

Diseño Óptimo de un Mecanismo de Cuatro Barras para Control de Posición Utilizando Inteligencia de Cúmulos^{*}

Eduardo Vega-Alvarado^{*} Eric Santiago Valentín^{**}
Edgar Alfredo Portilla-Flores^{***}
María Bárbara Calva-Yáñez^{****}

^{*} Instituto Politécnico Nacional,
Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo
Unidad Profesional Adolfo López Mateos
Av. Juan de Dios Bátiz s/n Esq. Miguel Othón de Mendizabal,
Col. Nueva Industrial Vallejo, C.P. 07700, México D.F., México.
(e-mail: vega@ipn.mx).

^{**} (e-mail: e.santiag.valentin@gmail.com)

^{***} (e-mail: aportilla@ipn.mx)

^{****} (e-mail: b_calva@hotmail.com)

Abstract: El algoritmo de colonia artificial de abejas (ABC) está inspirado en el comportamiento en las colmenas, y es una de las metaheurísticas de optimización más revisadas actualmente en la literatura. En este trabajo se presenta una aplicación novedosa para diseño óptimo de un mecanismo de cuatro barras, para control de movimiento con base en una trayectoria delimitada por K pares de puntos de precisión. Para la solución del problema de optimización asociado al mecanismo se aplica un algoritmo ABC modificado, que considera a las restricciones en una selección tipo torneo basada en las reglas de factibilidad de Deb. Los resultados obtenidos en la simulación tienen una alta precisión en el control de la trayectoria propuesta, demostrando que este tipo de algoritmos basados en inteligencia de cúmulos pueden aplicarse eficientemente no sólo en problemas de *benchmark* clásicos, sino para resolver problemas reales de ingeniería.

Keywords: Síntesis, optimización, mecanismo de cuatro barras, inteligencia de cúmulos, algoritmo modificado de colonia artificial de abejas.

1. INTRODUCCIÓN

Sin pérdida de generalidad, el problema de optimización con restricciones se expresa matemáticamente como:

$$\text{minimizar/maximizar } f(\mathbf{x}) \quad (1)$$

sujeto a:

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2)$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (3)$$

donde \mathbf{x} es el vector de variables de dimensión n , $f(\mathbf{x})$ es la función objetivo, $g_j(\mathbf{x})$ es el conjunto de p restricciones de desigualdad y $h_j(\mathbf{x})$ es el conjunto de q restricciones de igualdad. Para manejar las restricciones de igualdad se les transforma en desigualdades utilizando (4), donde ϵ es la tolerancia permitida.

$$|h_j(\mathbf{x})| - \epsilon \leq 0 \quad (4)$$

Los problemas duros de optimización son aquellos que no pueden resolverse de forma óptima o hasta un límite

^{*} Todos los autores agradecen el apoyo del Instituto Politécnico Nacional a través de la SIP vía el proyecto SIP-20141257. El segundo autor agradece al CONACyT por la beca para estudios de posgrado en el CIDETEC-IPN.

garantizado por medio de métodos determinísticos, en un tiempo *acceptable* o sin recursos de cómputo *excesivos*. Una metaheurística es un algoritmo diseñado para resolver un rango amplio de problemas de optimización dura sin tener que adaptarse de manera profunda a cada problema. En general, las metaheurísticas tienen las siguientes características: están inspiradas en la naturaleza, basadas en principios de física, biología o etología; usan componentes estocásticos (variables aleatorias); no utilizan el gradiente o la matriz Hessiana de la función objetivo, y tienen una serie de parámetros ajustables según el problema específico (Boussaid et al. (2013)).

Los algoritmos de inteligencia de cúmulos son metaheurísticas del campo de la inteligencia artificial, que se han convertido en una opción popular para resolver problemas de optimización. El algoritmo de colonia artificial de abejas (ABC) introducido por Karaboga (2005) es un método de inteligencia de cúmulos, inspirado en el comportamiento de colmenas de abejas y su búsqueda de fuentes de alimento. Se han desarrollado diferentes versiones del algoritmo ABC; la modificación propuesta por Mezura y Cetina (2012) maneja problemas de optimización numérica con restricciones, con una selección de individuos tipo torneo basada en los criterios propuestos por Deb (2000).

En el contexto de ingeniería mecánica, la *síntesis* es el proceso de diseño de una máquina o sistema mecánico (Shigley y Uicker (1988)). Existen diversos tipos de síntesis; en este trabajo se aborda la síntesis dimensional de un mecanismo, para *determinar las longitudes de los eslabones necesarios para realizar los movimientos deseados* (Norton (1995)). Para ello se requiere conocer la función del mecanismo, a fin de determinar el tipo de síntesis dimensional a realizar: generación de función, trayectoria o movimiento. La síntesis para generación de función efectúa la correlación de un movimiento de entrada con un movimiento de salida en el mecanismo; en lo que respecta a la generación de trayectoria se define como el control de un punto en el plano tal que siga alguna trayectoria prescrita y, finalmente, la generación de movimiento se define como el control de una línea en el plano, tal que asume algún conjunto prescrito de posiciones secuenciales (Norton (1995)).

