

# Diagnóstico de fallas en intercambiadores de calor: enfoque Multi-Modelos

Betty Y. López Zapata\*, Manuel Adam Medina, R.F. Escobar, C.M. Astorga-Zaragoza  
 Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.  
 Int. Internado Palmira S/N, Palmira C.P.62490, Cuernavaca, Mor., México  
 bettylopez07e@cenidet.edu.mx  
 Teléfono: (777)-52-39-715

**Resumen**—En este artículo se aborda el desarrollo de un método de diagnóstico de fallas con filtro de Kalman para la estimación de los estados y probabilidad de Bayes para la selección de la función de activación, Este método aborda sistemas no lineales continuamente diferenciables mediante el enfoque multi-modelos. El caso de estudio presentado es un intercambiador de calor

**Palabras clave:** Multi-modelos, filtro de Kalman, diagnóstico de fallas.

## I. INTRODUCCIÓN

El crecimiento de la complejidad de los sistemas modernos en la ingeniería y el incremento en la demanda de calidad, costo, eficiencia, seguridad y fiabilidad, ha dado como resultado un gran interés en el desarrollo de los métodos de detección y localización de fallas. En la práctica, los procesos industriales como minería, químicos, tratamiento de agua, son caracterizados por ser procesos complejos, los cuales trabajan en diferentes regímenes de operación. Esto dificulta la obtención de modelos no lineales (NL) que describan exactamente a la planta en todo el régimen de funcionamiento. Además que el desarrollo de modelos no lineales requiere de un esfuerzo considerable de desarrollo matemático, costo computacional y conocimiento de la planta. Aun y sí, se obtiene el modelo no lineal global, este no es apropiado para el control ya que no reúne los pre-requisitos necesarios para una técnica de control no lineal [1]. De otra forma, los modelos lineales son simples de obtener y proveen técnicas para la identificación del sistema, control y monitoreo. Una alternativa atractiva para sustituir el modelado no lineal es usar una estrategia multi-modelo lineal.

En la literatura se han propuesto técnicas para la detección y diagnóstico de fallas [2, 3]. Estas técnicas pueden ser clasificadas como redundancia material y redundancia analítica. La redundancia analítica o enfoque basado en modelo es un método popular para FDI (Fault Detection Isolation) porque tiene la ventaja de ser económico y ocupa menos espacio con respecto a la redundancia material [4]. El enfoque que utiliza filtro u observador es una técnica de redundancia funcional basada en la estimación de estados. La idea del enfoque es reconstruir las salidas del sistema por medio de las entradas y salidas medidas usando

observadores o filtros de Kalman y usando los residuos para la detección de fallas [5].

Este artículo está organizado de la siguiente manera, en la sección 2 se presenta el enfoque multi-modelo con filtro de Kalman, en la sección 3 presentamos el caso de estudio que es un intercambiador de calor, en la sección 4 se presentan los resultados en simulación del enfoque multi-modelo y finalmente en la sección 5 se presentan las conclusiones.

## II. ENFOQUE DE MODELOS MÚLTIPLES LINEALES PARA SISTEMAS NO LINEALES

En el contexto de algoritmos de modelos múltiples de tipo fijo, el enfoque multi-modelo lineal se utiliza para las tareas de estimación o identificación, el control y el diagnóstico de fallas. [6]. Para lograr el enfoque MML, se debe descomponer un sistema no lineal, en varios regímenes de funcionamiento simple. Se utiliza un modelo lineal en cada punto de operación. El interés se centra en sistemas no lineales continuamente diferenciables para su aplicación en el diagnóstico. Cada uno de los puntos de operación mencionados se selecciona para la definición de un comportamiento dinámico lineal en todo el régimen de funcionamiento del sistema no lineal. Las ecuaciones de un sistema NL por la representación de espacio de estados es la siguiente:

$$\begin{aligned} X(k+1) &= f(X(k), U(k), v(k)) \\ Y(k) &= g(X(k), U(k), w(k)) \end{aligned} \quad (1)$$

