

Identificación de un Sistema no Lineal usando Algoritmos Algebraicos^{*}

Rubén Garrido^{*} Héctor Arismendi-Valle^{*}

^{} Departamento de Control Automático
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN
Av IPN 2508 San Pedro Zacatenco
México DF 07360 MEXICO
(e-mail: garrido, harismendi@ctrl.cinvestav.mx).*

Resumen: Este trabajo presenta resultados preliminares de la identificación paramétrica de un actuador electromagnético rectilíneo (AER). Se emplean dos métodos, el denominado método de Identificación Algebraico Recursivo (IAR) y el método de Mínimos Cuadrados fuera de línea, los cuales permite la estimación de un modelo que incluye los efectos de la fricción de Coulomb y de la gravedad. La validez del modelo identificado se verifica mediante su empleo en el diseño de una ley de control de seguimiento de una trayectoria variante en el tiempo. Los métodos son evaluados utilizando un prototipo de laboratorio.

Palabras Clave: Identificación paramétrica, actuador electromagnético rectilíneo, cálculo operacional, método de mínimos cuadrados.

1. INTRODUCCIÓN

Los actuadores rectilíneos han encontrado aplicación en las industrias de manufactura y automotriz, la robótica, y la rehabilitación, entre otras [Gan and Cheung (2003); Martins et al. (2006); Paulides et al. (2006); Denkena et al. (2005); Pietrusinski et al. (2010)]. Una clase de actuadores denominados actuadores electromagnéticos rectilíneos, están formados por una varilla ferromagnética y un conjunto de bobinas denominado forzador. La varilla es impulsada por el forzador y la carga se acopla directamente a la varilla. Esta última característica elimina muchos de los problemas de fricción y juego asociados a actuadores que emplean algún tipo de mecanismo de transmisión y permite posicionamientos de alta velocidad [Chow and Cheung (2013)].

Un aspecto importante en el diseño de leyes de control aplicadas a un sistema dado es la estimación de los parámetros de algún modelo que describa su comportamiento dinámico. En el caso particular de actuadores rotacionales tales como los motores de corriente directa, existe una gran cantidad de trabajos sobre la identificación paramétrica [Tan et al. (2000); Chen et al. (2009); Kara and Eker (2004)]. En el caso particular de los actuadores electromagnéticos rectilíneos (AER), la identificación de sus parámetros ha sido reportada en [Lin et al. (2013); Forrai et al. (2007); Lee et al. (2000)]. En el primer caso, los autores emplean un modelo dinámico de la fricción el cual se identifica utilizando un algoritmo genético.

El objetivo de este trabajo es mostrar resultados preliminares en la identificación de un modelo de cuatro parámetros de un actuador electromagnético rectilíneo (AER). Para este propósito se emplean un método de

Identificación Algebraico Recursivo [Garrido and Concha (2013)] y el método de Mínimos Cuadrados fuera de línea [Ljung (1987)]; ambos se aplican a un prototipo de laboratorio. Los experimentos se llevan a cabo cuando el actuador se encuentra en posición horizontal y cuando se monta sobre una estructura para que tenga una inclinación de 30°, esto con el fin de tomar en cuenta los efectos de la gravedad.

2. MODELO DEL AER

El prototipo de laboratorio consiste de un AER y de un amplificador; la Fig. 1 muestra un diagrama de bloques del conjunto. El amplificador funciona en modo corriente, lo cual significa que posee un lazo interno de corriente cuyo objetivo es, por un lado, hacer la dinámica eléctrica del conjunto AER-amplificador más rápida que la dinámica mecánica, y por otro lado, el lazo establece una relación lineal entre la señal de voltaje u aplicada al amplificador y la fuerza generada por el AER. En la misma figura, el término KE es la ganancia de entrada del amplificador, K_P y K_I son las ganancias proporcional e integral del controlador PI en el lazo de corriente, K_C es la ganancia del lazo de corriente y K_A es la ganancia interna del amplificador. Los términos V_m , R_a , L_a , K_b , K_F , M y B son respectivamente, el voltaje de entrada, la resistencia, la inductancia, la constante de fuerza contra electromotriz, la constante de fuerza, la masa y la fricción viscosa.

