

Control tolerante de fallas en un PVTOL: Un enfoque cascada

L.H. Rodríguez-Alfaro, E. Alcorta-García

*Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica,
Universidad Autónoma de Nuevo León. México*
luisralfa@gmail.com, efrain.alcortagr@uanl.edu.mx

Abstract: Con la finalidad de garantizar el funcionamiento aceptable de un PVTOL bajo condiciones de falla se desarrolla el diseño de un control con la propiedad de tolerar cierto tipo de fallas. La propuesta esta basada en un esquema propuesto recientemente, el cual utiliza un enfoque cascada para compensar el efecto de la falla. El diseño propuesto cuenta con la ventaja de respetar por completo al control nominal además de ser sencillo, pues su diseño no requiere necesariamente del conocimiento de la falla. Se proporciona también una prueba formal de estabilidad del sistema reconfigurado. Las fallas consideradas son de sensor y/o de actuador. La propuesta es mostrada mediante un ejemplo numérico.

Keywords: PVTOL, Falla, Control tolerante a fallas, Cascada, sistema no lineal

1. INTRODUCCIÓN

Las unidades funcionales de los sistemas pueden presentar alteraciones de sus parámetros fuera de los límites tolerables, produciéndose lo que se conoce como falla. Los enfoques de control tolerante de fallas (FTC, por sus siglas en inglés, *Fault Tolerant Control*) tienen el objetivo de eliminar el efecto de las fallas en la salida del lazo, manteniendo de esta forma una operación segura y continua del sistema, Noura et al. (2009), Blanke et al. (2006). Para una revisión bibliográfica de diferentes técnicas ver, por ejemplo, Zhang and Jiang (2008) Un grupo de métodos para la tolerancia de fallas en lazos de control están basados en el seguimiento de trayectoria nominal, como puede ser apreciado en dos de los trabajos representativos de éstos enfoques, Staroswiecki and Cazaurang (2008) y Lunze and Steffen (2006). En Lunze and Steffen (2006) se esconde el efecto de las fallas usando un filtro llamado actuador virtual y aunque el control nominal se mantiene, en realidad el proceso de reconfiguración requiere de modificar el lazo nominal al intercalar un actuador (o sensor) virtual. Las condiciones de existencia de este enfoque corresponden a las de un problema de desacoplo. Por otro lado, en Staroswiecki and Cazaurang (2008) la idea consiste en modificar el control nominal para resolver el problema de reconfiguración, donde el control que se utiliza para la reconfiguración esta inspirado en uno que resuelve un problema de seguimiento donde la referencia es la trayectoria nominal del sistema, es decir, sin falla. Este último enfoque es una evolución del trabajo conocido como el Método de la Pseudo Inversa (PIM, por sus siglas en inglés, *Pseudo Inverse Method*), Gao and Antsaklis (1991). Por otro lado en muchos de estos trabajos de FTC sólo se tratan fallas en actuadores, sensores o componentes pero no en una o más de las unidades funcionales, ver por ejemplo Kanev and Verhaegan (2000), Theilliol et al. (2003). Los métodos brevemente antes discutidos de tolerancia a fallas en lazos de control requieren en su mayor parte la modificación del

lazo de control nominal. Así mismo, generalmente estos métodos han sido desarrollados para sistemas lineales, aun y cuando ya existen algunas extensiones para cierta clase de sistema no lineales, Richter et al. (2012. Mexico.). Alternativo a los esquemas de actuador virtual y seguimiento de trayectoria nominal en Rodríguez-Alfaro et al. (2013) se propuso recientemente un enfoque aplicable a una amplia clase de sistemas con modelo Euler-Lagrange. La idea básica es modificar el lazo cerrado resultante mediante la adición de un nuevo lazo (exterior). Esto permite mantener sin cambios la ley de control nominal y al mismo tiempo responde a cambios en la referencia (salida nominal). En este trabajo se propone un esquema de tolerancia de fallas en lazos de control no lineal con las siguientes características: El lazo de control nominal permanece sin requerir ser cambiado; el diseño de la ley de control de reconfiguración se puede realizar sin necesidad de conocer con precisión el tamaño de la falla; solo se requiere de la detección; se basa en el principio de mantener el objetivo nominal. El sistema para el que es desarrollada la tolerancia de fallas es un PVTOL (*Planar Vertical Take Off and Landing aircraft*, por sus siglas en inglés). El esquema de FTC propuesto difiere del presentado en Rodríguez-Alfaro et al. (2013) por las características particulares del sistema en cuestión. El esquema propuesto es ejemplificado mediante simulación numérica. El resto del trabajo es desarrollado como sigue: en la sección 2 se presenta el enfoque cascada para el control tolerante de fallas; en la sección 3 se presenta el modelo de un PVTOL y su control nominal; en la sección 4 se discute con detalle, incluyendo un análisis de estabilidad, el esquema propuesto; en la sección 5 se presenta un ejemplo numérico y su discusión y en la sección 6 se presentan las conclusiones.