Donde:  $X \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de estados,  $U \in \mathfrak{R}^p$  es el vector de entradas,  $v \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de ruido del sistema,  $Y \in \mathfrak{R}^m$  es el vector de salida medida,  $w \in \mathfrak{R}^m$  es el ruido en la salida medida,  $f$  y  $g$  son funciones continuamente diferenciables. La representación de un sistema NL por múltiples modelos lineales es representado por:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= A_i x_i(k) + B_i u_i(k) + \Delta_{x_i} + v_i(k) + F_{x_i} f(k) \\ y_i(k) &= C_i x_i(k) + D_i u_i(k) + \Delta_{y_i} + w_i(k) + F_{y_i} f(k) \end{aligned} \quad (2)$$

donde:  $A_i, B_i, C_i$  y  $D_i$  son matrices con dimensiones apropiadas,  $F_x$  y  $F_y$  son las matrices de distribución de fallas de actuadores y sensores respectivamente,  $f$  es el vector de fallas, con  $\Delta_{x_i}$  y  $\Delta_{y_i}$  como vectores constantes que dependen del  $j$ -ésimo modelo lineal tal como:

$$\begin{aligned}\Delta_{X_i} &= X_i^e - A_i X_i^e - B_i U_i^e, \\ \Delta_{Y_i} &= Y_i^e - C_i X_i^e\end{aligned}\quad (3)$$

## 2.2 Conmutación entre los modelos

Si existe un gran número de modelos lineales, es posible hacer una mejor estimación del sistema NL. Sin embargo el problema de la conmutación de los modelos se complica. Por eso hay un compromiso entre la exactitud de la estimación (relacionado con el número de modelos) y la carga de cálculo. La estructura de los modelos lineales locales es válida en la vecindad del punto de operación. El sistema lineal definido por la ecuación (2) puede especificarse mediante el siguiente conjunto de matrices:

$$S_j = \begin{bmatrix} A_j & B_j & \Delta_{X_j} & F_{X_j} & w_j \\ C_j & D_j & \Delta_{Y_j} & F_{Y_j} & v_j \end{bmatrix}, \forall j \in \{1, 2, \dots, M\} \quad (4)$$

Dado que  $S(k)$  es una secuencia variante de matrices dentro de un conjunto convexo, definida como:

$$S(k) = \left\{ \sum_{j=1}^M \varphi_j(k) S_j : \varphi_j(k) \geq 0, \sum_{j=1}^M \varphi_j(k) = 1 \right\} \quad (5)$$

Donde  $\varphi(k)$  es una función de ponderación. En el marco de MML,  $S(k)$  caracteriza en cada periodo de muestreo, al sistema no lineal. La suma de las contribuciones de cada uno de los modelos lineales en un instante de tiempo, permite la reconstrucción del sistema completo. Esta reconstrucción se conoce como modelo global lineal definido a partir de un sistema no lineal.

La conmutación determina al mejor modelo lineal y la contribución de cada uno de ellos en cada instante de tiempo. La conmutación ha recibido diversos nombres, tales como: probabilidad de validación [6], trayectoria de referencia [7] o función mínima [8]. La probabilidad  $\varphi_i(k)$  es una función de ponderación de cada modelo [6]. El valor máximo de la probabilidad es la unidad y la probabilidad de cada modelo puede tomar valores entre cero y uno, pero la suma de éstos debe ser siempre igual a uno [6]:

$$\varphi_i(k) : (Y, U) \rightarrow [0, 1] \quad \sum_{i=1}^M \varphi_i(k) = 1 \quad (6)$$

Esto significa que la probabilidad del modelo lineal más cercano al modelo no lineal en un instante (k) da la mayor contribución al modelo global reconstruido. Es decir, que el valor de la probabilidad es igual o tiende a "1". Por el contrario, para el modelo más lejano la probabilidad tiende a cero [6, 9].

