

Estudio de la implementación de relaciones de redundancia para detección de fallas [★]

J. Villanueva * C. Verde **

* Universidad Nacional Autónoma de México, Coyoacán DF 04510,
México, alonso.villa@msn.com

** Universidad Nacional Autónoma de México, Coyoacán DF 04510,
México, verde@unam.mx

Resumen: Se presenta un estudio referente a la implementación de las relaciones de redundancia analíticas para el diagnóstico de fallas utilizando como ejemplo un modelo no lineal de un satélite de masa puntual. En particular, la necesidad de requerir derivadas de señales conocidas ya sean entradas y salidas se aborda con dos técnicas; usando diferenciadores exactos por modos deslizantes y transformando la relación redundante básica para obtener una realización en variables de estado. Los resultados en simulación, para el caso de estudio, muestran que la implementación del residuo base con diferenciadores vía modos deslizantes genera más ruido que cuando se realiza una transformación del residuo.

Palabras clave: detección de fallas, relaciones analíticas redundantes, residuos transformados, diferenciadores robustos.

1. INTRODUCCIÓN

Los problemas de la detección e identificación, *FDI* de fallas han sido atacados por la comunidad de control automático desde los años 80's usando modelos matemáticos y parámetros estadísticos. En un inicio las soluciones estuvieron fuertemente dominadas por la problemática de la ingeniería aeronáutica, nuclear y petroquímica (Himmelblau, 1978); (Chen, 1996); (Isermann, 2006). Sin embargo, hoy en día la complejidad y costo de los sistemas hace indispensable el dotar a éstos de módulos de diagnóstico de fallas con alta jerarquía que ayuden a los operadores y reduzcan riesgos y mejoren la integridad de los sistemas. Cuando no se dispone de modelos matemáticos de los procesos a monitorear, el problema ha sido atacado en el marco de características de las señales medibles asociadas a las fallas siendo este enfoque ampliamente usado en ingeniería de procesos (Russell et al., 2000).

La clave para el diagnóstico de fallas es la generación de señales llamadas residuos, estas satisfacen la condición:

- $r(t) = 0$ cuando se está en operación normal, y
- $r(t) \neq 0$ al menos en un intervalo de tiempo ante la ocurrencia de una falla.

Las herramientas más usadas para generar los residuos $r(t)$ con modelos analíticos, en el marco de la teoría de sistemas, explotan la información disponible para evaluar en tiempo real el residuo y se pueden clasificar en **estimadores u observadores** (Besançon, 2007), algoritmos de **identificación** (Isermann, 2010) y **relaciones analíticas de redundancia** (Bokor y Szabó, 2009).

En el caso de considerar modelos lineales tanto en variables de estado como en el dominio de la frecuencia, las tres herramientas de *FDI* para generar los residuos y

el procesamiento para calcularlos están bien consolidadas y discutidas en Ding (2003) y Varga (2013). Más aún, existen casos prácticos exitosos reportados en Isermann (2011); sin olvidar que al presentarse una falla el modelo nominal incremental no siempre es válido para fallas de considerable magnitud. En cuanto a la implementación de los algoritmos, las perturbaciones, errores de redondeo y ruido en mediciones afectan en general el desempeño de los detectores y ha motivado la inclusión de umbrales adaptables para robustecer los residuos (Verde et al., 2013). Un caso crítico es la necesidad de derivar mediciones, lo cual amplifica el ruido y no es recomendable.

En el caso de modelos no lineales los observadores han dominado las soluciones de *FDI* para generar la señal residuo $r(t)$ con diversas variantes, como son los observadores diseñados con un enfoque geométrico (De Persis e Isidori, 2001), los de modos deslizantes (Edwards et al., 2000), observadores intervalo (Raissi et al., 2010).

