

Control Visual tipo PID para un Robot Paralelo Plano Redundante

M. A. Trujano
mtrujano@ctrl.cinvestav.mx
Teléfono: (52)-55- 5747 3800
Ext. 4207

R. Garrido
garrido@ctrl.cinvestav.mx
Teléfono: (52)-55-57473739

A. Soria
betosoria@gmail.com
Teléfono: (52)-55-57473800
Ext.4238

Departamento de Control Automático CINVESTAV-IPN
DF 07360, México

Resumen—Este documento trata con el problema de control de posición del órgano terminal de un robot paralelo plano redundante para el caso en el cual solo se cuenta con la medición de posición angular de las articulaciones; se presenta un esquema de control visual basado en imagen para resolver este problema. Este esquema usa un algoritmo Proporcional Integral Derivativo para calcular los pares en las articulaciones activas del robot y un filtro lineal para obtener estimados de velocidad a partir de las mediciones visuales de posición del órgano terminal. Con el uso de la Teoría de Estabilidad de Lyapunov se concluye estabilidad del sistema en lazo cerrado sin utilizar el principio de invarianza de LaSalle-Krassovsky. Resultados experimentales obtenidos de la implementación en un prototipo de laboratorio permiten la evaluación del comportamiento del sistema en lazo cerrado.

Palabras clave: Control visual, robots paralelos, control PID, estimación de velocidad, estabilidad de Lyapunov.

I. INTRODUCCIÓN

En muchos de los trabajos publicados sobre control de robots paralelos, todos los esfuerzos han sido concentrados en la estimación de la posición del órgano terminal mediante el uso del modelo cinemático y de las mediciones articulares (Kock y Schumacher, 1998, 2000), (Liu y Li, 2002), (Ren, Mills y Sun, 2007). Sin embargo, esto puede ser complicado de hacer debido al hecho que la formulación analítica de la cinemática directa de mecanismos paralelos es difícil de obtener y más cuando el número de grados de libertad (g.d.l.) se incrementa (Kim, Kang y Lee, 2000), (Tadokoro, 1994), (Merlet, 2000), (Tsai, 1999). Por lo tanto, se considera un sistema de visión como alternativa para estimar la posición del órgano terminal del robot. En efecto, la medición de la posición del órgano terminal puede ser usada directamente para el control del robot conocido como *visual servoing*.

Las técnicas de visual servoing son muy efectivas porque cierran el lazo de control con el sistema de visión (Hutchison, Hager y Corke, 1996), (Chaumette y Hutchinson, 2006, 2007), proporcionando robustez ante perturbaciones y errores de calibración. El objetivo de visual servoing es usar la información visual para controlar la posición del órgano terminal relativa a una posición deseada u objetivo cuando el

sistema de visión está en configuración *cámara fija* o usando la información visual del entorno para mover el órgano terminal de tal forma que la imagen obtenida esté siempre en la forma deseada cuando el sistema de visión está en configuración *cámara en mano*.

Es posible extender las técnicas de visual servoing desarrolladas para manipuladores de cadena cinemática abierta tales como los mostrados en (Weiss, Sanderson y Newman, 1987), (Kelly, 1996), (Wilson, Williams y Bell, 1996) a los robots paralelos con un número reducido de g.d.l. La única dificultad para el control visual de un mecanismo paralelo viene de la dependencia de la posición Cartesiana en el modelo cinemático diferencial inverso, la cual debe ser estimada, pero como se mencionó antes, el sistema de visión puede hacer eso. Es interesante mencionar que el desarrollo de visual servoing en robots paralelos es un área de investigación emergente que reporta resultados interesantes en el control visual de robots paralelos de 6 g.d.l. Por ejemplo en (Andreff y Martinet, 2005, 2006) se usa la información visual de los brazos para controlar un robot paralelo Gough-Stewart. En (Dallej, Andreff y Martinet, 2007) se muestra cómo controlar un robot paralelo IR4 usando solo realimentación visual, donde resultados de simulación con un modelo realista del robot muestran un funcionamiento de lazo cerrado satisfactorio.

Es bien sabido que muchas aplicaciones de robots moviéndose libremente en el espacio de trabajo pueden ser realizadas con controladores de posición (Craig, 1989). Dichos controladores suponen la medición de todo el estado, donde en la práctica desafortunadamente esta consideración es problemática. Por ejemplo, aunque los manipuladores están generalmente equipados con sensores de alta precisión para medir la posición, determinar la medición de la velocidad es complicado y esta medición es frecuentemente contaminada con ruido. En aplicaciones robóticas, actualmente los sensores de velocidad no son considerados por el alto costo, volumen y peso. En el artículo (Berghuis y Nijmeijer, 1993) se considera el problema de regulación de robots usando solo mediciones de posición y proponen un controlador Proporcional Derivativo con compensación de gravedad para asegurar estabilidad global. Este documento se concentra en un robot paralelo plano redundante 3-RRR modelado en (Cheng, 2001), (Cheng, Yiu y Li, 2003). Un aspecto a considerar es que la redundancia reduce o bien elimina singularidades y mejora la

rigidez Cartesiana dentro del espacio de trabajo del robot (Cheng, et. al, 2001). Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es presentar un controlador Visual Proporcional Integral Derivativo bajo el esquema basado en imagen (IBVS-PID) para resolver el problema de regulación de un robot paralelo plano redundante. En (Cheng et. al, 2001) y (Williams y Joshi, 1999) controladores PID en el espacio articular son implementados experimentalmente para realizar seguimiento de trayectoria de robots paralelos planos de 2-g.d.l y de 3-g.d.l., respectivamente. Métodos de diseño de control basado en modelo se proponen en (Cheung y Hung, 2005, 2008), los cuales aseguran alta velocidad y alta precisión en manipuladores paralelos para la labor de empaquetamiento de semiconductores. En (Yang et. al, 2008) es desarrollado un controlador PID basado en modelo con compensación de gravedad para un manipulador paralelo de 6-g.d.l. con el fin de mejorar la precisión del control y eliminar el error en estado estacionario. Simulaciones validan el controlador propuesto.