El valor de la masa M es igual a la suma de la masa del actuador y de la carga. El parámetro μ define el coeficiente de fricción de Coulomb y el término T_c corresponde a perturbaciones constantes o voltajes parásitos constantes dentro del amplificador. Las variables q y \dot{q} corresponden respectivamente a la posición y la velocidad del actuador. La salida del sensor de posición se escala usando un factor de 1/160000 para obtener mediciones de desplazamiento

^{*} El segundo autor es becario de CONACyT, México.

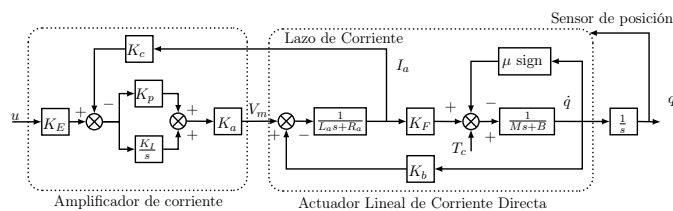


Figura 1. Diagrama de bloques del modelo del AER que se va a estudiar

en metros. Suponiendo que la dinámica eléctrica es más rápida que la dinámica mecánica, se propone el siguiente modelo para el AER

$$M\ddot{q}(t) + B\dot{q}(t) + \mu \text{sign}(\dot{q}(t)) = Ku(t) + T_c. \quad (1)$$

el cual puede escribirse alternativamente como

$$\ddot{q}(t) = -a\dot{q}(t) + bu(t) - c\text{sign}(\dot{q}(t)) + d \quad (2)$$

donde

$$\begin{aligned} a &= \frac{B}{M}; \quad b = \frac{K}{M}; \quad K = \frac{K_E K_F}{K_c} \\ c &= \frac{\mu}{M}; \quad d = \frac{T_c}{M} \end{aligned} \quad (3)$$

Si se omiten la fricción de Coulomb y la perturbación constante del modelo (2), se obtiene el siguiente modelo lineal para el actuador

$$\frac{\mathcal{L}\{q\}}{\mathcal{L}\{u\}} = \frac{b}{s(s+a)} \quad (4)$$

El operador $\mathcal{L}\{\cdot\}$ corresponde a la transformada de Laplace. El AER puede presentar un comportamiento no deseado si funciona en lazo abierto; para evitar este problema, el actuador se hace trabajar en lazo cerrado mediante la siguiente ley de control proporcional derivativa (PD)

$$u(t) = k_p(q_r - q(t)) - k_d\dot{q}(t) \quad (5)$$

Los términos k_p , k_d son las ganancias del controlador y q_r es la señal de referencia. Una ventaja de utilizar un controlador PD es que su sintonización no requiere del conocimiento de los parámetros del AER.

3. MÉTODO DE IDENTIFICACIÓN ALGEBRAICO RECURSIVO

El método IAR, que se describe en [Garrido and Concha (2013)], se compone de dos pasos. En el primero se aplica una señal de referencia compuesta por una rampa más un conjunto de sinusoides (ver Fig. 2). En este paso se identifica la parte lineal del modelo (2) que corresponde a los parámetros a y b . En el segundo paso sólo se aplica una señal rampa lo cual permite identificar los parámetros c y d .

3.1 Primer Paso del algoritmo IAR

Considérese la Fig. 2, la señal de referencia en el intervalo de tiempo $[t_0, t_0 + \delta)$ es $q_r(t) = 0.16t + 2\sin(0.8\pi t) + 0.25\sin(1.6\pi t)$. Esta genera una velocidad \dot{q} positiva lo cual permite reescribir (2) de la forma siguiente

$$\ddot{q}(t) = -a\dot{q}(t) + bu(t) + \nu \quad (6)$$

donde

$$\nu = -c + d \quad (7)$$

Aplicando un procedimiento similar al empleado en [Mamani et al. (2009); Becedas et al. (2010)] se obtiene la siguiente expresión lineal en los parámetros a y b

$$z_1(t) = \phi_{11}(t)a + \phi_{12}(t)b \quad (8)$$

donde

$$z_1(t) = t^3 q - 9 \int t^2 q + 18 \int^{(2)} t q - 6 \int^{(3)} q \quad (9)$$

$$\phi_{11}(t) = - \int t^3 q + 6 \int^{(2)} t^2 q - 6 \int^{(3)} t q \quad (10)$$

$$\phi_{12}(t) = \int^{(2)} t^3 u - 3 \int^{(3)} t^2 u. \quad (11)$$

El número entre paréntesis indica las veces que se aplica la integral¹. En los experimentos estas integrales se reinician cada T_r segundos para evitar que los regresores $\phi_{11}(t)$, $\phi_{12}(t)$ y el término $z_1(t)$ tomen valores elevados.