2. ENFOQUE CASCADA AL CONTROL TOLERANTE DE FALLAS

La clase de problemas abordado en este trabajo se refiere a cuando el objetivo es mantener la orientación del PVTOL aún en la presencia de fallas. El tiempo de fallas admisibles corresponde a la clase de fallas que pueden ser tratadas mediante el objetivo de hacer que el sistema reconfigurado siga al nominal. Es claro que existen fallas que requieren de un cambio de objetivos, pues a través de las fallas mantener el objetivo normal puede carecer de sentido. La esencia del esquema utilizado en Rodriguez-Alfaro et al. (2013), referente al control activo tolerante de fallas, se muestra en la figura 1, donde el objetivo del FTC es eliminar el error entre la trayectoria del sistema en presencia de falla y la trayectoria del sistema nominal. Con este cambio de referencia interno se elimina el efecto de la falla y se busca que el desempeño del sistema en presencia de falla sea muy cercano o igual al desempeño del sistema nominal, esto siempre y cuando lo permitan las condiciones físicas del sistema con falla, pues si la falla no se corrige lo más rápido posible esta puede causar una avería en la unidad funcional del sistema, donde la solución es reemplazar la unidad funcional dañada por una en buen estado.

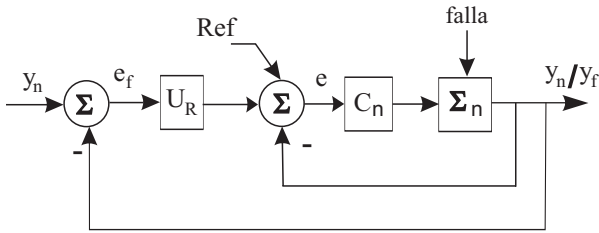


Fig. 1. Esquema de FTC

En la figura 1, Σ_n , y C_n representan al sistema y control nominal, respectivamente. y_n es la salida nominal, y_n también es la referencia para el lazo externo y es generada por un modelo de referencia, y_f es la salida con falla, Ref es la referencia del sistema nominal y U_R es la ley de control tolerante a fallas. Note que cuando no hay falla el esquema con tolerancia a fallas se reduce al esquema del sistema nominal en lazo cerrado, esto es ($y_f = y_n$) lo que implica que el error es cero entre la trayectoria nominal y con falla. Con este enfoque de control tolerante se permite mantener sin cambio el control nominal del sistema, lo cual puede llegar a ser de gran utilidad en la implementación para hacer tolerante a fallas a algún determinado proceso.

3. MODELO MATEMÁTICO DEL PVTOL

El sistema PVTOL esta formado por dos rotores fijos a una barra rígida con el centro de masa del vehículo a la misma distancia uno de otro, ver figura 2. El modelo de este sistema considera sólo los estados y entradas necesarias, con los cuales es posible modelar todas las características dinámicas que deben tomarse en cuenta para el diseño de sistemas de control para vehículos aéreos que se mueven en el espacio tridimensional.

El modelo del PVTOL ha sido tomado de Lara et al. (2014), el cual es

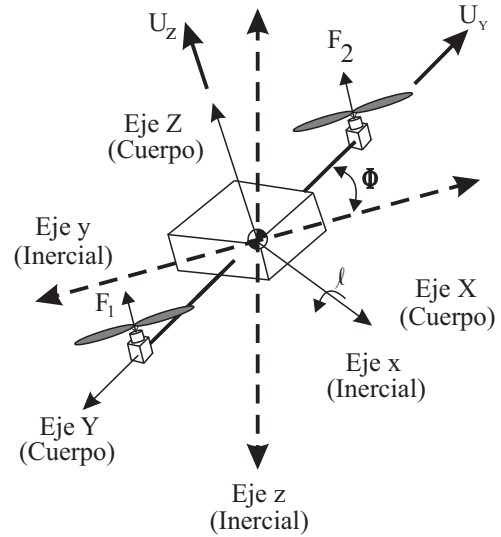


Fig. 2. PVTOL de dos rotores

$$D(q)\ddot{q} + G(q) = \tau, \quad (1)$$

$$y = q, \quad (2)$$

donde τ es el vector de entrada que representa las fuerzas y momentos, $G(q)$ contiene los términos gravitacionales, la matriz $D(q)$ contiene términos inerciales y $y = q$ define a las posiciones como salidas del sistema. Para el PVTOL se define $q = [Y, Z, \phi]^T$ como el vector de estado generalizado y $\tau = [U_z, U_y, l]^T$, donde

$$D(q) = \begin{bmatrix} -ms\phi & mc\phi & 0 \\ mc\phi & ms\phi & 0 \\ 0 & 0 & J_x \end{bmatrix}, \quad G(q) = \begin{bmatrix} mgc\phi \\ mgs\phi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

donde m es la masa del PVTOL, J_x es la inercia, s y c son las abreviaciones de seno y coseno, respectivamente. El movimiento en el eje vertical esta representado por Y , en el eje horizontal por Z y la posición angular por ϕ .