En este trabajo, se propone una ley de control que usa solamente mediciones de posición visuales y de posición de las articulaciones. Además, el conocimiento explícito de los parámetros dinámicos del robot no es necesario. La teoría de estabilidad de Lyapunov toma en cuenta el modelo dinámico del robot y permite concluir estabilidad asintótica del sistema en lazo cerrado sin invocar el principio de invariancia de LaSalle-Krassovsky. Resultados experimentales confirman que el sistema en lazo cerrado es robusto ante incertidumbres cinemáticas y de la calibración de la cámara.

En todo este trabajo, la norma de un vector $x \in \mathbb{R}^n$ se define como $\|x\| = \sqrt{x^T x}$. Para una matriz definida positiva, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $l_m\{A\}$ y $l_M\{A\}$ corresponden al valor propio más pequeño y más grande, respectivamente y la norma para una matriz se define como $\|A\| = \sqrt{l_M\{A^T A\}}$. La organización del trabajo es la siguiente: la sección II presenta el modelado del robot bajo estudio y del sistema de visión, la sección III describe la ley de control propuesta y su correspondiente análisis de estabilidad, la sección IV muestra los resultados experimentales de un prototipo de laboratorio y en la última sección se dan las conclusiones.

II. ESPECIFICACIONES DE MODELADO

A. Modelado del robot paralelo plano redundante.

De acuerdo a (Cheng, 2001), usando un sistema equivalente en cadena cinemática abierta (SECCA) permite obtener el modelo dinámico de un robot paralelo plano con articulaciones rotacionales mostrado en Fig. 1. La Figura 2 describe el correspondiente sistema equivalente. Entonces, el bien conocido formalismo de Euler-Lagrange permite modelar cada uno de los brazos del SECCA (Spong y Vidyasagar, 1989). Considerando que el robot se mueve en el plano horizontal, las siguientes ecuaciones dan el modelo de cada brazo en el SECCA:

$$\bar{M}_i \ddot{q}_i + \bar{C}_i \dot{q}_i + \bar{N}_i = \tau_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

donde

$$\bar{M}_i = \begin{bmatrix} \bar{M}_{i11} & \bar{M}_{i12} \\ \bar{M}_{i21} & \bar{M}_{i22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_i + 2b_i \cos a_i & g_i + b_i \cos a_i \\ g_i + b_i \cos a_i & g_i \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_i = \begin{bmatrix} \bar{C}_{i11} & \bar{C}_{i12} \\ \bar{C}_{i21} & \bar{C}_{i22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_i \dot{a}_i \sin a_i - b_i (\dot{a}_i + \dot{q}_i) \sin a_i \\ b_i \dot{a}_i \sin a_i & 0 \end{bmatrix}$$

$$l_i = m_{i1} r_{i1}^2 + I_{i1} + m_{i2} (a_i^2 + r_{i2}^2) + I_{i2},$$

$$b_i = m_{i2} a_i r_{i2},$$

$$g_i = m_{i2} r_{i2}^2 + I_{i2}.$$

Las expresiones anteriores consideran que todos los eslabones en los brazos tienen la misma longitud ($L = a_i = b_i$). Los parámetros I_{ij} , m_{ij} y r_{ij} corresponden a la inercia, masa y centro de masa de cada eslabón. Entonces, al combinar las ecuaciones de los tres brazos se obtiene el modelo dinámico del SECCA en la siguiente forma:

$$\bar{M}(q) \ddot{q} + \bar{C}(q, \dot{q}) \dot{q} + \bar{N}(q) = \tau \quad (2)$$

con

$$\bar{M}(q) = \begin{bmatrix} \bar{M}_{111} & 0 & 0 & \bar{M}_{112} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{M}_{211} & 0 & 0 & \bar{M}_{212} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{M}_{311} & 0 & 0 & \bar{M}_{312} \\ \bar{M}_{112} & 0 & 0 & \bar{M}_{122} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{M}_{212} & 0 & 0 & \bar{M}_{222} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{M}_{312} & 0 & 0 & \bar{M}_{322} \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \bar{C}_{111} & 0 & 0 & \bar{C}_{112} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{C}_{211} & 0 & 0 & \bar{C}_{212} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{C}_{311} & 0 & 0 & \bar{C}_{312} \\ \bar{C}_{112} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{C}_{212} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{C}_{312} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{N}(q) = \begin{bmatrix} \bar{N}_1 \\ \bar{N}_2 \\ \bar{N}_3 \end{bmatrix}$$

donde $\bar{M}(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de Inercia, $\bar{C}(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de Coriolis y fuerzas centrípetas, $\bar{N}(q) \in \mathbb{R}^n$ representa el vector de fuerzas no conservativas como fuerzas potenciales, el cual incluye incertidumbres o perturbaciones constantes y $\tau \in \mathbb{R}^n$ es el vector de pares de control. El número de articulaciones en el mecanismo es n , donde $q_a = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T \in \mathbb{R}^m$ denota los ángulos de las articulaciones activas, es decir, las actuadas y $q_p = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T \in \mathbb{R}^{n-m}$ denota los ángulos para las articulaciones pasivas, es decir, las no actuadas. En la misma forma, los vectores $t_a = [t_{a1} \ t_{a2} \ t_{a3}]^T \in \mathbb{R}^m$ y $t_p = [t_{p1} \ t_{p2} \ t_{p3}]^T \in \mathbb{R}^{n-m}$ corresponden a los pares en las articulaciones activas y pasivas, respectivamente. Así, q y t pueden ser descritas como:

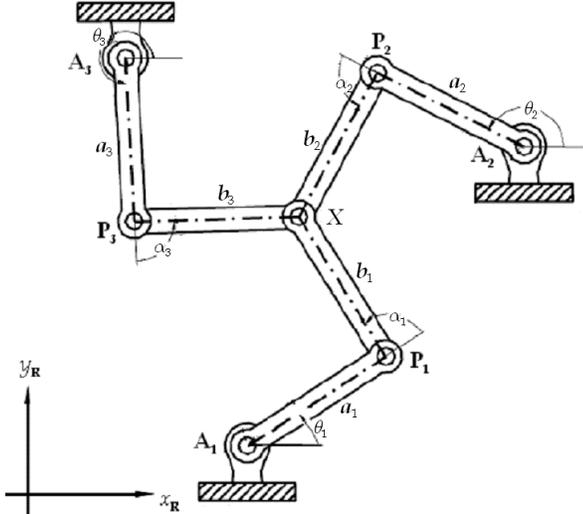


Figura 1. Robot paralelo plano redundante 3-RRR.

$$q = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}, \quad t = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Al despreciar la fricción en las articulaciones pasivas puede considerarse $t_p = 0$. Las siguientes relaciones representan la cinemática diferencial del robot:

$$\dot{X} = W \dot{q} \quad (4)$$

$$\dot{q} = S \dot{X} \quad (5)$$

donde W y S son matrices Jacobianas. La siguiente expresión da una importante relación entre el par de control t del SECCA y el par de control del mecanismo paralelo redundante:

$$W^T t = S^T t_a \quad (6)$$

donde

$$W = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial X} \\ \frac{\partial q_2}{\partial X} \\ \frac{\partial q_3}{\partial X} \end{bmatrix} = \frac{\partial q}{\partial X} \quad (7)$$

$$S = \frac{\partial q_a}{\partial X} \quad (8)$$

Derivando (4) respecto al tiempo se obtiene el vector de aceleraciones angulares:

$$\ddot{X} = W \ddot{q} + \dot{W} \dot{q} \quad (9)$$

El modelo dinámico del robot paralelo redundante se obtiene al sustituir (9) en (2); posteriormente, sustituyendo la ecuación resultante en (6). Así, la dinámica del robot paralelo redundante en términos de la posición del órgano terminal es escrita como:

$$M \ddot{X} + C \dot{X} + N = S^T t_a \quad (10)$$

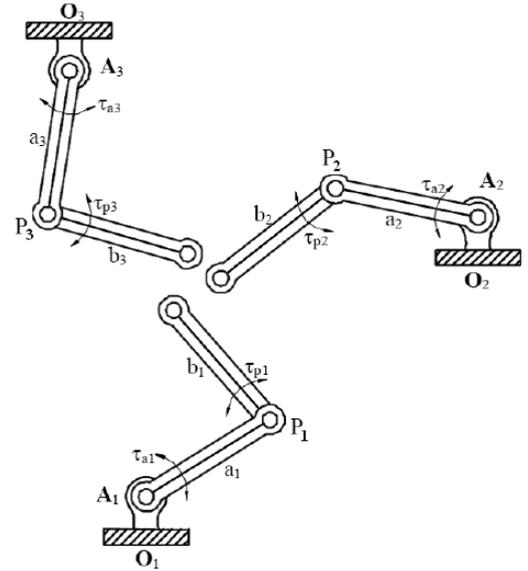


Figura 2. Mecanismo equiv. en cadena cinemática abierta.

donde

$$M = W^T \bar{M}(q) W,$$

$$C = W^T \bar{M}(q) \dot{W} + W^T \bar{C}(q, \dot{q}) W,$$

$$N = W^T \bar{N}(q).$$

Cabe hacer notar que el modelo (10) relaciona los pares actuados t_a y la posición del órgano terminal denotada por X . Además, si la matriz Jacobiana W es de rango completo (Cheng et.al, 2001,2003); la matriz de inercia M y la matriz de Coriolis C satisfacen las siguientes propiedades estructurales:

Propiedad 1: La matriz M es simétrica y definida positiva.

Propiedad 2: La matriz $M - 2C$ es antisimétrica.

Propiedad 3: Existe una constante positiva k_c tal que

$$\|C\| \leq k_c \|X\|. \quad (11)$$

B. Modelado del sistema de visión.

Considere el sistema robótico en configuración cámara fija, descrito en Fig. 3 con el marco coordenado $x_R - y_R$. En este marco se define el espacio de trabajo en el plano donde el movimiento del órgano terminal tiene lugar, es decir $X \in \mathbb{R}^2$, donde el conjunto W representa el espacio de trabajo del robot. La cámara que proporciona la imagen del espacio de trabajo del robot y del órgano terminal se coloca perpendicularmente al plano donde el robot se mueve y a una distancia z . La intersección $O = [O_x \ O_y]^T$ del eje óptico con el plano $x_R - y_R$ se localiza en algún lugar dentro del espacio de trabajo del robot. Además, la cámara tiene asociado un marco coordenado conocido como *marco coordenado imagen* con los

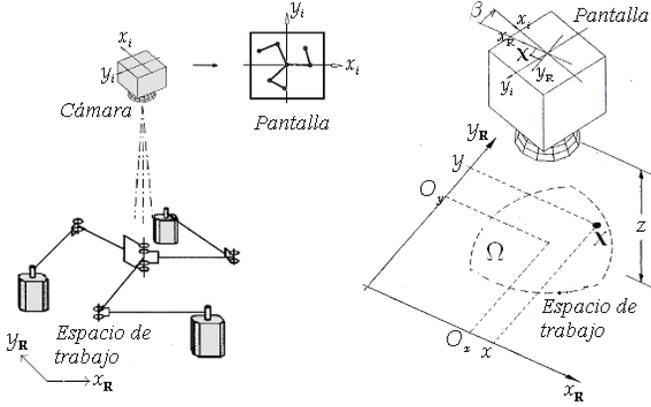


Fig. 3. Sistema robótico en configuración cámara-fija, marco coordenado del robot y marco coordenado imagen.