Es conveniente mencionar que este paso elimina el termino constante ν y que la expresión (8) depende únicamente de mediciones de la posición q y del voltaje de control. También esta claro que (8) es válida para $t = kh$, $k = 0, 1, 2, \dots$, donde h corresponde a un periodo de muestreo, en consecuencia

$$z_1(kh) = \phi_{11}(kh)a + \phi_{12}(kh)b. \quad (12)$$

Definiendo $\phi(k) = [\phi_{11}(k) \ \phi_{12}(k)]^T$ y $\theta = [a \ b]^T$ la ecuación (12) se escribe de la siguiente forma

$$z_1(k) = \phi^T(k)\theta. \quad (13)$$

La parametrización (13) permite usar el siguiente algoritmo de Mínimos Cuadrados Recursivo [Goodwin and Sin (1984)]

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + L(k)\epsilon(k) \quad (14)$$

$$L(k) = \frac{P(k-1)\phi(k)}{1 + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k)} \quad (15)$$

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)\phi(k)\phi^T(k)P(k-1)}{1 + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k)} \quad (16)$$

$$\epsilon(k) = z_1(k) - \phi^T(k)\hat{\theta}(k-1) \quad (17)$$

donde $\hat{\theta}$ es el estimado de θ , $P(k)$ es la matriz de ganancias con condiciones iniciales $P(0) = \text{diag}[100000, 100000]$ y $\epsilon(k)$ es el estimado del error.

3.2 Segundo paso del algoritmo IAR

Para el segundo paso se utiliza la señal de referencia rampa $q_r(t) = -0.16t$ en el intervalo de tiempo $[t_0 + \delta, t_f]$. También se emplea el estimado $\hat{\theta}(k)$ obtenido en el primer paso. Este permite calcular los estimados \hat{c} y \hat{d} de la siguiente manera

¹ $\int_0^{(n)} \vartheta(t)$ es la expresión reducida de la integral $\int_0^t \int_0^{\varphi_1} \dots \int_0^{\varphi_n} \vartheta(\varphi_n) d\varphi_n \dots d\varphi_1 dt$ y de forma explícita $(\int \vartheta_{(t)}) = (\int^{(1)} \vartheta_{(t)}) = \int_0^t \vartheta(t) dt$

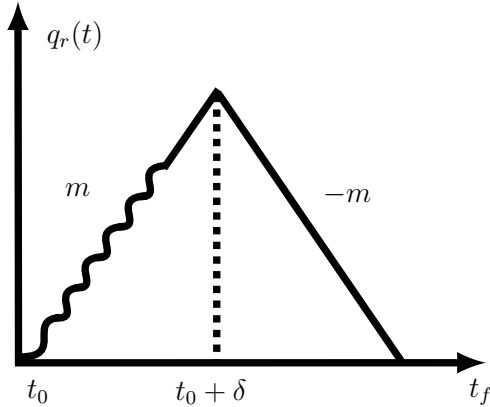


Figura 2. Señal de referencia $q_r(t)$

$$\hat{c} = -[\hat{a}m + \hat{b}u_m + \hat{d}] \quad (18)$$

$$\hat{d} = -\frac{1}{2}\hat{b}[u_m + u_{-m}]. \quad (19)$$

donde

$$u_m = u(t - \delta), \quad u_{-m} = u(t), \quad t \in [t_0 + \delta, t_f]. \quad (20)$$

son los valores constantes de la señal de control correspondientes a la referencia rampa aplicada en este paso. Las señales de referencia empleadas producen un movimiento de ida y retorno en el actuador que dura aproximadamente 7.5 s, con $\delta = 3.5$ s.

4. IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA USANDO EL ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS FUERA DE LÍNEA

Considérese la siguiente parametrización del modelo (2)

$$A\theta = B \quad (21)$$

donde

$$A = [-\dot{q}(t) \ u(t) \ -\text{sign}(\dot{q}(t)) \ 1]$$

$$\theta = [\hat{a} \ \hat{b} \ \hat{c} \ \hat{d}]^T$$

$$B = \ddot{q}(t).$$

Un estimado $\hat{\theta}$ de θ está dado por el algoritmo de Mínimos Cuadrados fuera de línea (MCFL) siguiente [Ljung (1987)]

$$\theta = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (22)$$

Las componentes de alta frecuencia en la señal de control se eliminan utilizando el siguiente filtro

$$F_1(s) = \frac{f_2}{s^2 + f_1 s + f_2} \quad (23)$$

Por otro lado, dado que sólo está disponible la medición de la posición, la velocidad y la aceleración se estiman de la siguiente manera

$$\dot{q}_e = \mathcal{L}^{-1} \{F_2(s)\} q \quad (24)$$

$$\dot{q}_e = \mathcal{L}^{-1} \{F_3(s)\} q$$

donde

$$F_2(s) = \frac{f_2 s}{s^2 + f_1 s + f_2} \quad (25)$$

$$F_3(s) = \frac{f_2 s^2}{s^2 + f_1 s + f_2} \quad (26)$$

5. VALIDACIÓN DE LOS PARÁMETROS ESTIMADOS DEL MODELO

Para valorar la calidad de los modelos estimados mediante los métodos IAR y MCFL, se calcula la siguiente ley de control

$$u(t) = \frac{1}{\hat{b}} [\lambda_1 \dot{e}(t) + \lambda_2 e(t) + \ddot{r}(t) + \hat{a} \dot{q}(t) + \hat{c} \text{sign}(\dot{q}(t)) - \hat{d}] \quad (27)$$

con k_p y k_d constantes positivas. El objetivo de (27) es contrarrestar los efectos de la fricción viscosa y de Coulomb así como el efecto de las perturbaciones constantes, e imponer una dinámica lineal al sistema en lazo cerrado con el fin de minimizar el error de seguimiento $e = q_r - q$. Es conveniente notar que la ley de control se calcula utilizando los parámetros estimados mediante los métodos IAR y MCFL.

Para medir la calidad del desempeño del sistema en lazo cerrado y consecuentemente la calidad de los parámetros estimados, se emplea la Integral del Error Cuadrático (IEC)

$$IEC = \int_{T_1}^{T_2} (ke)^2 d\tau \quad (28)$$

donde k es un factor de escalamiento, en los experimentos se fijó en $k = 100$, T_1 y T_2 definen el intervalo de tiempo durante el cual se calcula la IEC.

6. RESULTADOS EXPERIMENTALES DE LA IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA

6.1 Prototipo de laboratorio

El prototipo de laboratorio (ver Fig. 3) consiste de un actuador ferromagnético rectilíneo, de un amplificador, de un aislador galvánico y de una computadora personal. El número de modelo del actuador es SM1108-997-05C-S0A de la compañía Dunkermotoren el cual consiste de una varilla ferromagnética y de un forzador. El actuador posee un codificador de posición incremental interconstruido el cual tiene una resolución de 160 pulsos por mm. El amplificador, marca Copley modelo ACJ-090-12, está configurado en modo corriente. La computadora personal aloja una tarjeta de adquisición de datos de la marca Servotogo. Finalmente, las salidas de los convertidores digitales analógicos de la tarjeta se conectan al amplificador a través del aislamiento galvánico. Todos los cálculos así como la ejecución de los algoritmos de identificación y de la ley de control (27) se implementan en el ambiente MATLAB/SIMULINK bajo el programa de control en tiempo real WINCON.

6.2 Identificación paramétrica

En el caso del método IAR, se utiliza un periodo de muestreo de $h = 1$ ms. El tiempo de reinicialización de