Se propone el método Bayesiano para la solución de este problema. La probabilidad de Bayes está definida mediante una probabilidad condicional: a partir de que ha ocurrido el suceso B se deducen las probabilidades del suceso A. Se inicia dando las condiciones de la función de validación de los elementos utilizados. La salida medida del sistema NL se representa por  $Y(k)$  y la salida histórica medida por  $Y_H(k) = [Y(k), Y(k-1), \dots]^T$ . La probabilidad

condicional  $\varphi(j|Y_H)$  indica la probabilidad de que el modelo j es la mejor descripción del sistema conociendo la salida histórica en el instante (k) [6]. Aplicando el teorema de Bayes, obtenemos:

$$\varphi(j|Y_H(k)) = \frac{f(Y(k)|j, Y_H(k-1)) \varphi(j|Y_H(k-1))}{\sum_i f(Y(k)|i, Y_H(k-1)) \varphi(i|Y_H(k-1))} \quad (7)$$

donde:  $f(Y(k)|j, Y_H(k-1))$  es la función de densidad de probabilidad (FDP) del j-ésimo modelo en el instante k. La ecuación (7) describe cómo una nueva salida del sistema influye en la predicción de la validación del modelo [6].

La estimación de un modelo lineal estocástico se puede obtener a través de un filtro de Kalman. Esto último implica que los residuos  $\varepsilon_i = x - \tilde{x}$  (para cada modelo) con una probabilidad de distribución gaussiana tienen estadística conocida. Esta característica de los filtros de Kalman puede utilizarse en combinación con la regla de Bayes para la estimación de la distribución de probabilidad de los parámetros del sistema. Si el i-ésimo modelo describe exactamente al sistema, los residuos  $\varepsilon_i$  de los modelos son de media cero, y la covarianza de los residuos  $\Omega$ , se define como:  $\Omega_i = C_i P_i C_i^T + R_i$ , donde  $P_i$  es la covarianza del error de estados del i-ésimo filtro de Kalman, basado en el i-ésimo modelo, y  $R_i$  es la covarianza del ruido en la salida del i-ésimo modelo. Bajo la hipótesis de estado estacionario:

$$\varphi_k^i = \frac{\exp\left\{-0.5 \times r_k^i \times (\Theta_k^i)^{-1} \times (r_k^i)^T\right\}}{\left[(2\pi)^m \times \det(\Theta_k^i)\right]^{1/2}}, \quad (8)$$

Basada en la función de distribución de probabilidad, una probabilidad normalizada, denotada  $\varphi(r_i(k))$ , se calcula por el teorema de Bayes  $\forall i, \in \{1, \dots, M\}$  como:

$$\varphi(r_i(k+1)) = \frac{\varphi_i(k) \times \varphi(r_i(k))}{\sum_{h=1}^M \varphi_h(k) \times \varphi(r_h(k))} \quad (9)$$

Por tanto, el algoritmo de probabilidad estimada puede asegurar un modelo tal que la probabilidad converja a uno, mientras que los otros modelos asociados converjan a cero.

## 2.3 Problemática de la generación y evaluación de residuos

Retomando la ecuación (2) y sin perder la generalidad, de acuerdo a [10], en presencia de fallas en sensores y actuadores, el sistema se representa por un sistema lineal con presencia de fallas en actuadores. El sistema descrito con fallas solo en actuadores se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}X_{k+1} &= A_j X_k + B_j U_k + F_j f_k + \Delta_{X_j} + \omega_k^j, \\ Y_k &= C_j X_k + \Delta_{Y_j} + v_k^j\end{aligned}\quad (10)$$

La matriz de distribución de fallas está representada por  $F_j \in \mathbb{R}^{n \times q}$   $\text{rango}(F_j) = q, \forall j, \in \{1, \dots, M\}$ . Alrededor del j-ésimo punto de operación, se asume que  $\forall j, \in \{1, \dots, M\}, \text{rango}(C_j) = m$ . Con esta suposición, el sistema evoluciona en torno al j-ésimo punto de operación.

