} - \lambda_1)}{C_1} + \frac{(1-u_{av})i_{L1}}{C_1} \\ \frac{dv_{C2}}{dt} = -\frac{i_{L2}}{C_2} + \frac{(1-u_{av})\lambda_2}{C_2} \\ \frac{dv_{C3}}{dt} = \frac{u_{av}\lambda_1}{C_3} - \frac{(1-u_{av})\lambda_2}{C_3} - \frac{i_{L2}}{C_3} \\ \frac{dv_{C4}}{dt} = \frac{i_{L2}}{C_4} - \frac{v_{C4}}{RC_4} \end{array} \right. \quad (20)$$

#### 4. VERIFICACION DEL MODELO DINAMICO.

El Convertidor Cúk multiplicador fue simulado mediante el software de simulación eléctrico; Synopsys SABER, por otro lado se realizaron simulaciones basadas en el modelo dinámico propuesto por medio de MATLAB, con el objetivo de comparar y evaluar el modelo dinámico anteriormente formulado. El diagrama del circuito simulado se muestra en la figura 2(b). Los parámetros usados en la simulación se muestran en la tabla 1.



**Figura 6.** Comparación entre la simulación basada en circuito y el modelo promediado propuesto de tensión de salida ( $v_{C4}$ ).



**Figura 7.** Comparación entre la simulación basada en circuito y el modelo promediado propuesto la corriente entrada ( $i_{C4}$ ).

**Tabla 1.** Parámetros utilizados en la simulación.

Parámetro	Valor
Capacitores C1, C2, C3, C4	220 $\mu$ F
Inductores L1 y L2	200 $\mu$ H
Carga	10 $\Omega$
Potencia	1000W
Tensión de entrada	25 V
Tensión de salida	-100 V
Ganancia	4
Frecuencia de conmutación	20kHz

#### 5. CONCLUSIONES.

Este trabajo propone el modelo dinámico para un convertidor Cúk multiplicador, el cual, ha sido propuesto recientemente en la literatura y posee características tales como: (i) alta ganancia de tensión sin uso de ciclos de trabajo cercanos a 1, (ii) bajo estrés de tensión en los interruptores, (iii) posibilidad de aumentar la ganancia con solo agregar diodos y capacitores, (iv) alta eficiencia, densidad de potencia y estructura simple. Los resultados obtenidos mediante la simulación, fueron basados en el modelo presentado en este documento, lo que corrobora la validez del modelo dinámico promediado, con lo que, se puede concluir que diversas técnicas de control pueden ser empleadas basadas en este modelo del convertidor Cúk multiplicador.

#### 6. REFERENCIAS.

Axelrod, B., Berkovich, Y. & Ioinovici, A., 2008. Switched-Capacitor/Switched-Inductor Structures for Getting Transformerless Hybrid DC-DC PWM Converters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 55(2), pp.687-696.

- Luo, F.L., Member, S. & Ye, H., 2003. Positive Output Super-Lift Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(1), pp.105–113.
- Maksimovic, D. & Cuk, S., 1991. Switching converters with wide DC conversion range. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 6(1), pp.151–157.
- Pietkiewicz, a. & Cuk, S., 1999. A three-switch high-voltage converter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 14(1), pp.177–183.
- Robert Erickson, D.M., 2001. *Fundamentals of Power Electronics. Second Edition*, Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.
- Rosas-Caro, J.C. et al., 2010. A DC–DC multilevel boost converter. *IET Power Electronics*, 3(1), p.129.
- Rosas-caro, J.C. et al., 2011. A Family of DC-DC Multiplier Converters. In *Engineering Letters*. pp. 21–27.
- Sira-Ramirez, H. & Ortigoza, R. silva, 2006. *Control design techniques in power electronics devices*, Springer.