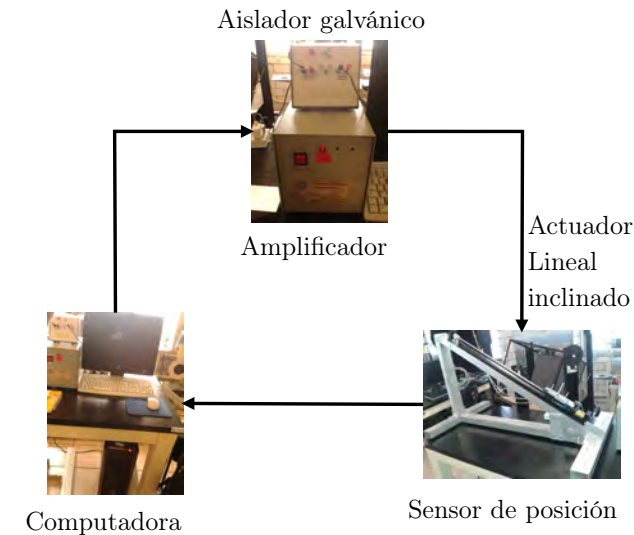


Figura 3. Prototipo de laboratorio donde se implementaron los experimentos

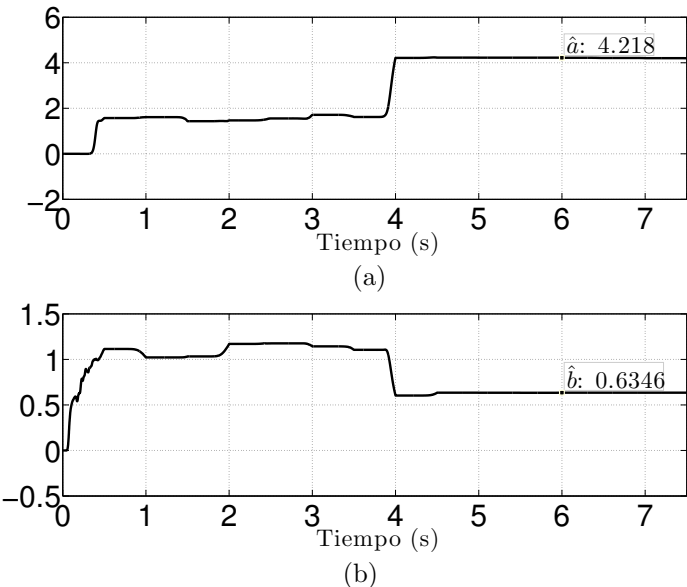


Figura 4. Parámetros identificados con el algoritmo IAR y el AER en posición horizontal

las integrales en (9), (10) y (11) es de $T_r = 3.5$ s. Las condiciones iniciales de los estimados son cero. Para el método MCFL, los parámetros de los filtros (23), (25) y (26) se fijan en $f_1 = 40$ y $f_2 = 400$. Para aplicar el método de Mínimos Cuadrados se emplea la señal "Band-Limited White Noise" de MATLAB/SIMULINK; este bloque se configura con los parámetros Noise Power=0.01 y Sampling Period= 0.1 s.

La Fig. 4 muestra la evolución temporal de los estimados \hat{a} y \hat{b} producidos por el método IAR con el actuador en posición horizontal, mientras que la Fig. 5 muestra los mismos estimados con el actuador lineal inclinado 30° . De lo anterior se concluye que el método IAR es capaz de identificar el modelo lineal (2) del actuador sin importar su inclinación. Estos valores así como los estimados \hat{c} y \hat{d} se muestran en el Cuadro 1. Como es de esperarse,

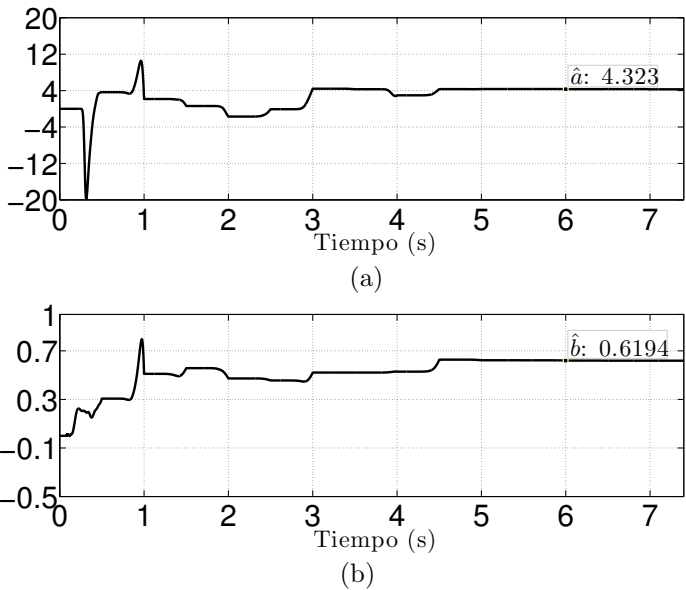


Figura 5. Parámetros identificados con el algoritmo IAR y el AER inclinado 30° respecto al eje horizontal