3.1 Control nominal para el PVTOL

En condiciones nominales el PVTOL tiene un control definido por Lara et al. (2014)

$$\tau = \tau_a + \tau_b, \quad (4)$$

$$\tau_a = G_o(q), \quad (5)$$

$$\tau_b = D_o(q)[-K_p q - K_v \dot{q}], \quad (6)$$

donde τ_a representa un término de pre alimentación, τ_b es una retroalimentación, $G_o(q)$ y $D_o(q)$ son los valores nominales del vector de pares gravitacionales y de la matriz de inercia respectivamente, K_p y K_v son las ganancias de la ley de control y son matrices simétricas definidas positivas. Los valores de las matrices de ganancias son

$$K_p = \begin{bmatrix} 31.99 & -33.90 & 42.16 \\ -33.90 & 52.51 & 4.49 \\ 42.16 & 4.49 & 309.6 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$K_v = \begin{bmatrix} 4.26 & -2.49 & -14.12 \\ -2.49 & 65.23 & 2.48 \\ -14.12 & 2.48 & 58.88 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

4. CONTROL TOLERANTE DE FALLAS PROPUESTO PARA EL PVTOL

En esta sección se presenta el análisis de estabilidad del PVTOL con falla en lazo cerrado con el control nominal y con la acción de control tolerante a fallas o acción de reconfiguración propuesta mediante el esquema definido. Como control de reconfiguración se ha implementado un control Proporcional Integral (PI)

$$U_R = K_1 e_f(t) + K_2 \int e_f(t) dt, \quad (9)$$

donde K_1 es la ganancia proporcional, K_2 es la ganancia integral y $e_f(t)$ es el error que se obtiene con el lazo externo ver figura 1. Si definimos $\dot{\xi} = e_f$ entonces (9) cambia a

$$U_R = K_1 e_f(t) + K_2 \xi, \quad (10)$$

$$\dot{\xi} = e_f. \quad (11)$$

En ausencia de fallas el control nominal es

$$\tau = G_o(q) + D_o(q)[K_p e + K_v \dot{e}], \quad (12)$$

donde $e = q_d - q$ y $\dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}$, donde q_d y \dot{q}_d son las posiciones y velocidades deseadas del PVTOL.

Cuando ocurre la falla en sensores de posición la salida $y = q$ se define como $q = q_o + \Delta q$, donde q es el valor actual de la salida o posición actual del PVTOL, q_o es la posición nominal y Δq es el valor de la falla en los sensores de posición, $\Delta q = [\Delta q_1 \ \Delta q_2 \ \Delta q_3]$. Puesto que el objetivo es controlar la posición del PVTOL el error de velocidad no es afectado directamente por la acción de reconfiguración. De igual forma con la presencia de las fallas en sensores de posición la acción tolerante a fallas se une a la configuración nominal del sistema y puesto que la acción tolerante a fallas modifica la referencia, la ecuación del error e cambia a

$$e = U_R + q_d - q = U_R + q_d - q_o - \Delta q, \quad (13)$$

donde U_R es la acción de control tolerante a fallas o de reconfiguración. De forma similar el error e_f del lazo externo queda definido como

$$e_f = q - q_o = q_o + \Delta q - q_o = \Delta q. \quad (14)$$

Considerando (14), ahora el control tolerante a fallas queda definido como

$$U_R = K_1 \Delta q + K_2 \xi, \quad (15)$$

$$\dot{\xi} = e_f. \quad (16)$$

Al sustituir (13) y (15) en (12) resulta que el control aplicado al sistema en presencia de fallas es

$$\tau = G_o + D_o[K_p(K_1 \Delta q + K_2 \xi + q_d - q_o - \Delta q) + K_v \dot{e}], \quad (17)$$

$$\dot{\xi} = e_f. \quad (17)$$

donde el argumento de G_o y D_o , (q) fue omitido. Cuando no hay presencia de fallas $\Delta q = 0$ lo que implica que $q = q_o + \Delta q$ se reduzca a $q = q_o$, considerando esto la ecuación previa cambia a

$$\tau = G(q) + D(q)[K_p(K_1 \Delta q + K_2 \xi + e - \Delta q) + K_v \dot{e}], \quad (18)$$

$$\dot{\xi} = e_f. \quad (19)$$

El modelo del PVTOL con falla esta descrito por

$$D(q)\ddot{q} + G(q) = \tau + \Delta\tau, \quad (20)$$

$$y = q + \Delta q, \quad (21)$$

donde $\Delta\tau = [\Delta\tau_1 \ \Delta\tau_2 \ \Delta\tau_3]$ es el vector de fallas en las entradas del vector de control τ . Al sustituir la ley de control (18) en el modelo (20) del PVTOL con falla, resulta que la ecuación en lazo cerrado del PVTOL en presencia de fallas con el control nominal y con la acción de control tolerante a fallas es

$$D(q)\ddot{q} = D(q)[K_p K_2 \xi + K_p e + K_v \dot{e}] + D(q)[K_p K_1 - K_p] \Delta q + \Delta\tau, \quad (22)$$

$$\dot{\xi} = e_f. \quad (23)$$

Definiendo un vector de estado como $[\xi \ e \ \dot{e}]^T$ el PVTOL en lazo cerrado con el control nominal y con la acción de reconfiguración, se pueden describir equivalentemente por

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{e} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_f \\ \dot{e} \\ \ddot{q}_d - \ddot{q} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

donde \ddot{q} se despeja de la ecuación (22) premultiplicando por la izquierda a esta ecuación por $D^{-1}(q)$, sustituyendo \ddot{q} en (24) y considerando que la posición deseada del PVTOL es una constante ($\ddot{q}_d = 0$) resulta

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{e} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_f \\ \dot{e} \\ -(K_p K_2 \xi + K_p e + K_v \dot{e}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (K_p - K_p K_1) \Delta q - \Delta\tau \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Proposición 1. Considere el modelo con fallas del PVTOL (20) en lazo cerrado con el control nominal y con la acción de control de reconfiguración U_R , definido por la ecuación (25), se propone que el error es asintóticamente estable para valores apropiados de las ganancias del control activo tolerante a fallas eliminado así el efecto de las fallas sobre el sistema.