Uno de los mecanismos más utilizados en el diseño de maquinaria es el de cuatro barras, dado que en sus diferentes configuraciones es el mecanismo articulado más simple para movimiento controlado con un grado de libertad. La síntesis de estos mecanismos para seguimiento de trayectorias es un problema bien conocido que ha sido tratado en diversos trabajos previos. Para dicha síntesis se usan dos tipos de métodos clásicos: los gráficos y los analíticos; sin embargo, su principal limitación está en el número de puntos en la trayectoria a seguir, ya que las soluciones se complican de manera extrema en los problemas con más de cuatro puntos. Por ello, el diseño de estos mecanismos es un caso típico de optimización dura.

En la síntesis de mecanismos de cuatro barras se han usado diversas metaheurísticas. Cabrera et al. (2002) aplican el Algoritmo Genético (GA) para resolver el problema presentado en este trabajo, aunque su descripción del mismo es muy limitada, especialmente en los rangos de las restricciones de las variables de diseño. Bulatović y Dordević (2009) emplean Evolución Diferencial (DE) y un control variable de desviaciones. Martínez-Alfaro (2008) desarrolló la síntesis de un mecanismo para una trayectoria de n puntos utilizando el algoritmo de recocido simulado (SA). Acharyya y Mandal (2009) presentan un comparativo de tres metaheurísticas diferentes para la solución del problema: GA, DE y Optimización por Cúmulo de Partículas (PSO), en tanto que Emdadi et al. (2013) usan ABC, PSO, el Algoritmo Genético Binario (BGA) y el Algoritmo Híbrido GA y PSO.

En este trabajo se utiliza el Algoritmo Modificado de Colonia Artificial de Abejas (MABC) propuesto por Mezura y Cetina (2012), para la síntesis óptima de un mecanismo de cuatro barras seguidor de una trayectoria delimitada por K pares de puntos de precisión. La organización de este artículo es la siguiente: la Sección 2 describe el problema de síntesis de mecanismos, con una breve explicación de la cinemática tanto del mecanismo como de su acoplador. En la Sección 3 se presentan las estrategias de optimización, analizando a la función objetivo y a las restricciones de diseño. Posteriormente, en la Sección 4 se trata el diseño óptimo del mecanismo, describiendo las variables de diseño e introduciendo el problema de optimización. En la Sección 5 se muestra el algoritmo empleado, enfatizando las partes modificadas con respecto a la evolución diferencial tradicional y algunos aspectos de la implementación computa-

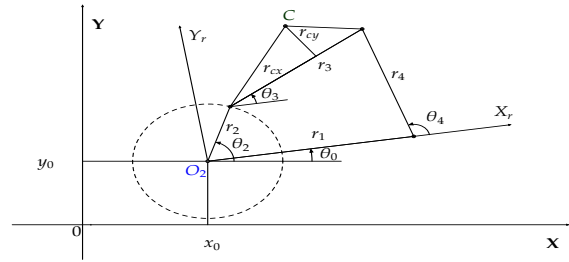


Fig. 1. Mecanismo de cuatro barras

cional. Finalmente, en la Sección 6 se presenta una discusión de los resultados obtenidos y en la Sección 7 se exponen las conclusiones correspondientes.

2. PROBLEMA DE SÍNTESIS DEL MECANISMO

En la Fig. 1 se muestra un mecanismo planar de cuatro barras, con los elementos siguientes: barra de referencia (r_1), manivela o barra de entrada (r_2), acoplador o biela (r_3), y balancín o barra de salida (r_4). Para analizar este mecanismo se proponen dos sistemas coordenados: el fijo al mundo real ($0XY$) y el de referencia ($0X_rY_r$), donde (x_0, y_0) es la distancia entre los orígenes de ambos sistemas, θ_0 es el ángulo de rotación del sistema de referencia y θ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) corresponde a los ángulos de las barras del mecanismo; por último, las coordenadas (r_{cx}, r_{cy}) determinan el punto C del acoplador.

El problema que se resuelve en este trabajo es el de control de trayectoria para un conjunto de K pares de puntos de precisión del acoplador sin sincronización prescrita. Esto es, el punto C del acoplador debe *pasar* entre cada par de un número N de puntos en forma consecutiva, sin una secuencia establecida para alcanzar dichas posiciones.