ejes x_i y y_i , que es paralelo al marco coordenado del robot. Así, la cámara captura la imagen que después es procesada y mostrada en pantalla. Como característica visual de interés se tiene la posición del órgano terminal definida en el marco coordenado imagen $X_i = [x_i \ y_i]^T$ y dada en píxeles. Entonces, esta posición alimenta el algoritmo de control. Esta última característica es común en todos los algoritmos IBVS y permiten evitar la calibración de la cámara. Considerando una transformación en perspectiva como el modelo ideal de una cámara tipo *pinhole* (Kelly, 1996), la siguiente expresión describe la posición del órgano terminal en el marco coordenado imagen:

$$X_i = hhR(b)(X - O) + C_i \quad (12)$$

donde $C_i = [C_{ix} \ C_{iy}]^T$ es el centro de la imagen en pantalla, h es el factor de escala dado en píxeles/m, el cual se asume negativo, h es el factor aumento de la lente definido como:

$$h = \frac{l}{l - z} < 0 \quad (13)$$

donde l es la distancia focal de la lente. El parámetro $R(b)$ describe la matriz de rotación generada al rotar b radianes la cámara alrededor de su eje óptico

$$R(b) = \begin{bmatrix} \cos b & -\sin b \\ \sin b & \cos b \end{bmatrix} \quad (14)$$

De forma similar se tiene la posición deseada del órgano terminal en coordenadas imagen:

$$X_i^* = hhR(b)(X^* - O) + C_i \quad (15)$$

donde $X^* = [x^* \ y^*]^T$ denota la posición deseada del órgano terminal en el marco coordenado del robot y localizada estrictamente dentro del espacio de trabajo. En este punto, es conveniente definir el error de posición imagen \mathcal{X}_i como la distancia visual entre las posiciones deseada y medida del

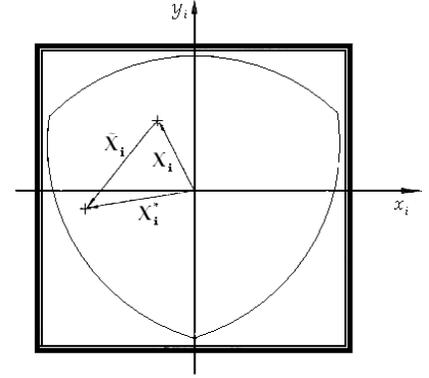


Fig. 4. Definición del error de posición imagen.

órgano terminal, vea Fig. 4:

$$\mathcal{X}_i = X_i^* - X_i = \begin{bmatrix} \tilde{X}_i^* \\ \tilde{Y}_i^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{X}_i \\ \tilde{Y}_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

III. LEY DE CONTROL VISUAL PID

Como formulación del problema de control, se considera que el sistema de visión proporciona la posición del órgano terminal en coordenadas imagen X_i y solo las mediciones de los ángulos en las articulaciones q están disponibles. Sin embargo, el factor de aumento h y la intersección del eje óptico con el espacio de trabajo O se consideran desconocidos. Por lo tanto el problema de control puede establecerse como el diseño de una ley de control para los pares actuados t_a tal que en la imagen proporcionada en pantalla, el órgano terminal del robot alcance la posición deseada X_i^* . En otras palabras, la ley de control debe garantizar que $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{X}_i(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [X_i^*(t) - X_i(t)] = 0$.

Para resolver el problema establecido previamente, se considera que la ley de control u definida como

$$S^T t_a = u \quad (17)$$

maneja la dinámica del robot paralelo plano redundante (10) descrita en términos de las coordenadas del espacio de trabajo del robot. Por lo tanto, los pares actuados t_a son calculados en la forma:

$$t_a = (S^T)^\dagger u. \quad (18)$$

lo que equivale a resolver (17) en el sentido de mínimos cuadrados. La variable $(S^T)^\dagger = S(S^T S)^{-1}$ representa la pseudo-inversa de Moore-Penrose de la matriz Jacobiana S^T , que satisface $S^T (S^T)^\dagger = I$ y $[S^T (S^T)^\dagger]^T = S^+ S = I$. La solución (18) tiene sentido solo si $(S^T)^\dagger$ está bien definida, esto es, si la matriz Jacobiana S tiene rango completo. La matriz S pierde rango cuando el robot paralelo alcanza una configuración singular. En lo que sigue, S se considera de rango pleno.

Se propone la siguiente ley de control PID denominada IBVS-PID:

$$t_a = (S^T)^{-1} \int_0^t \{k_1 a^2 Y + k_2 a^2 \dot{X} + k_3 a^2 \ddot{U}' Y(s) ds\} \quad (19)$$

$$\ddot{X} = -2a\dot{X} + a^2 Y \quad (20)$$

donde $Y = R(b)^T \dot{X}$ corresponde al error de posición imagen rotado, k_1, k_2, k_3 y a son constantes positivas. La estimación de la velocidad visual es obtenida del filtro lineal descrito por (20). La dinámica del sistema en lazo cerrado se obtiene al sustituir la ley de control (19) en el modelo dinámico (10). Al definir un nuevo estado Z como:

$$Z = \int_0^t Y(s) ds - \frac{1}{k_3 a^2} N \quad (21)$$

es posible describir el sistema en lazo cerrado por la siguiente expresión:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} Y \\ \dot{X} \\ \ddot{X} \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -hh\dot{X} \\ M^{-1} \{k_1 a^2 Y + k_2 a^2 \dot{X} + k_3 a^2 Z - C\dot{X}\} \\ -2a\dot{X} + a^2 Y \\ Y \end{bmatrix} \quad (22)$$

el cual es una ecuación diferencial no lineal autónoma con punto de equilibrio en el origen. Ahora, el objetivo es proporcionar las condiciones en las ganancias del controlador que garanticen estabilidad asintótica. Esto se establece a continuación.

Proposición 1: Considere la dinámica del robot paralelo plano redundante (10) junto con la ley de control descrita por (19) y (20). Si para un valor suficientemente grande de a , la siguiente desigualdad se cumple:

$$k_1^2 > a k_2 k_3 \quad (23)$$

entonces, el origen de (22) es asintóticamente estable.