Sin embargo, no todos los modelos satisfacen las estructuras requeridas para el diseño de los observadores y no es fácil en caso de modelos de gran dimensión determinar el conjunto de subsistemas útiles para el diagnóstico, dado que no se desea recuperar el estado del sistema, sino únicamente las salidas medibles. Por lo que respecta a la generación de residuos $r(t)$ con relaciones analíticas redundantes para sistemas no lineales "ARR", por sus siglas del inglés (*analytical redundancy relation*), se ha derivado la expresión genérica base en el libro de Blanke et al. (2006), resultando una $r(t)$ función de derivadas de las señales conocidas y de las fallas de no interés. Esta expresión poco se ha analizado y usado en el caso no lineal principalmente debido a la necesidad de requerir derivadas de las señales conocidas y poca sistematización para generar los residuos. Además, dado que dichas relaciones dependen de las derivadas de las fallas, hace difícil la interpretación de

* Financiado por: II-UNAM, IT100414-DGAPA-UNAM, CONACyT

qué tipo de falla y perturbaciones pueden aislarse en un caso práctico. Este hecho, es contrario en el caso lineal, el cual se ha discutido ampliamente inclusive aspectos computacionales y de implementación. En el trabajo de Varga (2013) se propone un algoritmo de integración de métodos que da como resultado un filtro específico por falla. Una opción para determinar mediciones y subsistemas con capacidad de generar relaciones analíticas es usar el Análisis Estructural (Dustegor et al., 2004), el cual está basado en teoría de grafos y que permite agrupar las restricciones del modelo que generar redundancia en el grafo. Una aplicación exitosa para determinar el sensor requerido en el caso de falla en turbina de gas se encuentra reportada en Verde y Sánchez-Parra (2010).

En el trabajo de Halder y Sarkar (2009) se presenta un procedimiento para generar *ARR*, esta técnica es utilizada para la detección de fallas en sistemas no lineales afines en la entrada, el cual a través de la manipulación del modelo del sistema se logra obtener un modelo generalizado llamado modelo del desajuste del proceso y utilizando una diferenciación numérica para la implementación.

Trabajos como el de Krysander et al. (2008) buscaron algoritmos para encontrar las *ARR* de menor dimensión, debido a la dificultad del manejo de sistemas de gran orden para la implementación de las *ARR*. Frisk (2005) propone eliminar las derivadas en las *ARR* vía transformaciones no lineales para simplificar la implementación de los residuos y generar una realización en el espacio de estados. Esta técnica no puede ser usada en todos los casos pues requiere condiciones adicionales, además de que las fallas tienen que ser fuertemente detectables; esto último no siempre se cumple, como es el escenario de fallas que alteran los parámetros de fricción. Esta condición no se menciona explícitamente en el trabajo de Frisk.

Por otro lado, Cruz-Zavala (2010) propuso un algoritmo de diferenciación robusta el cual tiene una convergencia exacta en tiempo finito a la derivada y corresponde a una modificación del algoritmo Super-Twisting (AST), abriendo una opción para estudiar las implicaciones de usarlo en la generación de residuos con *ARR*.

Más recientemente Halim y Edwards (2013) propusieron un algoritmo de diferenciación robusta para la estimación de las derivadas necesarias en la implementación de las *ARR* y calculando las ganancias del diferenciador de manera adaptable. Halim menciona que las *ARR* se obtienen mediante manipulaciones algebraicas sin dar mayor detalle de la complejidad de como obtener una *ARR*.

En general poco se ha discutido sobre qué es más conveniente, si reducir el orden de las *ARR* via transformaciones no lineales, o diferenciar directamente las variables de ésta. Este hecho motivo el siguiente estudio donde se hace una comparación entre las *ARR* transformadas de acuerdo con Frisk (2005) y la implementación de las *ARR* haciendo uso de diferenciadores por modos deslizantes de acuerdo al procedimiento propuesto por Cruz-Zavala (2010).

En particular se muestra que si es posible reducir el orden de las derivadas de una *ARR* la implementación es mejor compleja y el residuo tiene menores componentes de ruido que cuando se implementa un diferenciador independientemente del tipo de algoritmo que sea usado para ello.

Este trabajo está organizado de la siguiente forma. La sección 2 presenta las herramientas preliminares de *FDI* que permiten formular el problema de la implementación de los residuos vía *ARR*, obtenida a partir de un modelo de estado. La sección 3 presenta las dos herramientas que se desean comparar, por un lado las condiciones y el procedimiento para transformar las *ARR* y reducir su orden y por el otro el algoritmo básico del diferenciador robusto. En la sección 4 se describe el caso de estudio correspondiente a un satélite de masa puntual (De Persis e Isidori, 2001) junto con la *ARR* transformada. Los resultados en simulación de los residuos obtenidos con fallas en uno de los actuadores del satélite se presentan en la sección 5 y finalmente las conclusiones del trabajo en la sección 6.