2.1 Cinemática del mecanismo

La cinemática del mecanismo de cuatro barras ha sido extensamente estudiada, una explicación detallada se puede consultar en Pérez (2006). En este trabajo se considera el análisis de posición del mecanismo; así, se puede establecer la ecuación de cierre de circuito como:

$$\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_4 = \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 \quad (5)$$

Aplicando notación polar a cada término de (5), se obtiene:

$$r_1 e^{j\theta_1} + r_4 e^{j\theta_4} = r_2 e^{j\theta_2} + r_3 e^{j\theta_3} \quad (6)$$

Utilizando la ecuación de Euler en (6) y separando las partes real e imaginaria:

$$\begin{aligned} r_1 \cos\theta_1 + r_4 \cos\theta_4 &= r_2 \cos\theta_2 + r_3 \cos\theta_3 \\ r_1 \sin\theta_1 + r_4 \sin\theta_4 &= r_2 \sin\theta_2 + r_3 \sin\theta_3 \end{aligned} \quad (7)$$

Para obtener la posición angular θ_3 , el lado izquierdo del sistema de ecuaciones (7) se expresa en términos de θ_4 :

$$\begin{aligned} r_4 \cos\theta_4 &= r_2 \cos\theta_2 + r_3 \cos\theta_3 - r_1 \cos\theta_1 \\ r_4 \sin\theta_4 &= r_2 \sin\theta_2 + r_3 \sin\theta_3 - r_1 \sin\theta_1 \end{aligned} \quad (8)$$

Elevando al cuadrado (8) y sumando sus términos, se obtiene la ecuación de Freudenstein en forma compacta (Shigley y Uicker (1988)), la cual se establece como:

$$A_1 \cos \theta_3 + B_1 \sin \theta_3 + C_1 = 0 \quad (9)$$

donde:

$$A_1 = 2r_3 (r_2 \cos \theta_2 - r_1 \cos \theta_1) \quad (10)$$

$$B_1 = 2r_3 (r_2 \sin \theta_2 - r_1 \sin \theta_1) \quad (11)$$

$$C_1 = r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - r_4^2 - 2r_1 r_2 \cos (\theta_1 - \theta_2) \quad (12)$$

El ángulo θ_3 puede ser calculado como una función de los parámetros A_1 , B_1 , C_1 y θ_2 . Dicha solución se obtiene al expresar $\sin \theta_3$ y $\cos \theta_3$ en términos de $\tan (\frac{\theta_3}{2})$ como sigue:

$$\sin \theta_3 = \frac{2 \tan (\frac{\theta_3}{2})}{1 + \tan^2 (\frac{\theta_3}{2})}, \quad \cos \theta_3 = \frac{1 - \tan^2 (\frac{\theta_3}{2})}{1 + \tan^2 (\frac{\theta_3}{2})} \quad (13)$$

sustituyendo éstas en (9), se obtiene una ecuación lineal de segundo orden:

$$[C_1 - A_1] \tan^2 \left(\frac{\theta_3}{2} \right) + [2B_1] \tan \left(\frac{\theta_3}{2} \right) + A_1 + C_1 = 0 \quad (14)$$

Resolviendo (14), la posición angular θ_3 esta dada por (15).

$$\theta_3 = 2 \arctan \left[\frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 + A_1^2 - C_1^2}}{C_1 - A_1} \right] \quad (15)$$

Un procedimiento similar al anterior se debe llevar a cabo para obtener θ_4 a partir de (7) con la ecuación de Freudenstein.

En las ecuaciones para θ_3 y θ_4 se debe elegir el signo apropiado del radical según el tipo de configuración del mecanismo de cuatro barras. La Tabla 1 muestra los signos de los radicales de acuerdo a dicha configuración.

Tabla 1. Selección para el signo del radical de acuerdo al tipo de mecanismo

Configuración del mecanismo	θ_3	θ_4
abierta	$+\sqrt{\quad}$	$-\sqrt{\quad}$
cruzada	$-\sqrt{\quad}$	$+\sqrt{\quad}$

2.2 Cinemática del acoplador

El punto de interés en el acoplador del mecanismo es C , para determinar su posición se tiene que establecer en el sistema $OX_r Y_r$ que:

$$\begin{aligned} C_{xr} &= r_2 \cos \theta_2 + r_{cx} \cos \theta_3 - r_{cy} \sin \theta_3 \\ C_{yr} &= r_2 \sin \theta_2 + r_{cx} \sin \theta_3 + r_{cy} \cos \theta_3 \end{aligned} \quad (16)$$

Desde el sistema de coordenadas global, dicho punto se expresa como sigue:

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{xr} \\ C_{yr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Es importante hacer notar que las ecuaciones (16), (17) y las ecuaciones de la cinemática del mecanismo son suficientes para obtener la posición del punto C a lo largo de toda la trayectoria del mecanismo.