Prueba: Considere una función candidata de Lyapunov definida positiva descrita por

$$V(e) = \frac{1}{2} \xi^T \xi + \frac{1}{2} e^T e + \frac{1}{2} \dot{e}^T \dot{e}, \quad (26)$$

al derivar la ecuación previa con respecto al tiempo resulta

$$\dot{V}(e) = \xi^T \dot{\xi} + e^T \dot{e} + \dot{e}^T \ddot{e}, \quad (27)$$

sustituyendo $\dot{\xi}$, \dot{e} y \ddot{e} resulta

$$\dot{V}(e) = \xi^T \Delta q + e^T \dot{e} - \dot{e}^T K_p K_2 \xi - \dot{e}^T K_p e - \dot{e}^T K_v \dot{e} - \dot{e}^T K_p K_1 \Delta q + \dot{e}^T K_p \Delta q - \dot{e}^T \Delta\tau, \quad (28)$$

sustituyendo en la ecuación previa los vectores $\xi = [\xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3]^T$, $\Delta q = [\Delta q_1 \ \Delta q_2 \ \Delta q_3]^T$, $e = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T$, las matrices

$$K_p = \begin{bmatrix} 31.99 & -33.90 & 42.16 \\ -33.90 & 52.51 & 4.49 \\ 42.16 & 4.49 & 309.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{p1} & k_{p2} & k_{p4} \\ k_{p2} & k_{p3} & k_{p6} \\ k_{p4} & k_{p6} & k_{p3} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$K_v = \begin{bmatrix} 4.26 & -2.49 & -14.12 \\ -2.49 & 65.23 & 2.48 \\ -14.12 & 2.48 & 58.88 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{v1} & k_{v2} & k_{v4} \\ k_{v2} & k_{v3} & k_{v6} \\ k_{v4} & k_{v6} & k_{v3} \end{bmatrix}, \quad (30)$$

así como las matrices de ganancias del control tolerante a fallas propuestas de la siguiente forma $K_1 = \text{diag}[k_{1a} \ k_{1b} \ k_{1c}]$ y $K_2 = \text{diag}[k_{2a} \ k_{2b} \ k_{2c}]$, cada uno de los elementos desarrollados de (28) es

$$\xi \Delta = \xi_1 \Delta q_1 + \xi_2 \Delta q_2 + \xi_3 \Delta q_3, \quad (31)$$

$$e^T \dot{e} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3, \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}^T K_p K_2 \xi &= \dot{e}_1 k_{p1} k_{2a} \xi_1 + \dot{e}_1 k_{p2} k_{2b} \xi_2 + \dot{e}_1 k_{p4} k_{2c} \xi_3 + \\ &\quad \dot{e}_2 k_{p2} k_{2a} \xi_1 + \dot{e}_2 k_{p3} k_{2b} \xi_2 + \dot{e}_2 k_{p6} k_{2c} \xi_3 + \\ &\quad \dot{e}_3 k_{p4} k_{2a} \xi_1 + \dot{e}_3 k_{p6} k_{2b} \xi_2 + \dot{e}_3 k_{p5} k_{2c} \xi_3, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}^T K_p e &= \dot{e}_1 k_{p1} e_1 + \dot{e}_1 k_{p2} e_2 + \dot{e}_1 k_{p4} e_3 + \\ &\quad \dot{e}_2 k_{p2} e_1 + \dot{e}_2 k_{p3} e_2 + \dot{e}_2 k_{p6} e_3 + \\ &\quad \dot{e}_3 k_{p1} e_1 + \dot{e}_3 k_{p6} e_2 + \dot{e}_3 k_{p5} e_3, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}^T K_v \dot{e} &= k_{v1} \dot{e}_1^2 + \dot{e}_1 k_{v2} \dot{e}_2 + \dot{e}_1 k_{v4} \dot{e}_3 + \\ &\quad \dot{e}_2 k_{v2} \dot{e}_1 + \dot{e}_2 k_{v3} \dot{e}_2 + \dot{e}_2 k_{v6} \dot{e}_3 + \\ &\quad \dot{e}_3 k_{v4} \dot{e}_1 + \dot{e}_3 k_{v6} \dot{e}_2 + \dot{e}_3 k_{v5} \dot{e}_3, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}^T K_p K_1 \Delta q &= \dot{e}_1 k_{p1} k_{1a} \Delta q_1 + \dot{e}_1 k_{p2} k_{1b} \Delta q_2 + \dot{e}_1 k_{p4} k_{1c} \Delta q_3 + \\ &\quad \dot{e}_2 k_{p2} k_{1a} \Delta q_1 + \dot{e}_2 k_{p3} k_{1b} \Delta q_2 + \dot{e}_2 k_{p6} k_{1c} \Delta q_3 + \\ &\quad \dot{e}_3 k_{p4} k_{1a} \Delta q_1 + \dot{e}_3 k_{p6} k_{1b} \Delta q_2 + \\ &\quad \dot{e}_3 k_{p5} k_{1c} \Delta q_3, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}^T K_p \Delta q &= \dot{e}_1 k_{p1} \Delta q_1 + \dot{e}_1 k_{p2} \Delta q_2 + \dot{e}_1 k_{p4} \Delta q_3 + \\ &\quad \dot{e}_2 k_{p2} \Delta q_1 + \dot{e}_2 k_{p3} \Delta q_2 + \dot{e}_2 k_{p6} \Delta q_3 + \\ &\quad \dot{e}_3 k_{p4} \Delta q_1 + \dot{e}_3 k_{p6} \Delta q_2 + \dot{e}_3 k_{p5} \Delta q_3, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\dot{e}^T \Delta \tau = \dot{e}_1 \Delta \tau_1 + \dot{e}_2 \Delta \tau_2 + \dot{e}_3 \Delta \tau_3, \quad (38)$$