2. PRELIMINARES DE FDI

Considere el sistema no lineal

$$\dot{x}(t) = g(x(t), u(t), f(t)) \quad (1)$$

$$y(t) = h(x(t), u(t), f(t)) \quad (2)$$

con el vector de estados $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entrada, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ es el vector de salidas medidas y $f(t) \in \mathbb{R}^{n_f}$ es el vector de fallas, considere que el vector $z(t) \in \mathbb{R}^{m+p}$ está formado por variables exógenas y endógenas medibles provenientes del sistema (1-2); entonces la ecuación matricial diferencial

$$ARR(z, \dot{z}, \ddot{z} \dots) = 0 \quad (3)$$

se define como una **Relación Redundante Analítica**, *ARR* base, para las fallas $f(t)$ si la evolución del vector z y sus derivadas satisface (3) cuando el sistema opera de acuerdo con su modelo nominal y además satisface las siguientes condiciones:

- Si, para todo vector z consistente con el proceso libre de fallas, la evaluación del lado izquierdo de la ec. (3) es cero.
- Si, cuando ocurre una falla f_i , la evaluación del lado izquierdo de la ec. (3) es diferente de cero al menos en un intervalo de tiempo $[t_0, t_f]$.

Por tanto, la evaluación de una *ARR* base o una combinación de ellas, permite generar una señal residuo $r(t)$ cuando se calcula su lado izquierdo. Si el efecto de la falla se manifiesta permanentemente en el residuo; es decir en la *ARR* se dice que la falla es fuertemente detectable (Chen y Patton, 1999).

Otra forma para calcular los residuos $r(t)$ para las fallas $f(t)$ es vía un sistema dinámico con una realización de estado del tipo

$$\dot{x}_r(t) = g_r(x_r(t), z(t)) \quad (4)$$

$$r(t) = h(x_r(t), z(t)) \quad (5)$$

tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r(t) = 0 \quad (6)$$

cuando el modelo está libre de fallas y cuando algún elemento de $f(t)$ en (1-2) es diferente de cero

$$r(t) \neq 0 \quad (7)$$

al menos en un intervalo de tiempo $[t_0, t_f]$.

La realización de (4) y (5) es la más recomendada desde un punto de vista numérico para implementar los residuos; sin embargo, encontrarla no siempre es fácil. La metodología más usada para obtener dicha realización es con ayuda de observadores específicos de las salidas $y(t)$ del sistema; es decir, se usa un modelo en paralelo de la planta con un término de correctivo función de los errores de las mediciones. Esto implica, que la estructura del modelo y las no lineales deben satisfacer las condiciones establecidas para cada tipo de observador utilizado, sea altas ganancias (Besançon, 2007), filtro extendido de Kalman (Boutayeb et al., 1997), observadores por modos deslizantes (Edwards et al., 2000), por mencionar algunos.

En particular se han propuesto diversos métodos para obtener las *ARR* tratando de generar residuos con condiciones menos restringidas que las impuestas por los observadores y menos generales que la teoría de grafos.

Para generar las *ARR* basadas en teoría de grafos, el *software SA* desarrollado por Lorentzen et al. (2003) e implementado en *Matlab*® es una buena herramienta que automatiza la búsqueda de las *ARR* a partir de teoría de grafos. Además, Verde et al. (2013) han propuesto buscar redundancia, definiendo un grafo redundante por cada medición, lo cual puede en algunos casos simplificar la obtención de relaciones redundantes para el caso no lineal incluyendo modelos de sistemas descriptores.