	\hat{a}	\hat{b}	\hat{c}	\hat{d}	k_p	k_d	IEC
(a)	4.2180	0.6346	0.4883	0.2109	95.2	5.5	1.6517
(b)	4.3230	0.6194	0.4832	1.1658	95.2	5.5	1.9516

Cuadro 1. Parámetros estimados con el algoritmo IAR con el AER (a) en posición horizontal e (b) inclinada 30°

	\hat{a}	\hat{b}	\hat{c}	\hat{d}	k_p	k_d	IEC
(a)	4.2291	0.6337	0.4762	0.2369	95.2	5.5	1.8792
(b)	4.3511	0.6318	0.4511	1.3110	95.2	5.5	2.1760

Cuadro 2. Parámetros estimados con el algoritmo MCFL con el AER (a) en posición horizontal e (b) inclinada 30°

el valor del parámetro \hat{d} es mayor en posición inclinada debido al efecto de la gravedad. Los parámetros estimados con el método MCFL se muestran en el Cuadro 2. Ambos conjuntos de parámetros estimados son similares excepto por el valor del parámetro \hat{d} el cual, en el caso del actuador en posición inclinada, es mayor para el método MCFL que para el método IAR.

7. VALIDACIÓN DEL MODELO

Los valores usados en los experimentos para las ganancias del controlador (27) son $k_p = 95.2$ y $k_d = 5.5$. La IEC (28) se calcula utilizando un factor de escalamiento $k = 100$ con $T_1 = 10$ s y $T_2 = 20$ s. La referencia es una señal sinusoidal de amplitud 0.1 m y con un periodo de 10 s. Las Fig. 6 y Fig. 7 muestran la referencia y la posición del actuador además de la señal de control cuando el algoritmo (27) se calcula utilizando los estimados producidos por el método IAR. Como puede observarse en el Cuadro 1, en ambos casos el desempeño medido mediante la IEC es similar siendo ligeramente mayor cuando el actuador esta inclinado. Este resultado posiblemente se deba al hecho de que el método IAR no estima correctamente la

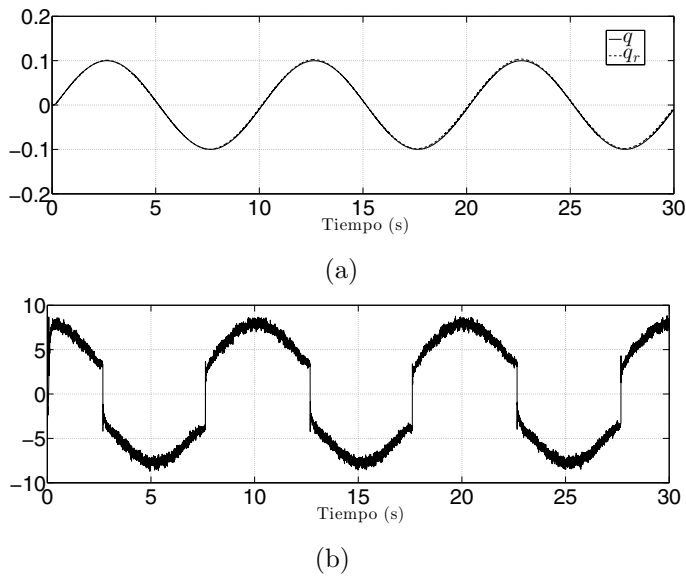


Figura 6. (a) q_r y q (b) señal de control $u(t)$ con los estimados del IAR y el AER en posición horizontal