Prueba: Para realizar el análisis de estabilidad, considere la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{k_1 a^2}{2hh} Y^T Y + \frac{1}{2} \dot{X}^T M \dot{X} + \frac{k_2}{2hh} \dot{X}^T \dot{X} + \frac{k_3 a}{hhk_2} Z^T Z - \frac{k_1}{hha k_2} Y^T M \dot{X} + \frac{1}{hha} \dot{X}^T M \dot{X} - \frac{k_3}{hha k_2} Z^T M \dot{X} + \frac{k_3 a^2}{hh} Y^T Z \quad (24)$$

Al definir las siguientes variables:

$$j_1 = \dot{X} \frac{3k_1}{ahhk_2} Y, \quad j_2 = \dot{X} + \frac{3}{ahh} \dot{X}, \\ j_3 = \dot{X} \frac{3k_3}{ahhk_2} Z, \quad j_4 = Z + \frac{ak_2}{k_1} Y.$$

la función candidata de Lyapunov (24) puede ser rescrita como:

$$V = \frac{1}{6} j_1^T M j_1 + \frac{1}{6} j_2^T M j_2 + \frac{1}{6} j_3^T M j_3 + \frac{k_1 k_3 a}{2hhk_2} j_4^T j_4 + \frac{k_1 a^2}{2hh} Y^T Y - \frac{a^3 k_2 k_3}{2hhk_1} Y^T Y - \frac{3k_1}{2ahhk_2} Y^T M Y + \frac{k_2}{2hh} \dot{X}^T \dot{X} - \frac{3}{2(ahh)^2} \dot{X}^T M \dot{X} + \frac{k_1 k_3 a}{2hhk_2} Z^T Z - \frac{3k_3}{2ahhk_2} Z^T M Z. \quad (25)$$

Los primeros tres términos son funciones no negativas de Y y \dot{X} , de \dot{X} y \dot{X} , y de Z y \dot{X} , respectivamente. Mientras que el cuarto término es una función no negativa de Y y Z . Note que para un valor suficientemente grande de a el segundo renglón de (25) será definido positivo si

$$\frac{k_1 a^2}{2hh} - \frac{a^3 k_2 k_3}{2hhk_1} \geq 0 \quad (26)$$

que es la desigualdad que determina (23). Así mismo, los demás términos en (25) definirán una función definida positiva para un valor suficientemente grande de a .

Después de varias simplificaciones y usando la Propiedad 2, la derivada respecto al tiempo de la función candidata (25) a lo largo de las trayectorias del sistema en lazo cerrado (22) es:

$$\dot{V} = -\frac{k_1}{a k_2} \dot{X}^T M \dot{X} - \frac{a}{hh} \frac{k_1^2}{k_2} a k_3 Y^T Y - \frac{a k_2}{hh} \dot{X}^T \dot{X} - \frac{a k_3^2}{hhk_2} Z^T Z - \frac{2}{hh} \dot{X}^T M \dot{X} - \frac{k_3}{ahhk_2} Y^T M \dot{X} - \frac{k_1}{hha k_2} Y^T C^T \dot{X} + \frac{1}{hha} \dot{X}^T C^T \dot{X} - \frac{k_3}{hha k_2} Z^T C^T \dot{X} \quad (27)$$

Al usar la Propiedad 3, la derivada anterior satisface:

$$\dot{V} = -y^T G y + G(\|X\|, \|Y\|, \|\dot{X}\|, \|Z\|) \quad (28)$$

donde

$$y = \begin{bmatrix} \|Z\| \\ \|\dot{X}\| \\ \|Y\| \\ \|\dot{X}\|^2 \end{bmatrix}, \quad G(\|X\|, \|Y\|, \|\dot{X}\|, \|Z\|) = \frac{k_c}{hha} \frac{k_1}{k_2} \|Y\| + \|\dot{X}\| + \frac{k_3}{k_2} \|Z\| \|\dot{X}\|^2$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{a k_3^2}{hhk_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_m \{M\} \frac{k_1}{a k_2} - \frac{k_3 I_M \{M\}}{2hha k_2} - \frac{I_M \{M\}}{hh} \\ 0 & -\frac{k_3 I_M \{M\}}{2hha k_2} & \frac{a}{hh} \frac{k_1^2}{k_2} - a k_3 & 0 \\ 0 & -\frac{I_M \{M\}}{hh} & 0 & \frac{a k_2}{hh} \end{bmatrix}$$

note que la matriz G es definida positiva si a se escoge suficientemente grande y $\frac{k_1^2}{k_2} - a k_3 > 0$ (que es la desigualdad (23)). Por lo tanto, se tiene de la función candidata de Lyapunov (24) lo siguiente:

$$\|Y\| \leq \frac{V^{1/2}}{a} \sqrt{\frac{2hh}{k_1}}, \quad \|X\| \leq V^{1/2} \sqrt{\frac{2hh}{k_2}}, \quad \|Z\| \leq V^{1/2} \sqrt{\frac{hkh_2}{ak_1k_3}}. \quad (29)$$

Además, de la definición de y , la siguiente desigualdad siempre se cumple:

$$\|X\|^2 \leq \|y\|^2. \quad (30)$$

De manera que con las cotas (29) y (30) se obtiene:

$$G(\|X\|, \|Y\|, \|Z\|) \leq \frac{c_1}{a} V^{1/2} \|y\|^2, \quad (31)$$

$$c_1 = \frac{k_c}{hkh_2} \sqrt{\frac{2hhk_1}{a}} + \sqrt{2hhk_2} + \sqrt{\frac{hkh_2k_3}{ak_1}}.$$

Con esta última cota puede escribirse una cota superior para la derivada \dot{V} como:

$$\dot{V} \leq - \int_m \{G\} - \frac{c_1}{a} V^{1/2} \|y\|^2 \quad (32)$$

donde se observa que el cociente c_1/a decrece a medida que a crece. Sea $b_1(t) = \int_m \{G\} - \frac{c_1}{a} V(t)^{1/2}$ y se escoge un valor para a suficientemente grande de tal forma que $b_1(0) > 0$. Entonces, por la negatividad en (32), se tiene que la función candidata de Lyapunov decrece, lo que implica que $b_1(0) \leq b_1(t) \leq b_1(t)$, de tal forma que $\dot{V} \leq -b_1(0) \|y\|^2$. Usando este hecho se concluye que el sistema en lazo cerrado (22) es asintóticamente estable. Es interesante señalar que la región de atracción crecerá al incrementar el valor del parámetro a en las ganancias del controlador.

IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Pruebas realizadas con un prototipo de laboratorio (Fig. 5) muestran el funcionamiento de la ley de control propuesta. La longitud nominal de los eslabones del prototipo es de $L=15$ cm. Decodificadores ópticos incorporados a los motores que mueven los brazos proporcionan la medición correspondiente a q_a . Esos motores mueven las articulaciones activas mediante bandas de tiempo con un radio de 3.6:1. Decodificadores ópticos de tipo absoluto con 4096 pulsos por turno proporcionan los ángulos q_i y a_i de las articulaciones activas y pasivas, respectivamente, permitiendo calcular la matriz Jacobiana S :

$$S = \begin{bmatrix} \cos(q_1 + a_1) & \sin(q_1 + a_1) \\ L \sin a_1 & L \sin a_1 \\ \cos(q_2 + a_2) & \sin(q_2 + a_2) \\ L \sin a_2 & L \sin a_2 \\ \cos(q_3 + a_3) & \sin(q_3 + a_3) \\ L \sin a_3 & L \sin a_3 \end{bmatrix} \quad (33)$$

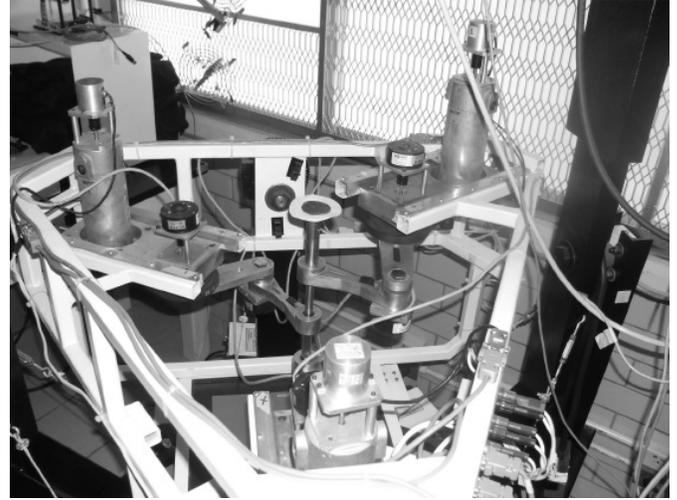


Fig. 5. Prototipo de laboratorio.

y la pseudoinversa $(S^T)^+$. La plataforma de control, la cual es una actualización de la arquitectura presentada en (Soria et. al, 2006), es compuesta por dos computadoras. La primera computadora, llamada *computadora de visión*, realiza la adquisición de imágenes con una cámara marca Dalsa, modelo CA-1D-128A y posteriormente realiza el procesamiento de imágenes con la paquetería Visual C++ y el software DIAS desarrollado por (Voss, Ortmann y Suesse, 1998). La segunda computadora, llamada *computadora de control*, ejecuta el algoritmo de control y procesa la adquisición de datos provenientes de los decodificadores ópticos y de la computadora de visión. El algoritmo de control es codificado utilizando la paquetería Matlab/Simulink 5.2 bajo el ambiente en tiempo real Wincon 3.02, con el método numérico ODE 45.

Las referencias x_i^* y y_i^* son señales cuadradas de 16 píxeles de amplitud con una frecuencia de 0.2 Hz. El siguiente filtro lineal suaviza las señales de referencia:

$$D(s) = \frac{20}{s + 20}. \quad (34)$$

Después de un proceso de sintonización, las ganancias del controlador fueron escogidas como:

$$a = 150, \quad k_1 = 3.863 \times 10^{-6}, \\ k_2 = 9.66 \times 10^{-9}, \quad k_3 = 5.73 \times 10^{-8}.$$

La Figura 6 describe los resultados del control de posición para el caso cuando no hay acción integral. Finalmente, los resultados obtenidos del comportamiento del sistema en lazo cerrado al agregar la acción integral son mostrados en Fig. 7.

V. CONCLUSIONES

Este trabajo ha presentado algunos puntos de modelado y control de un robot paralelo plano redundante. Después de revisar el modelo dinámico de este robot, se propone un tipo