Asumiendo que las funciones involucradas en (1-2) son diferenciables con respecto a sus argumentos, se pueden generar las *ARR* derivando las salidas tantas veces como sea necesario para eliminar las variables desconocidas, sean estados o fallas de no interés del sistema. Asumiendo que todas las funciones son diferenciables con respecto a sus argumentos, entonces es posible construir la derivada $\dot{y}(t)$ de la señal de salida $y(t)$ como se muestra a continuación:

$$\dot{y}(t) = \frac{\partial h}{\partial x}(\cdot)\dot{x}(t) + \frac{\partial h}{\partial u}(\cdot)\dot{u}(t) + \frac{\partial h}{\partial f}(\cdot)\dot{f}(t) \quad (8)$$

Reemplazando \dot{x} en la ecuación anterior y derivando de manera iterativa hasta un orden q y asumiendo que existen todas las derivadas requeridas se obtiene la expresión

$$\bar{y}^{(q)}(t) = H^q(x(t), \bar{u}^{(q)}(t), \bar{f}^{(q)}(t)) \quad (9)$$

$H^q(\bullet)$ es el conjunto de ecuaciones formado a partir de la diferenciación iterativa del vector de salida, el cual tiene una dimensión $(q+1)p$, donde las diferentes variables de las que depende tienen las siguientes dimensiones: $x \in \mathbb{R}^n$, $\bar{u}^{(q)}(t) \in \mathbb{R}^{(q+1)xm}$, $\bar{f}^{(q)}(t) \in \mathbb{R}^{(q+1)xn_f}$. Si la matriz Jacobiana $\frac{\partial H^q}{\partial x}$ asociada a la ecuación (9) es de rango n , usando el teorema de la función implícita se puede demostrar que la evolución del estado x es función de las mediciones, las fallas y las derivadas de ambas, al menos localmente (Isidori, 1995) y que este se puede escribir de la siguiente manera:

$$x(t) = \phi(\bar{y}_m^{(q)}(t), \bar{u}^{(q)}(t), \bar{f}^{(q)}(t)) \quad (10)$$

donde $\bar{y}_m^{(q)}(t) \in R^m$ es el vector de mediciones que se requieren para poder calcular el estado.

Sustituyendo (10) en (9) se obtiene

$$\bar{y}^{(q)}(t) = H^{(q)}(\phi(\bar{y}_m^{(q)}(t), \bar{u}^{(q)}(t), \bar{f}^{(q)}(t)), \bar{u}^{(q)}(t), \bar{f}^{(q)}(t)) \quad (11)$$

Se observa que esta *ARR* es una ecuación matricial y que depende de los vectores conocidos de entrada, salida y de las fallas de interés, por lo que es candidata a generar residuos bases para la pareja (g, h) con

$$r(t) = \bar{y}^{(q)}(t) - H^{(q)}(\phi(\bar{y}_m^{(q)}(t), \bar{u}^{(q)}(t), \bar{f}^{(q)}(t)), \bar{u}^{(q)}(t), \bar{f}^{(q)}(t)) \quad (12)$$

En muchas aplicaciones se requiere las derivadas de las variables y el hecho de no existir métodos sistematizados para resolver el conjunto de ecuaciones no lineales resultantes ha limitado el uso de las *ARR* para diagnóstico a pesar de la disponibilidad de lenguajes simbólicos. Estos inconvenientes han motivado distintas propuestas para manipular las *ARR* para reducir la cardinalidad de las relaciones y el número de derivadas requeridas para la implementación.

Autores como Frisk (2005) y Krysander et al. (2008) proponen transformar la ec. (12) para simplificar la implementación una vez que se ha determinado. Esta idea dio origen al presente trabajo.

3. IMPLEMENTACIÓN DE *ARR*

Esta sección presenta los dos procedimientos que se estudian para generar los residuos a partir de (12); el primero calcula las derivadas de señales requeridas vía un algoritmo de modos deslizantes Cruz-Zavala (2010) y el segundo transforma la *ARR* usando una función no lineal.

3.1 Diferenciador robusto

Existen diversas propuestas para estimar la derivada de una señal, uno de los trabajos más representativos es el de Levant (2003), inclusive *Simulink*® de *MatLab*® tiene una implementación para calcular la derivada de una variable. Sin embargo, los resultados no son siempre satisfactorios y los tiempos de la estimación pueden ser grandes lo cual afecta la generación de los residuos. Recientemente se ha propuesto una diferenciación robusta con tiempo finito de convergencia basada en modos deslizantes, por tanto se propone usar este algoritmo en la implementación de (12). El algoritmo asume que la señal a derivar tiene la forma