juntando términos comunes en la ecuación previa y aplicando la desigualdad del triángulo se cumplen las siguientes cotas

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &\leq -(k_{p1} k_{2a} + k_{p2} k_{2a} + k_{p4} k_{2a} - \Delta q_1) \|\xi_1\|^2 \\ &\quad -(k_{p2} k_{2a} + k_{p3} k_{2b} + k_{p6} k_{2b} - \Delta q_2) \|\xi_2\|^2 \\ &\quad -(k_{p4} k_{2c} + k_{p6} k_{2c} + k_{p5} k_{2c} - \Delta q_3) \|\xi_3\|^2 \\ &\quad -(k_{p1} + k_{p2} + k_{p4} - 1) \|e_1\|^2 \\ &\quad -(k_{p2} + k_{p3} + k_{p6} - 1) \|e_2\|^2 \\ &\quad -(k_{p4} + k_{p6} + k_{p5} - 1) \|e_3\|^2 \\ &\quad -(k_{p1} k_{2a} - 1 + k_{p2} k_{2b} + k_{p4} k_{2c} + k_{p2} + k_{p4} \\ &\quad + k_{v1} + 2k_{v2} + 2k_{v4} + k_{p1} k_{1a} \Delta q_1 + k_{p2} k_{1b} \Delta q_2 \\ &\quad + k_{p4} k_{1c} \Delta q_3 - k_{p1} \Delta q_1 - k_{p2} \Delta q_2 - k_{p4} \Delta q_3 \\ &\quad + k_{p1} + \Delta \tau_1) \|\dot{e}_1\|^2 \\ &\quad -(k_{p2} k_{2a} - 1 + k_{p3} k_{2b} + k_{p6} k_{2c} + k_{p2} \\ &\quad + k_{p3} + k_{p6} + 2k_{v2} + k_{v3} + 2k_{v6} + k_{p2} k_{1a} \Delta q_1 \\ &\quad + k_{p3} k_{1b} \Delta q_2 + k_{p6} k_{1c} \Delta q_3 - k_{p2} \Delta q_1 - k_{p3} \Delta q_2 \\ &\quad - k_{p6} \Delta q_3 + \Delta \tau_2) \|\dot{e}_2\|^2 \\ &\quad -(k_{p4} k_{2a} - 1 + k_{p6} k_{2b} + k_{p5} k_{2c} + k_{p4} \\ &\quad + k_{p6} + k_{p5} + 2k_{v4} + k_{v5} + 2k_{v6} \\ &\quad + k_{p4} k_{1a} \Delta q_1 + k_{p6} k_{1b} \Delta q_2 + k_{p5} k_{1c} \Delta q_3 \\ &\quad - k_{p4} \Delta q_1 - k_{p6} \Delta q_2 - k_{p5} \Delta q_3 + \Delta \tau_3) \|\dot{e}_3\|^2. \end{aligned} \quad (39)$$

La ecuación previa se puede reescribir como

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &\leq -\nu_1 \|\xi_1\|^2 - \nu_2 \|\xi_2\|^2 - \nu_3 \|\xi_3\|^2 \\ &\quad -\nu_4 \|e_1\|^2 - \nu_5 \|e_2\|^2 - \nu_6 \|e_3\|^2 \\ &\quad -\nu_7 \|\dot{e}_1\|^2 - \nu_8 \|\dot{e}_2\|^2 - \nu_9 \|\dot{e}_3\|^2, \end{aligned} \quad (40)$$

según la estabilidad en el sentido de Lyapunov $e = 0$ es asintóticamente estable si (40) es negativa definida Khalil (Second edition, 1996). Así que, se requiere que los términos ν_1 a ν_9 sean positivos para valores de las ganancias K_2 y K_1 del control FTC. Considerando que las fallas son constantes las siguientes ganancias

