

## Modelado de la calidad del efluente en el tratamiento de aguas residuales mediante redes neuronales artificiales

María C. Vázquez-Almazán\*, José D. Martínez-Morales\*\*

\*Universidad Autónoma de San Luis Potosí campus Rioverde, 79617, México  
(Tel:487-8725099; e-mail: maria.vazquez@uaslp.mx)

\*\*Universidad Autónoma de San Luis Potosí campus Rioverde, 79617, México  
(Tel:487-8725099; e-mail: daniel.martinez@uaslp.mx)

---

**Resumen:** Redes neuronales artificiales (RNA) de funciones de base radial (RBF) y perceptron multicapa (MLP) fueron empleadas para desarrollar modelos para la predicción de turbidez del efluente de una planta de tratamiento de las aguas residuales de la presa San José en San Luis Potosí (México). Con el fin de mejorar el desempeño de la RNA, la selección de los datos de entrenamiento y prueba de las RNA se utiliza una técnica de bootstrapping, para determinar el número de neuronas en la capa oculta de las RNA. El desempeño de los modelos basados en RNA se mide a partir del porcentaje de error medio absoluto (MAPE) y el coeficiente de correlación  $R^2$ . Los coeficientes de correlación máximos para la predicción de turbidez son de  $R^2 = 0.9856$  y  $R^2 = 0.9722$  que pueden ser obtenidos con la red MLP y RBF respectivamente.

*Palabras clave:* Planta de tratamiento de aguas residuales, Redes neuronales artificiales, Turbidez.

---

### 1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día, el manejo del agua es uno de los temas fundamentales en la agenda mundial. Las plantas de tratamiento de aguas residuales (PTAR) que utilizan operaciones unitarias fisicoquímicas son una forma sencilla de abordar la regeneración de aguas residuales de uso doméstico, de una manera práctica, habilitándola para usarse en el riego de áreas verdes, limpieza, entre otras actividades. Esto conduce a una menor utilización de los mantos acuíferos, contribuyendo al bienestar del ser humano y su entorno. La operación de una PTAR incluso a pequeña escala es afectada frecuentemente por una variedad de factores biológicos, físicos y químicos. Entre los factores que juegan un papel crítico para la remoción de residuos mediante la coagulación, están el tipo de coagulante, las dosis aplicadas, la temperatura, la turbidez y el nivel de potencial de hidrógeno (pH). Un modelo confiable para cualquier planta de tratamiento de aguas residuales es esencial si se tiene por objetivo proveer una herramienta para predecir su desempeño y formar una plataforma para incrementar la seguridad y mejorar el desempeño operativo del proceso. Una red neuronal artificial (RNA) resulta un enfoque atractivo para encontrar la interacción entre los parámetros relacionados. Las RNA pueden mapear un conjunto de patrones de entrada en su correspondiente conjunto de patrones de salida después de haber aprendido un subconjunto de datos del proceso llamado conjunto de entrenamiento. Además tienen la capacidad de realizar el aprendizaje de relaciones no lineales entre los parámetros del sistema (Simpson, 1990). El uso de RNA se está ampliando al caso de modelado de plantas de tratamiento de aguas residuales (Hamed et al., 2004, Wan et al. 2011, Guo et al. 2014, Pai et al. 2011, Nasr et al. 2012).

Hamed et al. (2004), desarrollaron modelos basados en RNA para predecir el desempeño de una PTAR, con datos adquiridos de la demanda biológica de oxígeno (DBO) y concentraciones de sólidos suspendidos (SS). Ellos encontraron valores de  $R^2$  en el rango de 0.63 a 0.81 para DBO y  $R^2$  en el rango de 0.45 a 0.65 para SS. Wan et al. (2011), utilizaron un modelo neuro-difuso para predecir los SS, la demanda química de oxígeno (DQO) de una planta de tratamiento de aguas residuales. En su estudio encontraron coeficientes de correlación máximos  $R^2$  de 0.9912 y 0.9882 para SS y DQO en el efluente de la planta respectivamente. Guo et al. (2014), usaron RNA para modelar una planta de tratamiento doméstica utilizando un reactor por lotes combinado con humedales de flujo vertical, generando predicciones de DQO, amonio ( $\text{NH}_4^+\text{-N}$ ), nitrógeno total (NT) y fósforo total en el agua residual, con coeficientes de correlación  $R^2$  de 0.9948, 0.9995, 0.9972 y 0.9982 para cada variable del efluente respectivamente. Nasr et al. (2012), aplicaron RNA para la predicción del desempeño de una PTAR en términos de DQO, DBO y SS. En su estudio encontraron que es posible predecir el desempeño de la planta con coeficientes de correlación cercanos a 0.90 entre valores medidos y predichos de las variables.