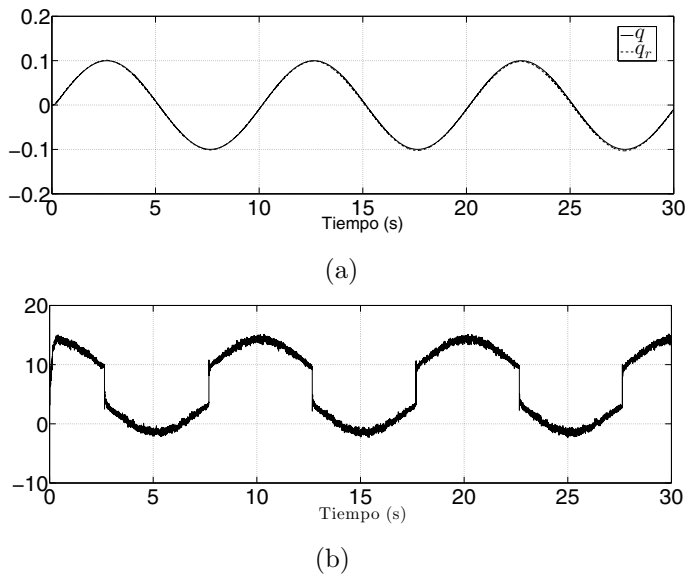


Figura 7. (a) q_r y q (b) señal de control $u(t)$ con los estimados obtenidos del IAR y el AER inclinado 30°

perturbación constante. En el caso del método MCFL, las Fig. 8 y Fig. 9 muestran resultados para los mismos experimentos empleando los estimados producidos por el método MCFL. El Cuadro 2 muestra la IEC de ambos experimentos. Puede notarse que el método MCFL produce valores de la IEC ligeramente mayores que los producidos por el método IAR; en particular, en el caso del actuador en posición inclinada, el hecho de que el valor del estimado \hat{d} producido por el método MCFL sea mayor podría ser la causa del incremento notorio de la IEC.

8. CONCLUSIONES

Los resultados de este trabajo muestran que los métodos de identificación aplicados a un actuador electromagnético rectilíneo generan estimados similares; sin embargo, los correspondientes al método de identificación algebraico

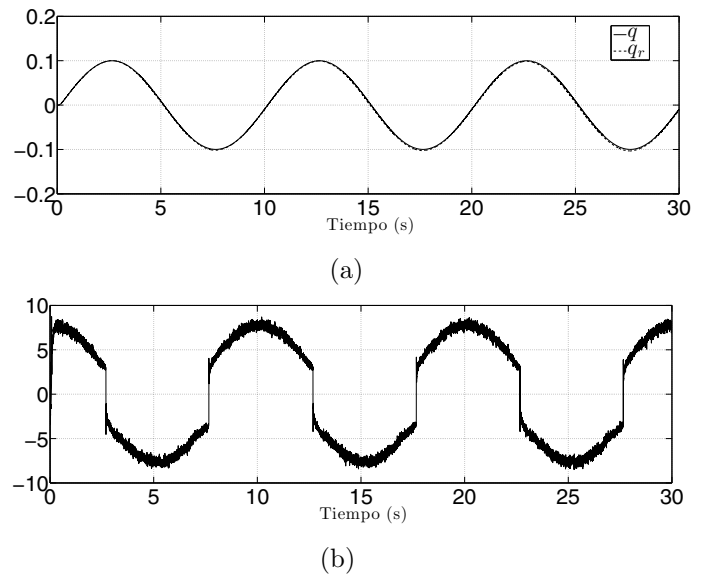


Figura 8. (a) q_r y q (b) señal de control $u(t)$ con los estimados obtenidos del MCFL y el AER en posición horizontal

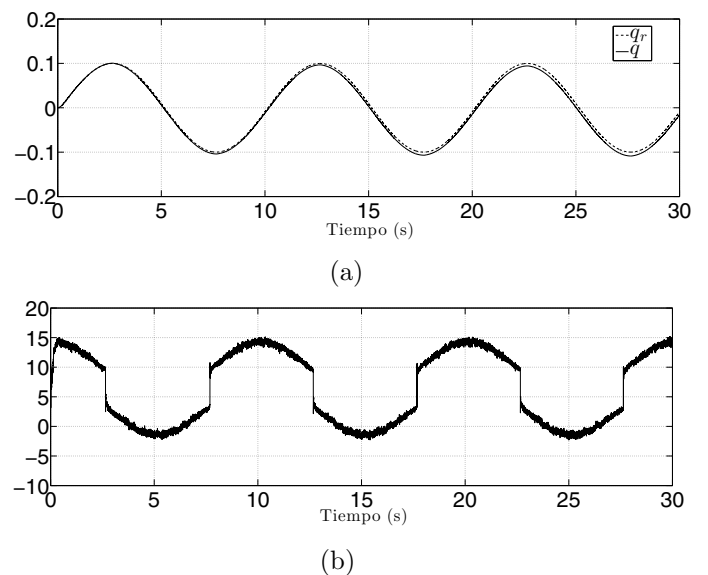


Figura 9. (a) q_r y q (b) señal de control $u(t)$ con los estimados obtenidos del MCFL y el AER inclinado 30°