$$s(t) = s_0(t) + v(t) \quad (13)$$

donde el primer término de la ecuación es la señal base $s_0(t)$ y el segundo $v(t)$ es un ruido acotado desconocido. La construcción del diferenciador parte de la ecuación auxiliar $\dot{x} = \dot{z}_0$ donde \dot{z}_0 corresponde a la salida del diferenciador buscado, y se diseña un observador por modos deslizantes donde $\sigma_0 = z_0 - s_0$ representa el error de estimación entre la señal base $s(t)$ y la integral de la salida del diferenciador. Aplicando el algoritmo Super-Twisting generalizado modificado, se obtiene

$$\dot{z}_0 = -k_1\phi_1(\sigma_0) + z_1 \quad (14)$$

$$\dot{z}_1 = -k_2\phi_2(\sigma_0) \quad (15)$$

con k_1 y k_2 ganancias positivas que se diseñan apropiadamente para garantizar la convergencia del estimador y las funciones discontinuas dadas por

$$\phi_1(\sigma_0) = \mu_1 |\sigma_0|^{(1/2)} \text{sign}(\sigma_0) + \mu_2 |\sigma_0|^{(3/2)} \text{sign}(\sigma_0) \quad (16)$$

y

$$\phi_2(\sigma_0) = \frac{\mu_1^2}{2} |\sigma_0| + 2\mu_1\mu_2\sigma_0 + \frac{3}{2}\mu_2^2 |\sigma_0|^2 \text{sign}(\sigma_0) \quad (17)$$

con parámetros μ_1 y μ_2 escalares mayores que cero. Asumiendo que la norma de la derivada es acotada, es decir $|\ddot{s}(t)| \leq L$, se puede demostrar que el error del observador σ_0 es exacto uniforme y convergente, asegurando así la estimación de $s_0(t)$ y de su derivada $\dot{s}_0(t)$. Las ganancias k_1 y k_2 se seleccionan arbitrariamente de tal forma que ambas desigualdades

$$k_1^2(k_2 - \frac{1}{4}k_1^2) > \rho^2, \text{ y } k_2 > \rho$$

se satisfagan (Moreno, 2009).

Por tanto con ayuda de (14-15) se pueden implementar las *ARR*'s con el diferenciador diseñado separadamente para cada señal cuya derivada sea requerida. Así, se diseñan tantos derivadores de primer orden por modos deslizantes como derivadas sean necesarias.

3.2 Realización de *ARR*

Frisk (2005) estudió de manera formal las propiedades de una *ARR* y desarrolló una metodología para reducir el número de derivadas para la evaluación vía teoría de realización cuando la relación redundante involucra derivadas de primer orden. En resumen se parte de una *ARR* dada por

$$c(z, \dot{z}) = 0 \quad (18)$$

y se demuestra que existe una realización en espacio de estados para la *ARR* si ésta puede ser llevada a la forma

$$c(z, \dot{z}) = \sum_{i=1}^n g_i(z) \dot{z}_i + \nu(z) \quad (19)$$

donde se supone que existe un potencial $\lambda(z)$ para el campo vectorial $g(z) = (g_1, \dots, g_n(z))$, tal que

$$\frac{d\lambda(z)}{dt} = \sum_{i=1}^n g_i(z) \dot{z}_i \quad (20)$$

y λ esta sujeto a la condición

$$\frac{\partial g_i}{\partial z_j} - \frac{\partial g_j}{\partial z_i} = 0 \quad (21)$$

Bajo estas condiciones la ec. (19) se puede reescribir como

$$c(z, \dot{z}) = \frac{d\lambda(z)}{dt} + \nu(z) \quad (22)$$

Por tanto, filtrando la ec. (22) por medio de un sistema dinámico no lineal se tiene

$$\dot{r} + h(r, z) = \frac{d\lambda(z)}{dt} + \nu(z) \quad (23)$$

donde la ec. (23) puede ser realizada en forma de espacio estados.

4. CASO DE ESTUDIO

Para comparar la implementación de las *ARR* cuando se usan las herramientas descritas anteriormente a continuación éstas se aplican al modelo no lineal de un satélite.