$$k_{2a} > \frac{\Delta q_1}{k_{p1} + k_{p2} + k_{p4}}, \quad (41)$$

$$k_{2b} > \frac{\Delta q_2}{k_{p2} + k_{p3} + k_{p6}}, \quad (42)$$

$$k_{2c} > \frac{\Delta q_3}{k_{p4} + k_{p6} + k_{p5}}, \quad (43)$$

$$k_{1a} > \frac{k_{p1} \Delta q_1 + k_{p2} \Delta q_2 + k_{p4} \Delta q_3 - 14.315 - \Delta \tau_1}{k_{p1} \Delta q_1 + k_{p2} \Delta q_2 + k_{p4} \Delta q_3}, \quad (44)$$

$$k_{1b} > \frac{k_{p2} \Delta q_1 + k_{p3} \Delta q_2 + k_{p6} \Delta q_3 - 86.62 - \Delta \tau_2}{k_{p2} \Delta q_1 + k_{p3} \Delta q_2 + k_{p6} \Delta q_3}, \quad (45)$$

$$k_{1c} > \frac{k_{p4} \Delta q_1 + k_{p6} \Delta q_2 + k_{p5} \Delta q_3 - 426.47 - \Delta \tau_3}{k_{p4} \Delta q_1 + k_{p6} \Delta q_2 + k_{p5} \Delta q_3}, \quad (46)$$

satisfacen que $\dot{V}(e) < 0$, lo que implica que la dinámica del error tienda asintóticamente a cero conforme el tiempo tiende a infinito.

△△

5. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Para la simulación se usaron los siguientes parámetros del PVTOL $m = 0.8$, $g = 9.81$, $J_x = 0.015$ y el objetivo es mantener el PVTOL en equilibrio alrededor de cero. También se considera una magnitud unitaria de las fallas y que ocurren a los 75 seg y se mantienen presentes para el tiempo restante de la simulación. Los valores de las ganancias del control nominal son las definidas en la ecuación (7) y en las matrices de ganancias del control U_R se utilizó el valor de $k_{1a} = k_{1b} = k_{1c} = 0.2$ para la matriz K_1 y de $k_{2a} = k_{2b} = k_{2c} = 0.1$ para la matriz K_2 . El comportamiento dinámico de las posiciones del PVTOL en condiciones nominales se muestra en la figura 3, donde se puede apreciar que cuando no hay presencia de fallas las posiciones alcanzan el equilibrio con error igual a cero, las posiciones son las variables principales del modelo y por lo tanto en estas variables están contenidos todos los cambios que afectan al PVTOL incluidos los de las fallas. Para todas las gráficas siguientes, la raya con punto (azul) representa la salida Y , la línea continua (en verde) la Z y la formada con rayas (roja) representa ϕ en la gráfica de arriba y en la de abajo los correspondientes errores. En la figura 4 se aprecia como el efecto de la falla hace que las posiciones del PVTOL se desvíen de cero y después de un intervalo de tiempo el control nominal hace que se recupera la posición de equilibrio. Para fallas en los sensores slo se muestra el caso de falla en el primer sensor. En la figura 5 se muestran las posiciones del PVTOL al aplicar la ley de control de reconfiguración, la cual es aplicada 0.5 Segundos despues de ocurrir la falla, donde se aprecia como la acción de control de reconfiguración disminuye el efecto

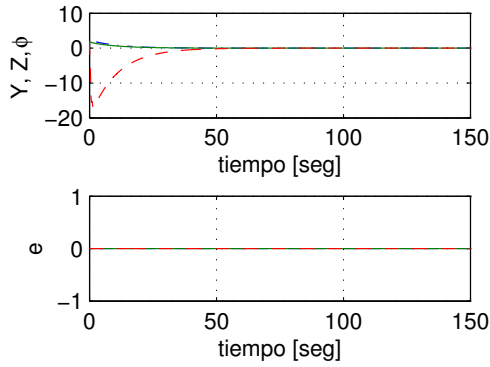


Fig. 3. PVTOL en condiciones nominales.

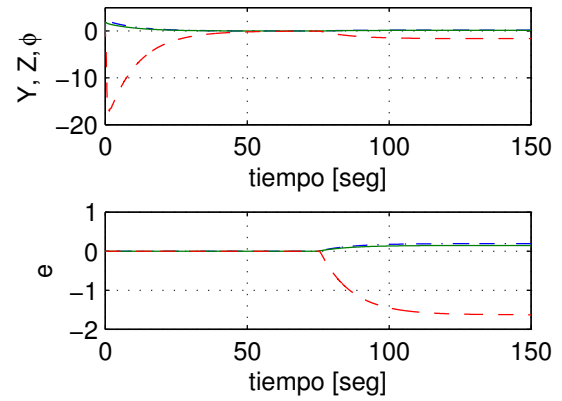


Fig. 6. PVTOL sin reconfiguración, cuando ocurre la falla en la entrada de control U_z .