Por otra parte, en lo que corresponde a la clarificación de aguas residuales, es necesario medir la turbidez presente en las muestras de agua. Entendiéndose por turbidez a la propiedad óptica de diseminar y absorber la luz en lugar de transmitirla en línea recta. La turbidez es muy útil como un indicador de la calidad del agua, así como indicador de la eficiencia del proceso de coagulación-floculación. En este trabajo se presenta el modelado mediante RNA del desempeño de una PTAR en términos de la turbidez del efluente. Las 6 variables de la PTAR que se aplican a la capa

de entrada de la RNA son la dosis del coagulante en g/l, los sólidos suspendidos totales (SST) en mg/l, los sólidos disueltos totales (SDT) mg/l, el color verdadero (CV) y el color aparente (CA) en unidades de color (uc) y la temperatura del agua en grados celcius.

## 2. MODELO DE LA TURBIDEZ DEL AGUA EN UNA PTAR

Las aguas residuales son aquellas vertientes provenientes de algún uso previo, sea de uso doméstico o industrial, conteniendo impurezas en el agua que se encuentran como materia en suspensión, así como material coloidal o bien materia en solución, mientras que la materia en suspensión siempre se separa por medios mecánicos, con intervención o no de la gravedad, la materia coloidal requiere un tratamiento fisicoquímico preliminar y la materia en solución puede tratarse en el propio estado molecular o iónico, o precipitarse y separarse utilizando procesos semejantes a los empleados para la separación de los sólidos inicialmente en suspensión. La floculación es un proceso químico mediante el cual, con la adición de sustancias denominadas floculantes, se aglutinan las sustancias coloidales presentes en el agua, facilitando de esta forma su decantación y posterior filtrado. Mientras que la coagulación es la desestabilización de las partículas coloidales causadas por la adición de un reactivo químico llamado coagulante, el cual, neutralizando sus cargas electrostáticas, hace que las partículas tiendan a unirse entre sí. El coagulante-floculante usado en este estudio fue el sulfato de aluminio ( $Al_2(SO_4)_3$ ), como un compuesto trivalente. Las dosis del coagulante-floculante para el tratamiento fueron de 0.00, 0.50, 1.00, 1.50, 2.00, 2.50, 3.00, 3.50 y 4.00 g/l. El equipo de sedimentación de prueba de jarras mostrado en la Fig. 1 es utilizado para simular las condiciones de mezcla y decantación en una planta de clarificación, tiene 4 unidades con hélices planas desmontables de acero inoxidable utilizados como agitadores para la prueba de jarras. Las jarras se iluminan transversalmente, en esta forma es posible apreciar con mayor facilidad el aspecto y la velocidad de sedimentación del coágulo formado. Una vez puesto en marcha el agitador a la velocidad establecida, con una pipeta se añade en forma sucesiva cantidades crecientes del coagulante-floculante. Después de esperar a que se produzca la sedimentación parcial del coágulo formado se levantan las paletas agitadoras.



Fig. 1. Equipo experimental (jar test apparatus) para llevar a cabo el tratamiento del agua de la presa San José.

Por otra parte, las muestras de agua fueron colectadas de la presa San José en el estado de San Luis Potosí (México). La colección del agua fue llevada a cabo en un solo punto con 4 replicas, y puesta en botes de plástico, cada uno con capacidad de 19 litros y fueron inmediatamente transportados al laboratorio. En la Fig. 2 se muestran los conjuntos de datos que servirán de entradas a las RNA.