Sea el modelo de un satélite con masa puntual (De Persis e Isidori, 2001).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t)x_4^2(t) - \theta_1 \frac{1}{x_1^2(t)} + \theta_2 u_1(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) &= -2 \frac{x_2(t)x_4(t)}{x_1(t)} + \theta_2 \frac{u_2(t)}{x_1(t)} + \theta_2 \frac{f(t)}{x_1(t)} \\ y_1(t) &= x_1(t) \quad y_2(t) = x_3(t) \quad y_3(t) = x_4(t) \end{aligned}$$

donde y_i son señales medibles, u_i son entradas conocidas y representan el empuje radial y angular, θ_i son constantes conocidas, f la falla que se desea detectar la cual representa una falla en el empuje tangencial, los estados x_1 y x_3 representan la posición del satélite, x_2 representa la velocidad radial y x_4 representa la velocidad angular.

Sustituyendo las y_i 's en la ecuación de \dot{x}_4 se obtiene

$$y_1 \dot{y}_3 + 2 \dot{y}_1 y_3 - \theta_2 u_2 = \theta_2 f \quad (24)$$

Se observa de ésta que el lado izquierdo $c = y_1 \dot{y}_3 + 2 \dot{y}_1 y_3 - \theta_2 u_2$ es una *ARR* dado que cumple con $c = 0$ en ausencia de fallas y con ayuda de los diferenciadores por modos deslizantes se puede implementar la ec. (24).

Por otro lado se nota que $y_1 \dot{y}_3 + 2 \dot{y}_1 y_3 - \theta_2 u_2$ no es totalmente derivable, pero si $c(y, \dot{y})$ es multiplicado por y_1 se obtiene una *ARR* dada por

$$c'(y, \dot{y}) = y_1^2 \dot{y}_3 + 2 \dot{y}_1 y_3 y_1 - \theta_2 u_2 y_1 \quad (25)$$

donde

$$c'(y, \dot{y}) = \frac{d(y_3 y_1^2)}{dt} - \theta_2 u_2 y_1 \quad (26)$$

filtrando $c(y, \dot{y})$ mediante un sistema dinámico se tiene

$$\dot{r} + h(r, z) = \frac{d(y_3 y_1^2)}{dt} - \theta_2 u_2 y_1 \quad (27)$$

Para garantizar la estabilidad de (27) $h(r, z)$ se elige como una función lineal βr con $\beta > 0$, resultando la realización:

$$\dot{\omega} = -\beta \omega - \beta y_3 y_1^2 + \theta_2 u_2 y_1 \quad (28)$$

$$r = \omega + y_3 y_1^2 \quad (29)$$

donde $\omega = r - v$ y es independiente de las derivadas.

5. RESULTADOS

El objetivo de la simulación es mostrar las diferencias entre los residuos obtenidos con los dos métodos descritos en la sección 3 para el caso de estudio. Las referencias impuestas al sistema se muestran en la Fig. 1 donde la posición radial es constante en el valor de $u_{r1} = 1$ y la posición angular es una trayectoria periódica que toma valores de $u_{r2} = [0, 2\pi]$, en todos los experimentos se simula una falla

en el actuador u_2 en $t = 150[s]$, ésta representa el empuje tangencial del satélite y su magnitud es $2\max|u_{r2}|$, con ruido a las mediciones del 1% del valor medido.

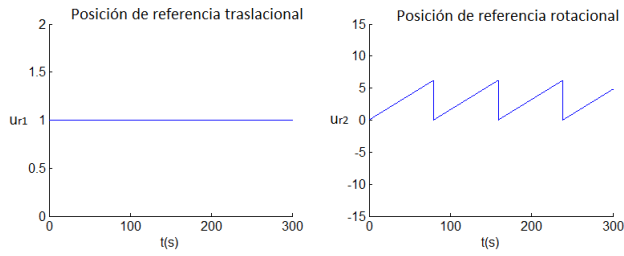


Figura 1. Señales de referencia

Las señales de control tienen el comportamiento mostrado en la Fig. 2.

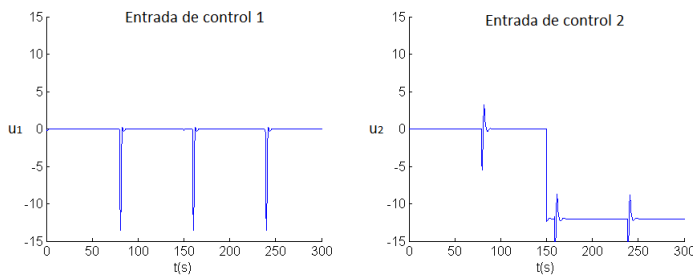


Figura 2. Señales de control

Las salidas medidas del sistema se muestran en la Fig.3.