En la figura 8 se muestra

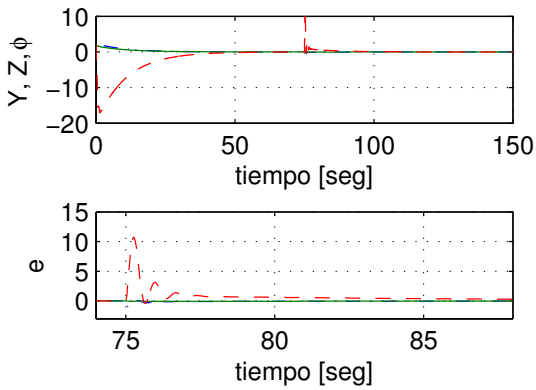


Fig. 4. PVTOL sin reconfiguración, cuando ocurre la falla en sensor de posición Y .

de la falla y aunque el control nominal logra regresar las posiciones a cero la magnitud y duracin del error es mayor que la magnitud y duracin del error cuando se aplica la reconfiguración.

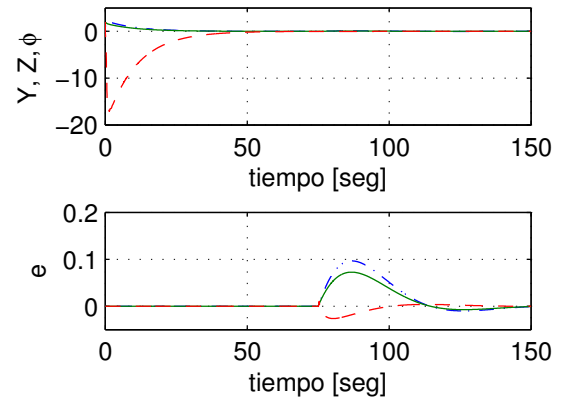


Fig. 7. PVTOL con reconfiguración, cuando ocurre la falla en la entrada de control U_z .

el comportamiento de las posiciones del PVTOL cuando ocurre la falla $\Delta\tau_2$, donde se aprecia que una vez que ocurre la falla las posiciones se desvían de ceros sin regresar a cero.

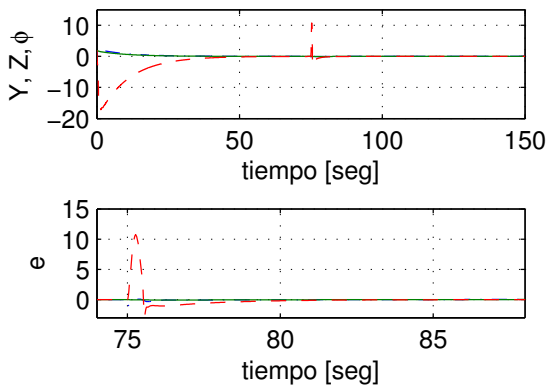


Fig. 5. PVTOL con reconfiguración, cuando ocurre la falla en sensor de posición Y .

En la figura 6 se muestran las posiciones del PVTOL cuando ocurre la falla en la entrada de control $\Delta\tau_1$, donde se aprecia que al ocurrir la falla las posiciones se desvían de cero sin regresar a ésta posición. En la figura 7 se muestra el comportamiento de las posiciones del PVTOL cuando ocurre la falla $\Delta\tau_1$, donde se aprecia como la acción tolerante a fallas logra en este caso eliminar el efecto de la

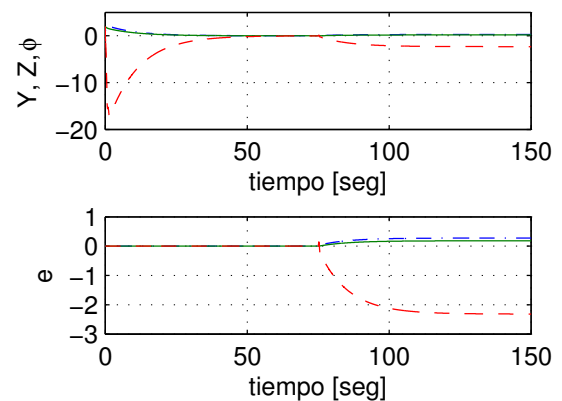


Fig. 8. PVTOL sin reconfiguración, cuando ocurre la falla en la entrada de control U_y .

En la figura 9 se muestran las posiciones del PVTOL al aplicar la ley de control de reconfiguración, la cual es

aplicada 0.5 Segundos después de ocurrir la falla $\Delta\tau_2$, donde se aprecia como la reconfiguración logra eliminar el efecto de la falla una vez que ocurre. En la figura 10 se

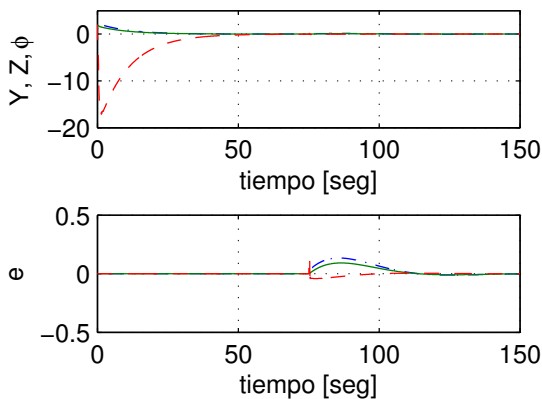


Fig. 9. PVTOL con reconfiguración, cuando ocurre la falla en la entrada de control U_y .