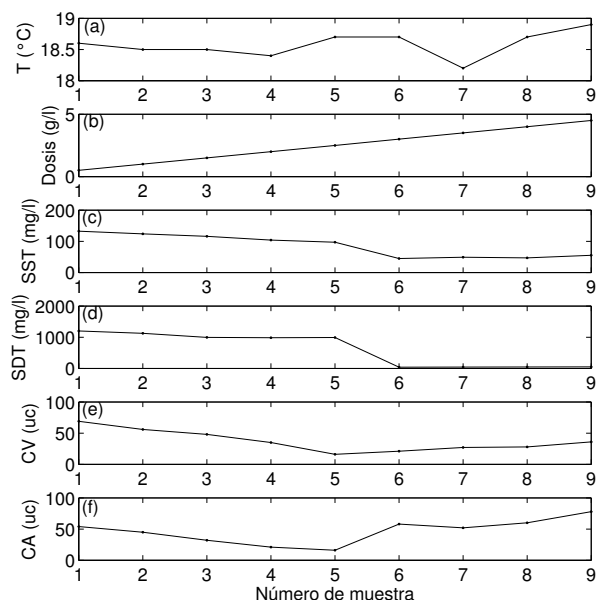


Fig. 2. Conjuntos de datos de entrada de las RNA para el entrenamiento y prueba. (a) temperatura (b) dosis del coagulante (c) sólidos suspendidos totales (d) sólidos disueltos totales (e) color verdadero (f) color aparente.

Mientras que la salida de las RNA es la turbidez del efluente de la planta. En la Fig. 3 se muestra el conjunto de datos de salida de la red que serán utilizados para el entrenamiento y prueba de la RNA.

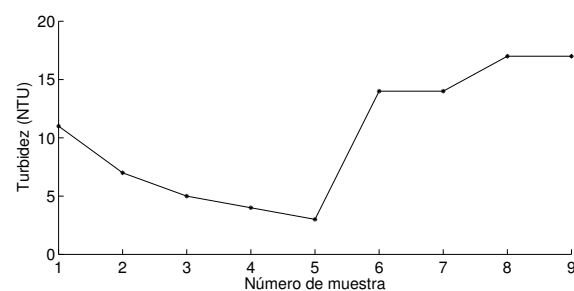


Fig. 3. Conjunto de datos de salida de las RNA para su entrenamiento y prueba.

La turbidez fue medida usando un espectro fotómetro modelo Hach 4000U, al realizar la medición se tomó una sub-muestra de 5 milímetros cúbicos de la parte superior de la muestra para evitar tomar los sólidos que ya se han asentado. Esta sub-muestra fue colocada dentro del espectro fotómetro para llevar a cabo la lectura. Para este caso de estudio se seleccionaron 5 conjuntos de datos de entrada y salida para el entrenamiento de las RNA. Mientras que los restantes 4 conjuntos son utilizados para la fase de validación de los modelos de turbidez del agua residual.

### 2.1 Red neuronal perceptron multicapa (MLP)

La red neuronal MLP utilizada en este trabajo consiste en una capa de entrada, una capa oculta con  $Q$  neuronas y una capa de salida, la activación de la  $i$ -ésima neurona oculta,  $i=1,2,\dots,Q$ , viene dada por

$$u_i = \sum_{j=1}^6 w_{ij} x_j + \theta_i \quad (1)$$

donde  $w_{ij}$  es el peso que conecta la  $j$ -ésima unidad de entrada a la  $i$ -ésima neurona oculta,  $\theta_i$  es el  $i$ -ésimo umbral y  $x_j$  es la  $j$ -ésima variable de entrada con  $j = 1, 2, \dots, 6$ . La salida de la  $i$ -ésima neurona oculta se define como

$$y_i = \phi_i(u_i) = \phi_i \left( \sum_{j=1}^6 w_{ij} x_j + \theta_i \right), \quad (2)$$

donde  $\phi_i(\cdot)$  es la función de activación. Por lo tanto, los valores de salida de la red están dados por

$$y_{pred} = \phi \left( \sum_{i=1}^Q m_i y_i + b \right), \quad (3)$$

donde  $m_i$  es el peso que conecta la  $i$ -ésima neurona oculta a la neurona de salida, y  $b$  es el umbral de la neurona de salida. La función de activación utilizada para esta red neuronal es *log-sigmoide*, por lo tanto, la salida de esta red se calcula como sigue

$$y_{pred} = \frac{1}{1 + \exp \left( - \sum_{i=1}^Q m_i y_i + b \right)}. \quad (4)$$

En la Fig. 4 se muestra la estructura de la red MLP empleada para modelar la turbidez del agua en la PTAR.