3. ESTRATEGIAS DE OPTIMIZACIÓN

Una vez que la cinemática del mecanismo se ha establecido apropiadamente, el problema de diseño debe definirse como un problema de optimización numérica, por lo que se requiere especificar las relaciones matemáticas que permitan evaluar el desempeño del sistema.

3.1 Función objetivo

Como se ha mencionado previamente, en este trabajo se desea determinar el valor de las longitudes de las barras del mecanismo, el ángulo de rotación del sistema de referencia, la distancia entre sistemas de referencia y el conjunto de ángulos del eslabón de entrada que permiten generar una trayectoria entre los K pares de puntos de precisión. En el sistema global de coordenadas $0XY$, los puntos del i -ésimo par de precisión C_d^i se indican como:

$$C_{1d}^i = [C_{1xd}^i, C_{1yd}^i]^T \quad (18)$$

$$C_{2d}^i = [C_{2xd}^i, C_{2yd}^i]^T \quad (19)$$

Por otro lado, el conjunto de K pares de puntos de precisión se define como:

$$\Omega = \{C_d^i | i \in K\} \quad (20)$$

Entonces, dado un conjunto de valores de las barras del mecanismo y sus parámetros x_0, y_0, θ_0 , cada punto del acoplador se puede expresar como una función de la posición de la barra de entrada.

$$C^i = [C_x(\theta_2^i), C_y(\theta_2^i)]^T \quad (21)$$

Por lo tanto, se desea minimizar la distancia entre los puntos de precisión C_d^i y los puntos C^i calculados. Para cuantificar dicha distancia en todos y cada uno de los puntos de precisión, se propone la siguiente función:

$$f(\theta_2^i) = \sum_{i=1}^N [(C_{xd}^i - C_x^i)^2 + (C_{yd}^i - C_y^i)^2] \quad (22)$$

3.2 Restricciones de diseño

Uno de los aspectos más importantes en el diseño del mecanismo es cumplir con el conjunto de restricciones sobre su funcionamiento, las cuales están relacionadas con criterios de movilidad y dimensiones del mismo.

Ley de Grashof Una de las consideraciones más importantes al diseñar un mecanismo es la ley de Grashof, que establece los criterios para que un mecanismo plano de cuatro barras asegure movilidad completa de al menos una de sus barras. Esta ley afirma que *para un eslabonamiento plano de cuatro barras, la suma de las longitudes más corta y más larga de los eslabones no debe ser mayor que la suma de las longitudes de los dos eslabones restantes, si se desea una rotación relativa continua entre dos elementos* (Shigley y Uicker (1988)). Si se denota como s a la longitud del eslabón más corto, l a la del más largo y finalmente p y q para los eslabones restantes, se establece que:

$$l + s \leq p + q \quad (23)$$

En el presente trabajo, la ley de Grashof está dada por:

$$r_1 + r_2 \leq r_3 + r_4 \quad (24)$$

Así, para asegurar que el método de solución cumple con esta ley, se establecen las siguientes restricciones:

$$r_2 < r_3, \quad r_3 < r_4, \quad r_4 < r_1 \quad (25)$$

Secuencia de ángulos de entrada Debido a que el problema de síntesis del presente trabajo es la generación de trayectoria sin sincronización prescrita, se requiere que los valores de los ángulos de la manivela estén ordenados. Si

se denota el valor del ángulo de la manivela en el i -ésimo punto de precisión como θ_2^i , se debe cumplir que:

$$\theta_2^1 < \theta_2^2 < \dots < \theta_2^N \quad (26)$$

donde N es el número de puntos individuales de precisión.

4. DISEÑO ÓPTIMO DEL MECANISMO

Para obtener el conjunto óptimo de parámetros de diseño se debe parametrizar el sistema de acuerdo a las variables involucradas en el mismo. Una descripción apropiada de variables permite una amplia posibilidad de reconfiguración del sistema.

4.1 Variables de diseño

Sea el vector de variables de diseño para el mecanismo de cuatro barras, establecido como:

$$\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_{19}]^T \quad (27)$$

$$= [r_1, r_2, r_3, r_4, r_{cx}, r_{cy}, \theta_0, x_0, y_0, \theta_2^1, \theta_2^2, \dots, \theta_2^{10}]^T \quad (28)$$

donde las primeras cuatro variables son las longitudes de la barras del mecanismo, las siguientes dos el punto C del acoplador, las tres subsiguientes la orientación entre los sistemas coordenados de referencia y las últimas diez la secuencia de valores del ángulo de la barra de entrada.