Un  $i$ -ésimo filtro de Kalman ( $\forall i, i \in \{1, \dots, M\}$ ) (que representa el número de filtros) se describe por:

$$\begin{aligned}\hat{X}_{k+1}^i &= A_i \hat{X}_k^i + B_i U_k + K_k^i (Y_k - \hat{Y}_k^i) + \Delta_{X_i}, \\ \hat{Y}_k^i &= C_i \hat{X}_k^i + \Delta_{Y_i},\end{aligned}\quad (11)$$

Donde  $\hat{X}_k^i \in \mathfrak{R}^n$  denota el vector de estado estimado y  $\hat{Y}_k^i \in \mathfrak{R}^m$  es la estimación de la salida obtenida del filtro lineal basado en el  $i$ -ésimo modelo lineal.  $K_k^i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  es la matriz de ganancia del filtro de Kalman. El índice  $j$  representa al sistema y el índice  $i$  está dedicado a los modelos para los filtros.

Los filtros de Kalman permiten obtener el error de estado estimado y los vectores de residuos de salida  $r_k^i$  ( $r_k^i = Y_k - \hat{Y}_k^i$ ). Cuando ocurre una falla y el régimen de operación no cambia (cuando  $f \neq 0$  y  $j = i$ ), la diferencia entre la representación del sistema de la ecuación (10) y los filtros de la ecuación (11) se muestra en la ecuación:

$$\varepsilon_{k+1}^i = (A_i - K_k^i C_i) \varepsilon_k^i + F_j d_k - K_k^i v_k^j + \omega_k^i \quad (12)$$

y la estimación del error de salida

$$r_k^i = C_i \varepsilon_k^i + v_k^j \quad (13)$$

En ausencia de falla, el residuo generado por el  $i$ -ésimo filtro tiene una distribución Gaussiana con media cero (denotado por  $\mathcal{N}$ ). Este residuo permite evaluar la validez de cada modelo lineal mediante la probabilidad de Bayes. En presencia de fallas, la siguiente evaluación se establece  $\forall i, i \in \{1, \dots, M\}$ :

$$\text{para } j = i, \begin{cases} r_k^i \sim \mathcal{N} & \text{si } f = 0, \\ r_k^i \neq \mathcal{N} & \text{si } f \neq 0, \end{cases} \quad (14)$$

donde:  $\mathcal{N}$  es la distribución normal (con media cero y matriz de covarianza). Ahora hablando de los modelos; cada modelo es diferente del resto, así sólo un residuo  $r_k^i$  puede seguir una distribución Gaussiana normal cuando  $j = i$ . Cuando  $j \neq i$ , la diferencia entre la representación del sistema de la ecuación (10) con  $(A_i B_i, C_i)$  y el filtro de Kalman de la ecuación (11) con  $(A_j B_j, C_j)$  conducen a un residuo diferente de ecuación (14), i.e.  $r_k^i \neq \mathcal{N}$  para  $j \neq i$  con cualquier  $f$ . De otra manera, cuando  $j \neq i$ , la diferencia entre la representación del sistema y el filtro de Kalman conducen a:

$$\varepsilon_{k+1}^i = (A_i - K_k^i C_i) \varepsilon_k^i + F_j d_k - K_k^i v_k^j + \omega_k^i + (\Delta \Delta_{X_j}^i - K_k^i \Delta \Delta_{Y_j}^i) \xi_{j,k}^i \quad (15)$$

$$r_k^i = C_i \varepsilon_k^i + v_k^j + \Delta \Delta_{Y_j}^i \xi_{j,k}^i \quad (16)$$