### 2.2 Red neuronal de funciones de base radial (RBF)

La red neuronal de base radial está basada en la suma de productos, cuya función de activación es de base radial (función de validez) descrita por la siguiente ecuación

$$\phi(x, c) = \exp \left( \frac{-\|x - c\|^2}{2\sigma^2} \right), \quad (5)$$

donde  $x$  es el vector de entradas a la red,  $c$  son los centros de las funciones radiales y  $\sigma$  son los anchos de las mismas. En la Fig. 5 se muestra la estructura de la red neuronal empleada para modelar el nivel de ruido. La salida de la RNA con  $Q$  neuronas en la capa oculta está dada por

$$y_{pred} = \sum_{i=1}^Q w_i \phi_i(x, c_i), \quad (6)$$

donde  $w_i$  denota el  $i$ -ésimo peso de entrenamiento.

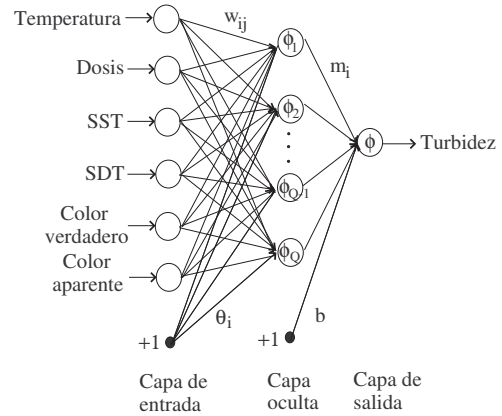


Fig. 4. Estructura del modelo neuronal MLP para la predicción de turbidez del agua en la PTAR.

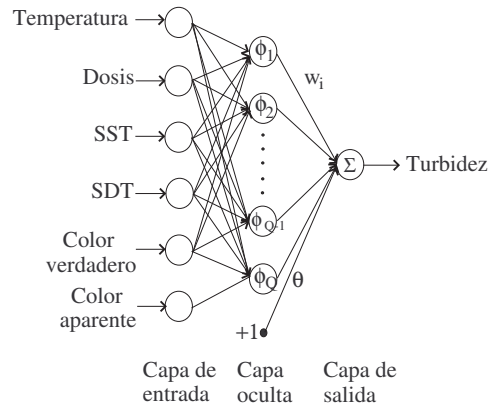


Fig. 5. Estructura del modelo neuronal RBF para la predicción de turbidez del agua en la PTAR.

## 3. DESEMPEÑO DE LOS MODELOS BASADOS EN RNA

Con el fin de seleccionar el número de neuronas ocultas de las RNA, una técnica de *bootstrapping*, introducida en Efron, et. al 1993, se utiliza para evaluar la exactitud de los modelos RNA. Supongamos que tenemos el conjunto de datos de entrenamiento  $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ , donde  $z_i = (x_i, y_i)$  es un par de entrada-salida. Los conjuntos de datos  $Z^{*b}$  se extraen aleatoriamente del conjunto  $Z$ . Cada muestra *bootstrap* es del mismo tamaño que el conjunto original  $Z$ , esto se hace  $B$  veces. Entonces, el modelo se ajusta a cada una de las muestras *bootstrap* y se examina el comportamiento de los modelos ajustados en las  $B$  repeticiones. Si  $f^{*b}(x_i)$  es el valor predicho para la entrada  $x_i$ , del modelo ajustado para la  $b$ -ésima muestra *bootstrapped*, la estimación del error de predicción del modelo se puede obtener mediante

$$Err_{boot} = \frac{1}{BH} \sum_{b=1}^B \sum_{i=1}^H (y_i - f^{*b}(x))^2, \quad (7)$$

donde  $B = 10$  es el número de muestras *bootstrap* y  $H = 5$  son los conjuntos de datos de entrenamiento. El parámetro  $Err_{boot}$  estimado a partir de las muestras *bootstrap* caracterizan la precisión del modelo y se puede utilizar para comparar el rendimiento de diferentes modelos con diferente número de neuronas en la capa oculta, con el fin de seleccionar la mejor opción.