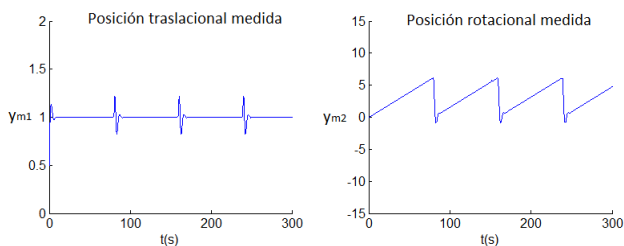


Figura 3. Salidas medidas del sistema no lineal

Utilizando el diferenciador simple de *Simulink*® para implementar la ec. (24) se obtiene el residuo mostrado en la Fig. 4.

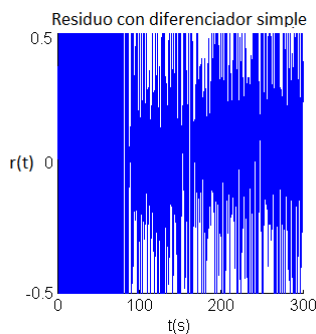


Figura 4. Residuo implementado con diferenciador simple
 Utilizando el diferenciador robusto por modos deslizantes para implementar la ec.

$$y_1 \dot{y}_3 + 2\dot{y}_1 y_3 - \theta_2 u_2 = 0 \quad (30)$$

se obtiene el residuo mostrado en la Fig. 5.

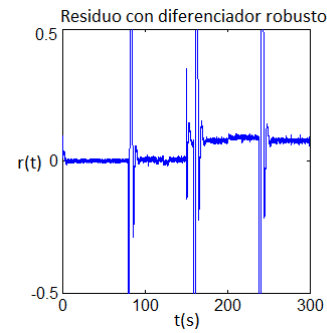


Figura 5. Residuo implementado con diferenciador robusto

Simulando las ec. (28) y (29) se obtuvo el residuo mostrado en la Fig. 6.

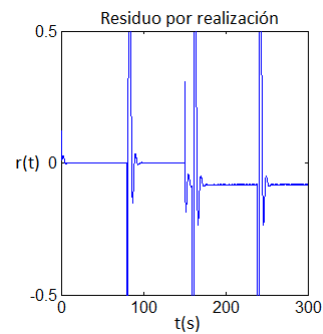


Figura 6. Residuo implementado mediante transformación de la *ARR* base

A partir de los 3 residuos se observa:

-El método basado en la transformación de la *ARR* tiene buen desempeño cuando está presente un ruido en las mediciones, ya que el residuo no se ve afectado por el ruido y si por la falla.

-Utilizando un diferenciador simple para implementar la *ARR* no es posible identificar la falla, ya que el ruido y el residuo se contaminan.

-Utilizando el diferenciador por modos deslizantes se nota una mejora en el residuo con respecto al caso simple. Esto es de gran importancia ya que demuestra que al utilizar un algoritmo robusto para el cálculo de las derivadas se mejoran los resultados del residuo obtenido, incluso cuando hay ruido en las mediciones. El inconveniente del uso de esta técnica está en la parte del diseño, ya que es necesario diseñar tantos diferenciadores como derivadas se necesiten para implementar una *ARR*.

6. CONCLUSIONES

En caso de ser posible transformar una *ARR* a una descripción en espacio de estados, se recomienda llevarla a cabo para evitar la pérdida en la capacidad de identificación de las fallas; sin embargo, las condiciones requeridas para llevar la transformación son restrictivas y no siempre pueden ser implementadas.

La importancia en la forma de implementación de las *ARR* se deja claramente expuesta en el caso de estudio, ya que a partir de la misma *ARR* se mostraron 3 formas distintas de implementar dicha relación obteniendo diferentes resultados, dejando en evidencia la necesidad de una forma general de implementación.