4.2 Problema de optimización

Sea el problema de optimización numérica mono objetivo descrito por (29) hasta (47), para obtener la solución al problema de diseño de síntesis en la generación de trayectoria de un mecanismo de cuatro barras con K pares de puntos de precisión:

$$\text{Min } f(\mathbf{p}) = \text{Error}_1 + \text{Error}_2 \quad (29)$$

$$\text{Error}_1 = \sum_{i=1}^K [(C_{1xd}^i - C_x^i)^2 + (C_{1yd}^i - C_y^i)^2] \quad (30)$$

$$\text{Error}_2 = \sum_{i=1}^K [(C_{2xd}^i - C_x^i)^2 + (C_{2yd}^i - C_y^i)^2] \quad (31)$$

$$\mathbf{p} \in \mathbb{R}^{19}$$

sujeto a:

$$g_1(\mathbf{p}) = p_1 + p_2 - p_3 - p_4 \leq 0 \quad (32)$$

$$g_2(\mathbf{p}) = p_2 - p_3 \leq 0 \quad (33)$$

$$g_3(\mathbf{p}) = p_3 - p_4 \leq 0 \quad (34)$$

$$g_4(\mathbf{p}) = p_4 - p_1 \leq 0 \quad (35)$$

$$g_5(\mathbf{p}) = p_{10} - p_{11} \leq 0 \quad (36)$$

$$g_6(\mathbf{p}) = p_{11} - p_{12} \leq 0 \quad (37)$$

$$g_7(\mathbf{p}) = p_{12} - p_{13} \leq 0 \quad (38)$$

$$g_8(\mathbf{p}) = p_{13} - p_{14} \leq 0 \quad (39)$$

$$g_9(\mathbf{p}) = p_{14} - p_{15} \leq 0 \quad (40)$$

$$g_{10}(\mathbf{p}) = p_{15} - p_{16} \leq 0 \quad (41)$$

$$g_{11}(\mathbf{p}) = p_{16} - p_{17} \leq 0 \quad (42)$$

$$g_{12}(\mathbf{p}) = p_{17} - p_{18} \leq 0 \quad (43)$$

$$g_{13}(\mathbf{p}) = p_{18} - p_{19} \leq 0 \quad (44)$$

con los puntos de precisión de la Tabla 2 y las cotas:

$$0 \leq p_i \leq 60, \quad i = [1, 2, 3, 4] \quad (45)$$

$$-60 \leq p_i \leq 60, \quad i = [5, 6, 8, 9] \quad (46)$$

$$0 \leq p_i \leq 2\pi, \quad i = [7, 10, 11, \dots, 18, 19] \quad (47)$$

Tabla 2. Puntos de precisión dobles

Punto	C_{1d}	C_{2d}
1	(1.768, 2.3311)	(1.9592, 2.44973)
2	(1.947, 2.6271)	(2.168, 2.675)
3	(1.595, 2.7951)	(1.821, 2.804)
4	(1.019, 2.7241)	(1.244, 2.720)
5	(0.479, 2.4281)	(0.705, 2.437)
6	(0.126, 2.0521)	(0.346, 2.104)
7	(-0.001, 1.720)	(0.195, 1.833)
8	(0.103, 1.514)	(0.356, 1.680)
9	(0.442, 1.549)	(0.558, 1.742)
10	(1.055, 1.905)	(1.186, 2.088)

5. ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN

El algoritmo de colonia artificial de abejas se basa en la conducta de los enjambres en dos procesos naturales: el reclutamiento de abejas para la explotación de fuentes de alimento y el abandono de las fuentes agotadas (Karaboga (2005)). En el algoritmo ABC, las abejas en una colonia se dividen en tres grupos: *empleadas*, *observadoras* y *exploradoras*. El número de empleadas es igual al número de fuentes y cada empleada está asignada a una fuente; después de alcanzar una fuente, la abeja calcula una nueva solución a partir de ahí y retiene la mejor entre ambas. El número de observadoras es igual al de las empleadas y su asignación a las fuentes se determina con base en el rendimiento de las mismas. Las observadoras también calculan nuevas soluciones a partir de su fuente asignada. Finalmente, cuando una fuente no mejora después de una determinada cantidad de ciclos, se abandona y es remplazada por alguna encontrada por una exploradora; así, el ABC tiene tres etapas de evaluación de fuentes.

En la Fig. 2 se muestra el algoritmo MABC propuesto por Mezura y Cetina (2012); dicho algoritmo usa tres parámetros definidos por el usuario: el número de fuentes (soluciones posibles) SN , el número total de ciclos MCN , y el número de intentos a mantener una fuente antes de remplazarla, que se calcula como:

$$\text{Try_limit} = MCN / (2 * SN) \quad (48)$$

En las etapas de evaluación para sustitución generacional del MABC se usan las reglas de factibilidad de Deb (2000):

- (1) De dos individuos factibles, se escoge al que tenga la mejor función objetivo.
- (2) De un individuo factible y otro no factible, se escoge al factible.
- (3) De dos individuos no factibles, se escoge al de valor menor en la suma de violaciones a las restricciones.