#### 4. RESULTADOS

La Fig. 6 muestra  $Err_{boot}$  para diferente número de neuronas ocultas para la red MLP.  $Err_{boot}$  es más pequeño para redes neuronales MLP con la arquitectura (6,5,1) para la predicción de la turbidez del agua. Para las RNA RBF el mejor desempeño en términos de  $Err_{boot}$  se obtuvo con la arquitectura de la red (6,13,1) como se muestra en la Fig. 7.

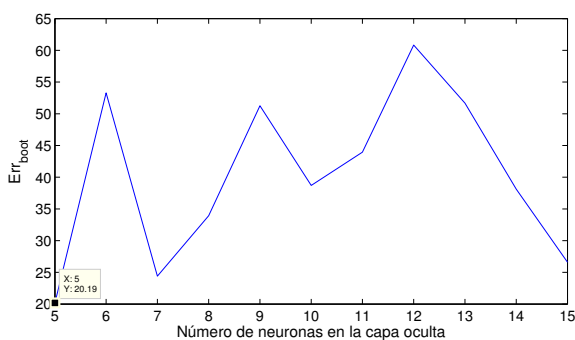


Fig. 6. Desempeño de la RNA MLP para diferente número de neuronas en la capa oculta en términos de  $Err_{boot}$ .

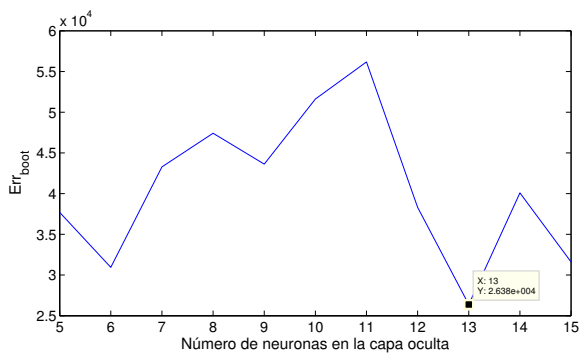


Fig. 7. Desempeño de la RNA RBF para diferente número de neuronas en la capa oculta en términos de  $Err_{boot}$ .

Con el fin de estimar las cualidades de predicción de los modelos RNA con los valores más bajos de  $Err_{boot}$ , los conjuntos de datos que no se utilizaron para entrenar a las RNA se eligen y el coeficiente de correlación  $R^2$  se calcula durante la validación de los modelo como

$$R^2 = 1 - \left( \frac{\sum_{i=1}^T (y_{med_i} - y_{pred_i})^2}{\sum_{i=1}^T (y_{med_i})^2} \right) \quad (8)$$

Así como el porcentaje de error medio absoluto (MAPE) definido por

$$MAPE = \frac{1}{T} \left[ \sum_{i=1}^T \left| \frac{y_{med_i} - y_{pred_i}}{y_{med_i}} \right| \right] \times 100, \quad (9)$$

donde  $T = 4$  es el número de conjuntos de datos de prueba,  $y_{med}$  y  $y_{pred}$  son la turbidez medida y predicha por la RNA respectivamente. Con la estructura (6,5,1) de la red MLP, el MAPE resulta en 25.7, mientras que el coeficiente de correlación es  $R^2=0.9856$ . El MAPE obtenido con la estructura (6,13,1) de la red RBF es de 4.387 y el coeficiente de correlación para la misma red es de  $R^2=0.9722$ . La correlación entre la turbidez medida y predicha por las redes MLP y RBF se muestran en las Figs. 8 y 9 respectivamente. Como es visible los valores predichos por cada modelo se obtienen muy cerca a los datos experimentales.

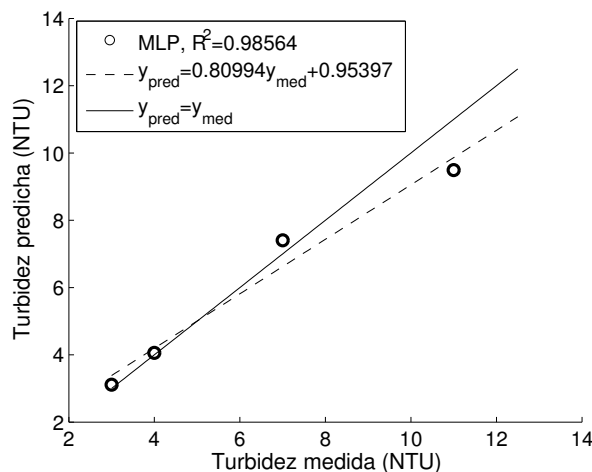


Fig. 8. Coeficiente de correlación  $R^2=0.98564$  obtenido mediante la RNA MLP en la predicción de turbidez del agua.