presentan las posiciones del PVTOL cuando ocurre la falla $\Delta\tau_3$, donde se aprecia como las posiciones se desvían de cero una vez que ocurre la falla. En la figura 11 se muestra

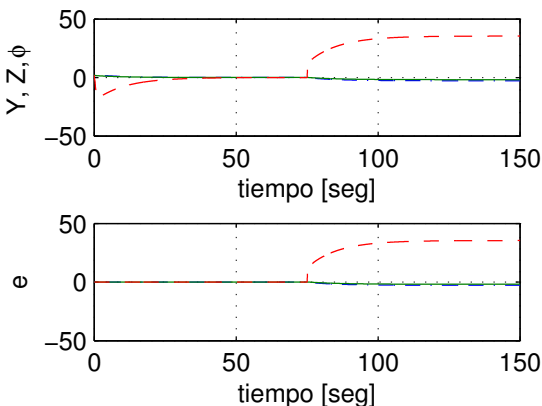


Fig. 10. PVTOL sin reconfiguración, cuando ocurre la falla en la entrada de control l .

la evolución de las posiciones del PVTOL en presencia de la falla $\Delta\tau_3$, donde se aprecia como la acción de control tolerante elimina el efecto de la falla una vez que ésta se presenta.

6. CONCLUSIONES

Se consideró el desarrollo de un esquema de control que compensa el efecto de cierta clase de fallas del PVTOL. De los resultados se aprecia como el control nominal posee cierto nivel de tolerancia a fallas. Este nivel se puede incrementar mediante el control de reconfiguración propuesto. Se presentó un análisis de estabilidad. El efecto de las fallas se revisó para el caso de sensores y actuadores. La forma de la solución propuesta permite un diseño sencillo, no modifica el lazo de control nominal y da pie a extensiones futuras, como el análisis del costo para incrementar la tolerancia a fallas.

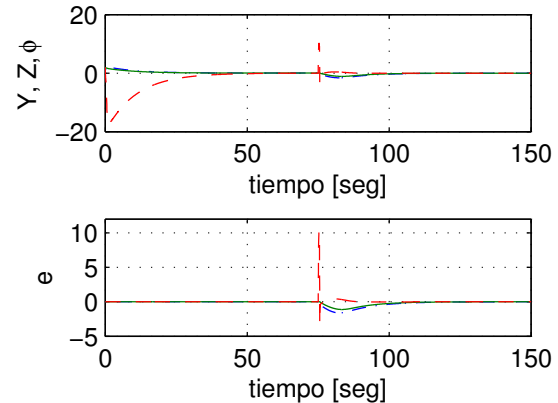


Fig. 11. PVTOL con reconfiguración, cuando ocurre la falla en la entrada de control l .

REFERENCES

- Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., and Staroswiecki, M. (2006). *Diagnosis and fault-tolerant control*. New York: Springer-Verlag.
- Gao, Z. and Antsaklis, P.J. (1991). Stability of the pseudo-inverse method for reconfigurable control systems. *Int. J. of Control.*, 53, 717–729.
- Kanev, S. and Verhaegan, M. (2000). Controller reconfiguration for non-linear systems. *Control Engineering Practice*, 8(11), 1223–1235.
- Khalil, H.K. (Second edition, 1996). *Nonlinear systems*. Prentice Hall.
- Lara, D., Panduro, M., Romero, G., Alcorta, E., and Betancourt, R. (2014). Robust control design techniques using differential evolution algorithms applied to the pvtol. *Intelligent Automation and Soft Computing Copublished with TSI Press ISSN 079-8587 (Print), 2326-005X (Online)*.
- Lunze, J. and Steffen, T. (2006). Control reconfiguration after actuator failures using disturbance decoupling methods. *IEEE Transactions on automatic control*, 51 no. 10, 1590–1601.
- Noura, H., Theilliol, D., Ponsart, J.C., and Chamseddine, A. (2009). *Fault-tolerant Control Systems: Design and Practical Applications*. Springer-Verlag London Limited.
- Richter, J.H., Seron, M.M., and Don, J.A.D. (2012. Mexico.). Virtual actuator for lure systems with lipschitz-continuous nonlinearity. In *8th IFAC Symposium on Fault Detection, SAFEPROCESS*.
- Rodriguez-Alfaro, L.H., Alcorta-Garcia, E., and Espinosa-Prez, G. (2013). Un enfoque cascada para control activo tolerante a fallas en msip. In *Congreso Nacional de Control Automtico 2013*.
- Staroswiecki, M. and Cazaurang, F. (2008). Fault recovery by nominal trajectory tracking. In *American control conference*.
- Theilliol, D., Sauter, D., and Ponsart, J.C. (2003). A multiple model based approach for fault tolerant control in nonlinear systems. In *5th IFAC simposium sobre detección de fallas, supervisión y seguridad para procesos técnicos*, pp. 151-156.
- Zhang, Y. and Jiang, J. (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual Reviews in Control*, 32(2), 2008.