5.1 Implementación computacional

La implementación del algoritmo se programó en MATLAB R2013a, y las corridas se llevaron a cabo en

una plataforma computacional con las siguientes características: procesador Intel Core i7 @ 1.75 GHz, con 8Gb de memoria RAM y sistema operativo Windows 8. Como parámetros iniciales se tomaron los siguientes valores: total de fuentes $SN=100$, total de iteraciones $MCN=10,000$ y número máximo de intentos de mejora $Try_limit=50$ (calculado a partir de (48)).

```

1 INICIO
2 Generar conjunto inicial de fuentes de alimento  $x^0$ ,  $i = 1, \dots, SN$ 
  (Número máximo de fuentes)
3 Evaluar cada  $x^0$ ,  $i = 1, \dots, SN$ 
4  $g = 1$ 
5 SÍ existen restricciones de igualdad
6   Inicializar  $\varepsilon(g)$ 
7 FIN SÍ
8 REPETIR
9   SÍ existen restricciones de igualdad
10    Evaluar cada  $x^0$ ,  $i = 1, \dots, SN$  con  $\varepsilon(g)$ 
11  FIN SÍ
12  PARA  $i = 1$  A  $SN$ 
13    Generar  $v^g_i$  con  $x^{g-1}_i$ 
14    Evaluar  $v^g_i$ 
15    SÍ  $v^g_i$  es mejor que  $x^{g-1}_i$  (con base en los criterios de Deb)
16       $x^g_i = v^g_i$ 
17    SINO
18       $x^g_i = x^{g-1}_i$ 
19  FIN PARA
20  PARA  $i = 1$  A  $SN$ 
21    Seleccionar fuente  $x^g_i$ 
22    Generar  $v^g_i$  con  $x^g_i$ 
23    Evaluar  $v^g_i$ 
24    SÍ  $v^g_i$  es mejor que  $x^g_i$  (criterios de Deb)
25       $x^g_i = v^g_i$ 
26  FIN SÍ
27 FIN PARA
28 Aplicar operador de vuelo inteligente para las fuentes que
  hayan alcanzado el límite de intentos de mejora
29 Conservar la mejor solución hasta el momento
30  $g = g + 1$ 
31 SÍ existen restricciones de igualdad
32   Actualizar  $\varepsilon(g)$ 
33 FIN SÍ
34 HASTA QUE  $g = \text{Número máximo de ciclos (MCN)}$ 
35 FIN
    
```

Fig. 2. Algoritmo modificado de colonia artificial de abejas

En el programa se utilizan dos funciones, *secuencia* y *error_puntero*. En *secuencia* se evalúan las restricciones en el orden de los ángulos θ_2 ; el incumplimiento de estas restricciones se convierte en un solo valor, cuya magnitud indica el grado de violación de la secuencia. Por su parte, en *error_puntero* se observa que el individuo sea factible calculando la suma de las violaciones a las restricciones derivadas de la Ley de Grashof; si el vector de variables propuesto es factible se calcula la función objetivo, en caso contrario se asigna un valor muy grande, $F.O=1000$.

6. RESULTADOS

Para la simulación del problema se realizaron treinta corridas del algoritmo propuesto, de las cuales se seleccionó el conjunto de diez ejecuciones con mejores resultados de la función objetivo; en las tres secciones de la Tabla 3 se muestran los vectores solución obtenidos en dicho conjunto. Como se observa, todos los valores caen dentro de los límites marcados por las restricciones de diseño; por cuestiones de espacio sólo se muestran los primeros tres

dígitos decimales, aunque en la corrida de las simulaciones se generaron datos con una precisión de catorce posiciones decimales. El tiempo promedio de ejecución de cada simulación fue de 24.62 min, considerando $MCN=10,000$ ciclos.

Tabla 3. Mejores diez vectores de solución.

N	r_1	r_2	r_3	r_4	r_{cx}	r_{cy}	θ_0
1	27.309	1.084	13.172	26.899	7.796	-4.988	5.779
2	46.630	1.103	29.414	38.542	20.284	2.265	5.841
3	40.833	1.094	17.140	35.306	11.167	4.203	5.575
4	36.769	0.957	19.992	30.760	11.509	11.082	5.584
5	47.160	0.991	21.059	36.192	8.559	12.847	5.474
6	59.526	1.036	24.099	42.942	6.895	13.142	5.421
7	10.817	1.063	10.817	10.817	5.702	-2.696	0.000
8	45.976	0.690	10.884	45.961	0.155	-17.446	5.993
9	59.408	0.454	21.668	40.974	1.529	-18.336	0.102
10	39.821	0.607	19.801	29.244	5.766	-21.724	6.127