donde  $\xi_k^i \in \mathfrak{R}^{(n+p+1) \times 1}$  corresponde a la magnitud de los errores de modelado entre el sistema representado por el  $j$ -ésimo modelo lineal y el  $i$ -ésimo modelo lineal usado para el cálculo del filtro de Kalman.  $\Delta \Delta_{X_j}^i \in \mathfrak{R}^{n \times (n+p+1) \times 1}$  y  $\Delta \Delta_{Y_j}^i \in \mathfrak{R}^{m \times (n+p+1) \times 1}$  son las matrices de distribución del error de modelado asociadas a la ecuación de estado del

sistema y a la ecuación de salida, respectivamente. Las dimensiones de  $\Delta \Delta_{X_j}^i$  y  $\Delta \Delta_{Y_j}^i$  están directamente vinculadas con el error de modelado procedentes de las matrices  $(A_i B_i, \Delta_{X_i})$  y  $(C_i D_i, \Delta_{Y_i})$ , respectivamente. El uso de los filtros de Kalman permiten las siguientes propiedades residuales  $\forall i, i \in \{1, \dots, M\}$ :

$$\begin{aligned}r_k^i &\sim \mathcal{N} & \text{si } f = 0, & \quad i = j, & \quad r_k^i \neq \mathcal{N} & \text{si } f = 0, & \quad i \neq j, \\ & & & & & & r_k^i \neq \mathcal{N} & \text{si } f \neq 0, & \quad i = j,\end{aligned}\quad (17)$$

Como se puede observar el residuo está corrompido por dos informaciones a la vez, por lo tanto no se tendría la elección del modelo adecuado, ni una detección y localización de fallas (FDI) correcta.

#### 2.4 Diseño de un banco de filtros desacoplados de las fallas

Una solución para resolver el problema mencionado, se basa en el diseño de un filtro desacoplado de las fallas (FDF) [11], bajo la suposición de que ocurra una falla en el tiempo  $k_d$  ( $k > k_d$ ) y que cambie el punto de operación en el tiempo  $k_e$  ( $k > k_e$ ) y exprese el vector de residuo del  $i$ -ésimo filtro como [1]:

$$\begin{aligned}r_k^i &= \bar{r}_k^i + \Delta \Delta_{X_j}^i \xi_{j,k}^i + \rho_{k,k_d} \begin{bmatrix} f_{k_d} & f_{k_d+1} & \dots & f_{k-1} \end{bmatrix} \\ &+ \beta_{k,k_e} \begin{bmatrix} \xi_{j,k_e}^i & \xi_{j,k_e+1}^i & \dots & \xi_{j,k-1}^i \end{bmatrix} \\ \rho_{k,k_d} &= C_i \begin{bmatrix} \Gamma_{k,k_d+1}^i F_j \\ \Gamma_{k,k_d+2}^i F_j \\ \dots \\ F_j \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (18)$$

y

$$\beta_{k,k_e} = C_i \begin{bmatrix} \Gamma_{k,k_e+1}^i (\Delta \Delta_{X_j}^i - K_{k_e}^i \Delta \Delta_{Y_j}^i) \\ \Gamma_{k,k_e+2}^i (\Delta \Delta_{X_j}^i - K_{k_e+1}^i \Delta \Delta_{Y_j}^i) \\ \dots \\ (\Delta \Delta_{X_j}^i - K_{k-1}^i \Delta \Delta_{Y_j}^i) \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\text{Donde: } \Gamma_{k,(k_d,k_e)}^i = \prod_{\tau=(k_d,k_e)}^{k-1} L_{\tau}^i, \quad L_k^i = (A_i - K_k^i C_i) \quad (21)$$