recursivo producen un mejor desempeño en sentido de la integral del error cuadrático que los correspondientes al método de mínimos cuadrados fuera de línea. Una ventaja de usar el método IAR estriba en que no es necesario utilizar señales muy agresivas como en el caso del método MCFL. Además, si sólo es necesario obtener un modelo lineal del actuador, el método IAR puede ser más simple de implementar.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a G. Castro y J. Meza por su gran ayuda con el prototipo del laboratorio de control automático del CINVESTAV, al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo para poder realizar este trabajo.

REFERENCIAS

- Becedas, J., Mamani, G., and Feliu, V. (2010). Algebraic parameters identification of dc motors: methodology and analysis. *International Journal of Systems Science*, 41(10), 1241–1255.
- Chen, S.L., Tan, K.K., and Huang, S. (2009). Friction modeling and compensation of servomechanical systems with dual-relay feedback approach. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 17(6), 1295–1305.
- Chow, H.W. and Cheung, N. (2013). Disturbance and response time improvement of submicrometer precision linear motion system by using modified disturbance compensator and internal model reference control. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 60(1), 139–150.
- Denkena, B., Heimann, B., Abdellatif, H., and Holz, C. (2005). Design, modeling and advanced control of the innovative parallel manipulator palda. In *Advanced Intelligent Mechatronics. Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on*, 632–637.
- Forrai, A., Ueda, T., and Yumura, T. (2007). Electromagnetic actuator control: A linear parameter-varying (lpv) approach. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 54(3), 1430–1441. doi:10.1109/TIE.2007.893077.
- Gan, W.C. and Cheung, N. (2003). Development and control of a low-cost linear variable-reluctance motor for precision manufacturing automation. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, 8(3), 326–333.
- Garrido, R. and Concha, A. (2013). An algebraic recursive method for parameter identification of a servo model. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, 18(5), 1572–1580.
- Goodwin, G. and Sin, K. (1984). *Adaptive filtering prediction and control*. Prentice-Hall information and system sciences series. Prentice-Hall.
- Kara, T. and Eker, I. (2004). Nonlinear closed-loop direct identification of a dc motor with load for low speed two-directional operation. *Electrical Engineering*, 86(2), 87–96.
- Lee, T., Tan, K., Huang, S., and Dou, H. (2000). Intelligent control of precision linear actuators. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 13, 13(6), 671–684.
- Lin, C.J., Yau, H.T., and Tian, Y.C. (2013). Identification and compensation of nonlinear friction characteristics and precision control for a linear motor stage. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, 18(4), 1385–1396.
- Ljung, L. (1987). *System identification: theory for the user*. Prentice-Hall information and system sciences series. Prentice-Hall.
- Mamani, G., Becedas, J., Feliu-Batlle, V., and Sira-Ramírez, H. (2009). Open- and closed-loop algebraic identification method for adaptive control of dc motors. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 23(12), 1097–1103.
- Martins, I., Esteves, J., Marques, G., and Pina da Silva, F. (2006). Permanent-magnets linear actuators applicability in automobile active suspensions. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 55(1), 86–94.
- Paulides, J., Encica, L., Lomonova, E., and Vandenput, A. (2006). Active roll compensation for automotive applications using a brushless direct-drive linear permanent magnet actuator. In *Power Electronics Specialists Conference, 2006. PESC '06. 37th IEEE*, 1–6.
- Pietrusinski, M., Cajigas, I., Goldsmith, M., Bonato, P., and Mavroidis, C. (2010). Robotically generated force fields for stroke patient pelvic obliquity gait rehabilitation. In *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*, 569–575.
- Tan, K., Lee, T., Vadakkepat, P., and Leu, F. (2000). Automatic tuning of two-degree-of-freedom control for d.c. servo motor systems. *Intelligent Automation & Soft Computing*, 6(4), 281–289.