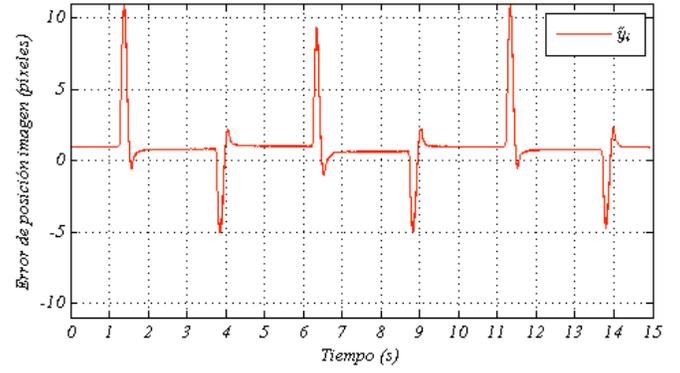
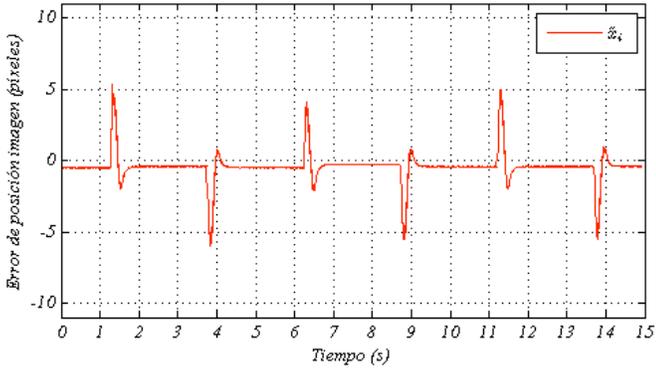
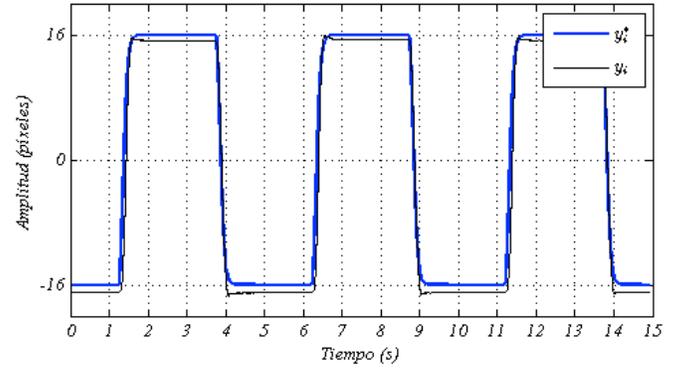
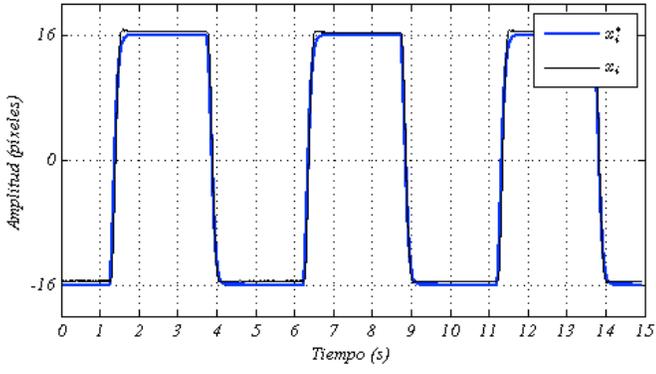


Fig. 6. Comportamiento del sistema en lazo cerrado sin acción integral.

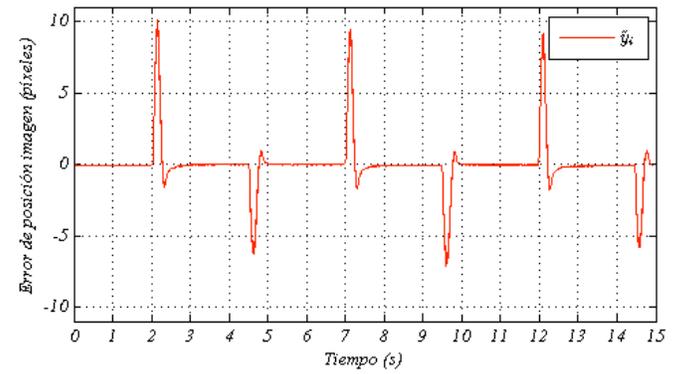
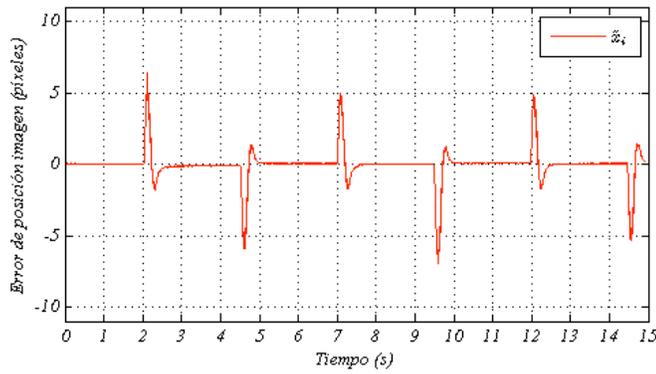
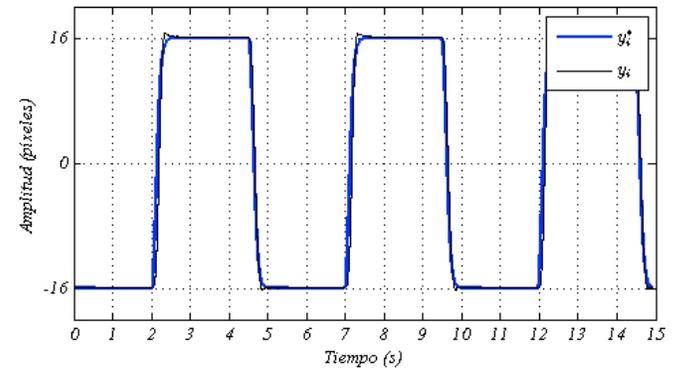
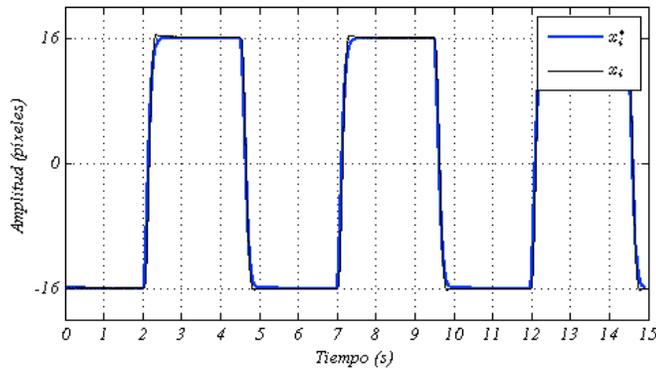


Fig. 7. Comportamiento del sistema en lazo cerrado con acción integral.

de regulador PID (IBVS-PID), donde un elemento clave de este controlador es la medición de la posición del órgano terminal usando un sistema de visión. Esta característica evita el uso de la cinemática directa empleada tradicionalmente en el control de robots paralelos y la cual requiere de calibración previa. Además, el controlador propuesto no requiere de calibración de la cámara por usar un esquema basado en imagen y reemplaza la necesidad de sensores de velocidad con un filtro lineal, el cual es fácilmente realizado mediante *software* para proporcionar estimaciones de velocidad del órgano terminal a través de la medición del error de posición imagen. El análisis de estabilidad usando teoría de Lyapunov proporciona condiciones en las ganancias del controlador para garantizar estabilidad asintótica del sistema en lazo cerrado sin tener que invocar el principio de invariancia de LaSalle. El funcionamiento del controlador propuesto se muestra con la implementación en un prototipo de laboratorio, donde los resultados obtenidos indican que la acción integral remueve el error en estado estacionario sin una degradación notable en la respuesta transitoria.