N	x_0	y_0	θ_2^1	θ_2^2	θ_2^3	θ_2^4
1	-7.954	0.218	0.001	0.467	1.536	2.119
2	-15.344	-9.896	0.235	0.716	1.722	2.332
3	-8.176	-5.303	0.536	1.012	2.012	2.623
4	-6.779	-11.633	0.752	1.230	2.241	2.860
5	-7.382	-10.658	0.816	1.287	2.320	2.937
6	-8.431	-9.145	0.803	1.276	2.296	2.915
7	-4.169	-1.352	0.000	0.336	1.135	1.791
8	14.399	10.389	0.000	0.176	0.811	1.490
9	-9.891	17.012	0.002	0.006	0.592	1.263
10	-16.354	16.471	0.023	0.144	0.633	1.259

N	θ_2^5	θ_2^6	θ_2^7	θ_2^8	θ_2^9	θ_2^{10}	F.O.
1	2.660	3.182	3.803	4.362	4.751	5.474	0.3041752
2	2.884	3.408	4.022	4.614	4.994	5.701	0.30889719
3	3.177	3.708	4.340	4.922	5.302	6.008	0.31103389
4	3.421	3.951	4.578	5.154	5.526	6.224	0.31112829
5	3.496	4.028	4.671	5.219	5.588	6.283	0.31498199
6	3.475	4.007	4.685	5.202	5.568	6.269	0.31953032
7	2.367	2.908	3.433	4.042	4.528	5.306	0.35167243
8	2.091	2.663	3.465	3.866	4.222	4.980	0.43566622
9	1.877	2.453	3.217	3.620	3.965	4.720	0.50583612
10	1.938	2.406	3.551	3.706	4.118	4.752	0.55731180

Con respecto al análisis de convergencia en las corridas seleccionadas, en la Fig. 3 se aprecia que el algoritmo tiene un comportamiento muy estable ya que el valor de la función objetivo tiende a converger aproximadamente a las primeras quinientas generaciones, independientemente de que caso se trate (mejor, peor o promedio). En la Fig. 4 se observa la variación del número de soluciones que entran a la zona factible en cada iteración. Los resultados obtenidos coinciden con el comportamiento general del MABC, demostrando la capacidad del algoritmo para realizar una buena exploración del área de soluciones factibles y encontrar diferentes óptimos locales. Por último, la Fig. 5 muestra la trayectoria que sigue el mecanismo correspondiente al vector de la mejor solución, indicando los pares de puntos de precisión por medio de segmentos de línea.

7. CONCLUSIONES

En este artículo se presenta una técnica de síntesis de un mecanismo de cuatro barras para control de trayectorias, que utiliza un algoritmo modificado de colonia artificial de abejas. Al problema original de optimización de este mecanismo se agrega como condición el seguimiento de una trayectoria marcada por puntos de precisión dobles, considerándose K pares de puntos. De las simulaciones

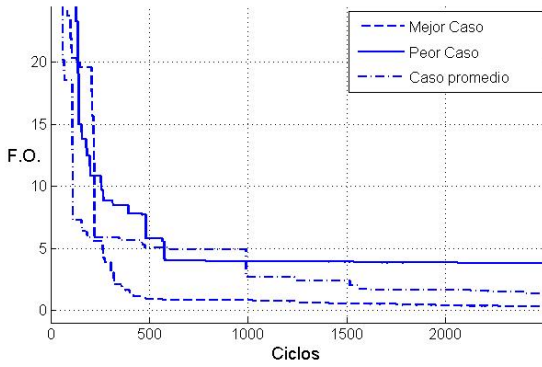


Fig. 3. Convergencia de la mejor solución.

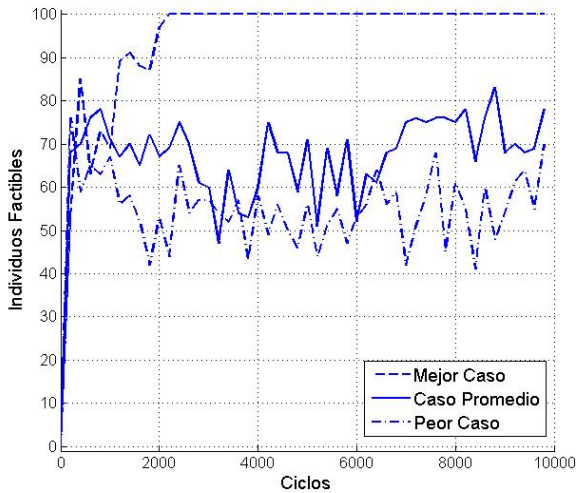


Fig. 4. Variación del número de individuos factibles por ciclo.