REFERENCIAS

- Besançon, G. (2007). *Nonlinear Observers and applications*. Springer.
- Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., y Staroswiecki, M. (2006). *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Springer.
- Bokor, J. y Szabó, Z. (2009). Fault detection and isolation in nonlinear systems. *Annual Reviews in Control*, 33(2), 113 – 123.
- Boutayeb, M., Rafaralahy, H., y Darouach, M. (1997). Convergence analysis of the extended kalman filter used as an observer for nonlinear deterministic discrete-time systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(4), 581–586.
- Chen, J. (1996). Observer-based fault detection and isolation: Robustness and applications. *Somer school: Continuous systems supervision*, 1, .
- Chen, J. y Patton, R.J. (1999). *Robust Model-based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Kluwer Academic publishers.
- Cruz-Zavala, E. (2010). Diferenciador robusto exacto y uniforme. In *Congreso Anual 2010 de la Asociación de México de Control Automático, Puerto Vallarta, Jalisco, México*.
- De Persis, C. e Isidori A. (2001). A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation. *IEEE Trans. on AUTOMATIC CONTROL*, 46(6), 197–206.
- Ding, S.X. (2003). *Model-based Fault Diagnosis Techniques*. Springer.
- Dustegor, D., Cocquempot, V., y Staroswiecki, M. (2004). Structural analysis for residual generation: towards implementation. In *Control Applications, 2004. Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on*, volume 2, 1217–1222 Vol.2. doi: 10.1109/CCA.2004.1387539.
- Edwards, C., Spurgeon, S.K., y Patton, R.J. (2000). Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, 36(4), 541 – 553.
- Frisk, E. (2005). Lowering orders of derivatives in non linear residual generation using realization theory. *Automatica*.
- Halder, B. y Sarkar, N. (2009). Analysis of order of redundancy relation for robust actuator fault detection. *Control Engineering Practice*, 17(8), 966 – 973.
- Halim, A. y Edwards, C. (2013). An adaptive sliding mode differentiator for actuator oscillatory failure case reconstruction. *Automatica*, 49(2), 642–651.
- Himmelblau, D.M. (1978). *Fault Detection and Diagnosis in Chemical and Petrochemical Processes*. Elsevier. Chemical Eng. Monograph 8.
- Isermann, R. (2006). *Fault-Diagnosis Systems*. Springer.
- Isermann, R. (2010). *Identification of Dynamics Systems*. Springer.
- Isermann, R. (2011). *Fault Diagnosis Applications: Model-Based Condition Monitoring: Actuators, Drives, Machinery, Plants, Sensors, and Fault-tolerant Systems*. Springer.
- Isidori, A. (1995). *Nonlinear control systems*. Springer-Verlag, New York.
- Krysander, M., Åslund, J., y Nyberg, M. (2008). An efficient algorithm for finding minimal over-constrained sub-systems for model based diagnosis. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 38(1), 197–206.
- Levant, A. (2003). Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 76(6), 924–941.
- Lorentzen, T., Blanke, M., y Niemann, H. (2003). Structural analysis. A case study of the Romer satellite. In M. Staroswiecki (ed.), *IFAC Safeprocess03, Washington DC*, volume 1, 187–192. IFAC.
- Moreno, J.A. (2009). A linear framework for the robust stability analysis of a generalized super-twisting algorithm. In *Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, CCE, 2009 6th International Conference on*, 1–6. doi:10.1109/ICEEE.2009.5393477.
- Raissi, T., Videau, G., y Zolghadri, A. (2010). Interval observer design for consistency checks of nonlinear continuous-time systems. *Automatica*.
- Russell, E., Chiang, L., y Braatz, R. (2000). *Data-Driven Techniques for Fault Detection and Diagnosis in Chemical Processes*. Springer.
- Varga, A. (2013). New computational paradigms in solving fault detection and isolation problems. *Annual Reviews in Control*, 37, 25–42.
- Verde, C. y Sánchez-Parra, M. (2010). *Gas Turbine*, chapter Application of Structural Analysis to Improve Fault Diagnosis in a Gas Turbine, Chapter 10, 1–26. Sycom.
- Verde, C., Gentil, S., y Morales-M, R. (2013). *Monitoreo y Diagnóstico Automático de Fallas en Sistemas Dinámicos*. Trillas-UNAM.