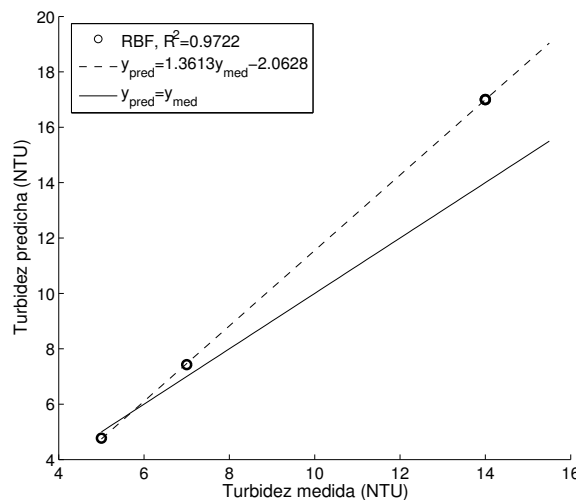


Fig. 9. Coeficiente de correlación  $R^2=0.9722$  obtenido mediante la RNA RBF en la predicción de turbidez del agua.

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta el modelado de la turbidez del agua después de realizado el proceso de una planta de tratamiento de aguas residuales. Como contribución se tiene el desarrollo de redes neuronales artificiales de funciones de base radial y perceptron multicapa capaces de predecir la turbidez del agua del efluente de la planta empleando como coagulante la fórmula  $Al_2(SO_4)_3$ . La calidad de la predicción fue determinada por el coeficiente de correlación  $R^2$ . La red MLP con la arquitectura (6, 5, 1) fue más precisa al determinar el comportamiento de la turbidez del agua, con  $R^2 = 0.98564$ . Comparada con la red RBF de estructura (6, 13, 1), con  $R^2 = 0.9722$ . Como problema abierto se encuentra investigar el comportamiento de los modelos al incrementar el número de muestras tomando en cuenta las diferentes estaciones, lluvia y sequía en diferentes horarios durante el día. Así como determinar la robustez del modelo ante estas variaciones del clima.

## REFERENCIAS

- Efron, B., and Tibshirani, R. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall, London.
- Guo, Y., Liu, Y., Zeng, G., Hu, X., Xu, W., Liu, Y., Liu, S., Sun, H., Ye, J., and Huang, H. (2014). An integrated treatment of domestic wastewater using sequencing batch biofilm reactor combined with vertical flow constructed wetland and its artificial neural network simulation study. *Ecological Engineering*, 64, 18-26.
- Hamed, M., Khalafallah, M., and Hassanien, E. (2004). Prediction of wastewater treatment plant performance using artificial neural networks. *Environmental Modelling & Software*, 19(10), 919-928.
- Nasr, M., Moustafa, M., Seif, H., and Kobrosy, G. (2012). Application of artificial neural network (ANN) for the prediction of EL-AGAMY wastewater treatment plant performance-EGYPT. *Alexandria Engineering Journal*, 51(1), 37-43.
- Pai, T., Yang, P., Wang, S., Lo, M., Chiang, C., Kuo, J., Chu, H., Su, H., Yu, L., Hu, H., and Chang, Y. (2011). Predicting effluent from the wastewater treatment plant of industrial park based on fuzzy network and influent quality. *Applied Mathematical Modelling*, 35(8), 3674-3684.
- Simpson, P. (1990). *Artificial neural systems: foundations, paradigms, applications and implementations*, Pergamon Press, New York.
- Wan, J., Huang, M., Ma, Y., Guo, W., Wang, Y., Zhang, H., Li, W., and Sun, X. (2011). Prediction of effluent quality of a paper mill wastewater treatment using an adaptive network-based fuzzy inference system. *Applied Soft Computing*, 11(3), 3238-3246.