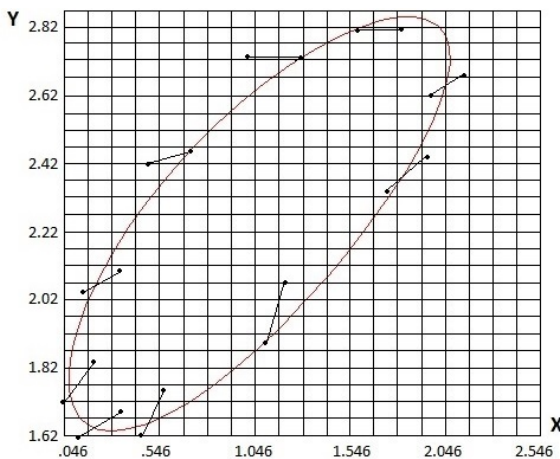


Fig. 5. Trayectoria correspondiente a la mejor solución.

realizadas se establece que: 1) este método de solución produce buenos resultados desde el punto de vista del diseño en ingeniería, 2) no requiere el uso de recursos de cómputo extensivos, 3) tiene un tiempo de respuesta razonable y, 4) es un algoritmo simple de fácil implementación. Cabe mencionar que se tomaron rangos amplios para las variables usadas en la solución del problema de optimización,

por lo que los resultados obtenidos pueden mejorarse si dichos rangos se acotan de manera más ajustada.

Si bien el desarrollo aquí propuesto se aplica al caso de un mecanismo de cuatro barras, su implementación simple permite su uso para diseñar otro tipo de mecanismos. En este sentido, la dificultad mayor está en la correcta interpretación y formulación de las restricciones del problema específico. Así mismo, la determinación de los parámetros del algoritmo requiere atención especial, siendo ésta una de las debilidades de las metaheurísticas, lo que da pauta para que en trabajos futuros se considere la afinación previa de los mismos (*tuning*) o su control durante la ejecución.

Por último, los resultados comprueban que los algoritmos de inteligencia de cúmulos (en este caso MABC) realizan una buena exploración del área de soluciones factibles, pero su explotación de la misma es deficiente. Por ello, una línea de investigación a seguir sería el desarrollo de alternativas tales como los algoritmos híbridos y los algoritmos meméticos; si bien estas técnicas ya se han revisado anteriormente en la literatura respectiva, su aplicación para la solución de problemas reales de ingeniería tales como la optimización *dura* ha sido muy limitada.

REFERENCES

R.L. Norton. *Diseño de Maquinaria, una Introducción a la Síntesis y al Análisis de Mecanismos y Máquinas*. McGraw Hill, México, 1995.

J.E. Shigley y J.J. Uicker. *Teoría de Máquinas y Mecanismos*. McGraw Hill, México, 1988.

H. Martínez-Alfaro. Four-bar Mechanism Synthesis for n Desired Path Points Using Simulated Annealing. In P. Siarry, editor, *Advances in Metaheuristics for Hard Optimization*, pages 23-37. Springer, Berlín, 2008.

E. Mezura-Montes y O. Cetina-Domínguez. Empirical Analysis of a Modified Artificial Bee Colony for Constrained Numerical Optimization. *Applied Mathematics and Computation*, 218:10943-10973, 2012.

I. Boussaid, J. Lepagnot, y P. Siarry. A Survey on Optimization Metaheuristics. *Information Sciences*, 237:82-117, 2013.

S.K. Acharyya y M. Mandal. Performance of EAs for Four-Bar Linkage Synthesis. *Mechanism and Machine Theory*, 44:1784-1794, 2009.

R.R. Bulatović, y S.R. Dordević. On the Optimum Synthesis of a Four-Bar Linkage Using Differential Evolution and Method of Variable Controlled Deviations. *Mechanism and Machine Theory*, 44:235-246, 2009.

J.A. Cabrera, A. Simon, y A. Prado. Optimal Synthesis of Mechanisms with Genetic Algorithms. *Mechanism and Machine Theory*, 37:1165-1177, 2002.

K. Deb. An Efficient Constraint Handling Method for Genetic Algorithms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186:311-338, 2000.

D. Karaboga. An Idea Based on Honey Bee Swarm for Numerical Optimization. *Technical Report-TR06*. Erciyes University, Turkey, 2005.

H. Emdadi, M. Yazdanian, M.M. Ettfeagh, y M.R. Feizi-Derakhshi. Double Four-Bar Crank-Slider Mechanism Dynamic Balancing by Meta-Heuristic Algorithms. *IJAIA*, 5:1-18, 2013.

R. Pérez. *Análisis de Mecanismos y Problemas Resueltos*. Alfaomega Grupo Editor S.A. de C.V., México, 2006.