I. AGRADECIMIENTOS

Miguel A. Trujano como becario CONACYT, junto con los demás autores agradecen el apoyo de Gerardo Castro y Jesús Meza en la implementación práctica de este trabajo.

REFERENCIAS

- Andreff, N. y Martinet, P. (2006). Unifying Kinematic Modeling, Identification, and Control of a Gough-Stewart Parallel Robot Into a Vision-Based Framework. *IEEE Transaction on Robotics*, 22(6), December, 1077-1086.
- Andreff, N., Marchadier, A. y Martinet, P. (2005). Vision-Based Control of a Gough-Stewart Parallel Mechanism using Legs Observation". *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, April, 2535-2540.
- Berghuis, H. y Nijmeijer, H. (1993). Global Regulation of Robots Using only Position Measurements. *Systems & Control Letters*, 21(4), 289-293.
- Chaumette, F. y Hutchinson, S. (2006). Visual Servo Control Part I: Basic Approaches. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, December, 82-90.
- Chaumette, F. y Hutchinson, S. (2007). Visual Servo Control Part II: Advanced Approaches. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, March, 82-90.
- Cheng, H. (2001). Dynamics and Control of Parallel Manipulators with Actuation Redundancy. M. Sc. thesis, the Hong Kong University of Science and Technology.
- Cheng, H., Liu, G.F., Yiu, Y.K., Xiong Z.H. y Li, Z.X. (2001) Advantages and Dynamics of Parallel Manipulators with Redundant Actuation. *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, November, 171-176.
- Cheng, H., Yiu, Y.K. y Li, Z. (2003). Dynamics and Control of Redundantly Actuated Parallel Manipulators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 8(4), December, 483-491.
- Cheung, W.F.J. y Hung, Y.S. (2005). Modelling and Control of a 2-DOF Planar Parallel Manipulator for Semiconductor Packaging Systems. *Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, July, 717-722.
- Cheung, W.F.J. y Hung, Y.S. (2008). Robust Control of a High Precision 4-DOF Parallel Manipulator. *Proceedings of the International Federation of Automatic Control*, July, 15708-15713.
- Craig, J.J. (1989). *Introduction to Robotics*, 2nd ed. New York: Addison Wesley.
- Dallej, T., Andreff, N. y Martinet, P. (2007). Image-Based Visual Servoing of the I4R Parallel Robot without Proprioceptive Sensors. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, April, 1709-1714.
- Hutchinson, S., Hager, G. D. y Corke, P. I. (1996). A Tutorial on Visual Servo Control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(5), October, 651-670.
- Kelly, R. (1996). Robust Asymptotically Stable Visual Servoing of Planar Robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(5), October, 759-766.
- Kim, D. H., Kang J.Y. y Lee, K. I. (2000). Robust Tracking Control Design for a 6 DOF Parallel Manipulator. *Journal of Robotic Systems*, 17(10), 527-547.
- Kock, S. y Schumacher, W. (1998). A Parallel x-y Manipulator with Actuation Redundancy for High-Speed and Active-Stiffness Applications. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation*, May, 2295-2300.
- Kock, S. y Schumacher, W. (2000). A Mixed Elastic and Rigid-Body Dynamic Model of an Actuation Redundant Parallel Robot with High-Reduction Gears. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation*, April, 1918-1923.
- Liu, G. y Li, Z. (2002). A Unified Geometric Approach to Modeling and Control of Constrained Mechanical Systems. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(4), August, 574-587.
- Merlet, J. P. (2000). *Parallel Robots*. Kluwer Academic Publishers.
- Ren, L., Mills J. K., y Sun, D. (2007). Experimental Comparison of Control Approaches on Trajectory Tracking Control of a 3-DOF Parallel Robot. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 15(5), 982-988.
- Soria, A., Garrido, R., Vázquez, I., y Vázquez, R. (2006). Architecture for rapid prototyping of visual controllers. *Robotics and Autonomous Systems*, 54, 485-495.
- Spong, M.W. y Vidyasagar, M. (1989). *Robot Dynamics and Control*. John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.
- Tadokoro, S. (1994). Control of Parallel Mechanisms. *Advanced Robotics*, 8(6), 559-571.
- Tsai, L. W. (1999). *Robot Analysis*, John Wiley and Sons Inc.
- Voss, K., Ortmann, W. y Suesse, H. (1998). DIAS-Interactive Image Processing System, V.5.0, Friedrich-Schiller-University Jena, Germany.
- Weiss, L. E., Sanderson, A. C. y Neuman, C. P. (1987). Dynamic Sensor-Based Control of Robots with Visual Feedback. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, RA-3(5), October, 404-417.
- Williams, R.L. y Joshi, A.R. (1999). Planar Parallel 3-RPR Manipulator. *Proceedings of the Sixth Conference on Applied Mechanisms and Robotics*. December.
- Wilson, W. J., Williams Hulls, C. C. y Bell, G. S. (1996). Relative End-Effector Control Using Cartesian Position Based Visual Servoing. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(5), October, 684-696.
- Yang, C., He, J., Jiang, H. y Han, J. (2008). Modeling and Simulation of a 6-DOF Parallel Manipulator Based on PID Control with Gravity Compensation in Simulink/ADAMS. *International Workshop on Modelling, Simulation and Optimization*, December, 391-395.
- Yiu, Y.K., Cheng, H., Xiong, Z.H., Liu, G.F. y Li, Z.X. (2001). On the Dynamics of Parallel Manipulators. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation*, May, 3766-3771.