La ecuación (18) permite confirmar que el residuo se corrompe por las propagaciones de las fallas y los errores de modelado. Por lo tanto, el objetivo es generar residuos insensibles a fallas pero sensibles sólo a errores de modelado, esto es:

$$(A_i - K_k^i C_i) F_i = 0, \quad \forall i \in \{1, \dots, M\}. \quad (22)$$

Si la ecuación (22) se satisface y si el número de fallas es estrictamente menor al número de salidas (i.e.  $\text{rango}(C_i F_i) = q < m, \forall i$ ), una solución a la ecuación (22) se propone en [12], donde el autor parametrizó una ganancia del filtro de Kalman como:

$$K_k^i = \omega_i \Xi_i + K_k^i \Sigma_i \quad (23)$$

Con  $\Xi_i = (C_i F_i)^+$ ,  $\omega_i = A_i F_i$ ,  $\Sigma_i = \alpha_i (I_m - C_i F_i \Xi_i)$ , donde  $\alpha_i \in \mathcal{R}^{(m-q) \times m}$ , es una matriz constante arbitraria definida, a fin que la matriz  $\Sigma_i$  sea de rango completo. Por lo tanto, el residuo definido en la ecuación (18) bajo las igualdades de la ecuación (22) llega a ser;

$$r_k^i = \bar{r}_k^i + \Delta \Delta_{X_j}^i \xi_{j,k}^i + C_i F_i [f_{k-1}] + \beta_{k,k_e} \begin{bmatrix} \xi_{j,k_e}^i & \xi_{j,k_e+1}^i & \dots & \xi_{j,k-1}^i \end{bmatrix} \quad (24)$$

El filtro de Kalman también minimiza la traza de la matriz de varianza-covarianza del error de estimación. Esta minimización se lleva a cabo bajo la existencia y condiciones de estabilidad presentadas y estudiadas en [12].

### 2.5 Estructura del nuevo diseño

De acuerdo a la ecuación (23), cada filtro de detección, definido en la ecuación (11), se describe por [11]:

$$\hat{X}_{k+1}^i = A_i \hat{X}_k^i + B_i U_k + (\omega_i \Xi_i + \bar{K}_k^i \Sigma_i) (Y_k - \hat{Y}_k^i) + \Delta_{X_i}, \\ \hat{Y}_k^i = C_i \hat{X}_k^i + \Delta_{Y_i}, \quad (25)$$

Donde

$$\bar{K}_k^i = \bar{A}_i \bar{P}_k \bar{C}_i^T (\bar{C}_i \bar{P}_k \bar{C}_i^T + \bar{V}_i)^{-1}, \quad (26)$$

$$\bar{P}_{k+1}^i = (\bar{A}_i - K_k^i \bar{C}_i) \bar{P}_k (\bar{A}_i - K_k^i \bar{C}_i)^T + \bar{K}_k^i \bar{V}_i (\bar{K}_k^i)^T + \bar{Q}_i \quad (27)$$

Con  $\bar{A}_i = (A_i - \omega_i \Xi_i C_i)$ ,  $\bar{C}_i = \Sigma_i C_i$ ,  $\bar{V}_i = \Sigma_i R_i \Sigma_i^T$  y  $\bar{Q}_i = Q_i + \omega_i \Xi_i R_i \Xi_i^T$ . De acuerdo a la ecuación (24) y a las propiedades de las matrices previas, un vector de residuos  $\tilde{r}_k^i$  se obtiene.

$$\begin{bmatrix} \Sigma_i (Y_k - \hat{Y}_k^i) \\ \Xi_i (Y_k - \hat{Y}_k^i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_i r_k^i \\ \Xi_i r_k^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_k^i \\ \Omega_k^i \end{bmatrix} = \tilde{r}_k^i, \quad (28)$$

donde  $\gamma_k^i \in \mathcal{R}^{m-q}$  es el vector de residuos desacoplado de fallas y  $\Omega_k^i \in \mathcal{R}^q$  es el vector de residuos sensible a fallas. Debido a las propiedades de las matrices  $\Sigma_i C_i F_i = 0$  y  $\Xi_i C_i F_i = 1$  cada residuo de la ecuación (29) se desarrolla de acuerdo a la ecuación (18) en vectores  $\gamma_k^i$  insensibles y  $\Omega_k^i$  sensibles a fallas, respectivamente. Como se expresa:

$$\gamma_k^i = \Sigma_i (\bar{r}_k^i + \Delta \Delta_{X_j}^i \xi_{j,k}^i) + \Sigma_i \beta_{k,k_e} \begin{bmatrix} \xi_{j,k_e}^i & \xi_{j,k_e+1}^i & \dots & \xi_{j,k-1}^i \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\Omega_k^i = d_{k-1} + \Xi_i (\bar{r}_k^i + \Delta \Delta_{X_j}^i \xi_{j,k}^i) + \Xi_i \beta_{k,k_e} \begin{bmatrix} \xi_{j,k_e}^i & \xi_{j,k_e+1}^i & \dots & \xi_{j,v}^i \end{bmatrix} \quad (30)$$

Las ecuaciones (29) y (30) indican que un banco de filtros de Kalman desacoplados proporciona una solución al problema de distinción de fallas en un enfoque multi-modelo. La comprobación de este enfoque se presenta en la siguiente sección.

### III. 3. MODELO DEL INTERCAMBIADOR DE CALOR

Los intercambiadores de calor son equipos que propician el flujo de energía térmica entre dos o más fluidos a diferentes

temperaturas. Los intercambiadores de calor se utilizan en una amplia variedad de aplicaciones como: procesos químicos e industria alimenticia, electrónica, ingeniería ambiental, industria manufacturera y además diversas aplicaciones de tecnología espacial [13].

El modelo de parámetros concentrados se basa en la división del intercambiador de calor en un número finito de elementos, llamados secciones o celdas. Este procedimiento de seccionamiento asume que cada elemento se comporta como un tanque perfectamente agitado, y en consecuencia la temperatura del fluido se considera uniforme. La dinámica del sistema se obtiene a través de un balance de energía (31) que se aplica a cada una de las celdas. Una celda del intercambiador es una unidad dinámica primitiva que consiste de dos tanques perfectamente mezclados, con flujos de entrada y salida, conectados mediante un área de transferencia de calor entre éstos [14].

$$\begin{cases} \frac{dT_{co}}{dt} = \frac{v_c}{V_c} (T_{ci} - T_{co}(t)) + \frac{UA}{\rho_c C_{pc} V_c} (T_{ho}(t) - T_{co}(t)) \\ \frac{dT_{ho}}{dt} = \frac{v_h}{V_h} (T_{hi} - T_{ho}(t)) + \frac{UA}{\rho_h C_{ph} V_h} (T_{co}(t) - T_{ho}(t)) \end{cases} \quad (31)$$

Donde cada término está definido en la tabla 1 y el modelo matemático presentado aquí, toma las siguientes suposiciones:

- S1** Flujos de entrada y salida iguales, implican volumen constante en ambos tubos.
- S2** El coeficiente de transferencia de calor está relacionado con las temperaturas de los fluidos y con el flujo.
- S3** No existe transferencia de calor entre el tubo externo y el medio ambiente.
- S4** No hay almacenamiento de energía calorífica en las paredes de los tubos.
- S5** Las temperaturas de entrada son medibles.

Tabla 1. Nomenclatura

Nomenclatura	
$V_c$	Volumen en lado frío, $m^3$
$V_h$	Volumen en lado caliente, $m^3$
$v_c$	Flujo volumétrico fluido de enfriamiento, $m^3/s$
$v_h$	Flujo volumétrico fluido de calentamiento, $m^3/s$
$C_{pc}$	Calor específico del fluido frío, $J/kg^\circ C$
$C_{ph}$	Calor específico del fluido caliente, $J/kg^\circ C$
$\rho_c$	Densidad del fluido frío, $kg/m^3$
$\rho_h$	Densidad del fluido caliente, $kg/m^3$
$A$	Área de transferencia de calor $m^2$
$U$	Coefficiente de transferencia de calor, $W/m^2 \cdot ^\circ C$
$T_{ci}, T_{hi}$	Temperaturas de entrada del fluido de enfriamiento y calentamiento respectivamente, $^\circ C$
$T_{co}, T_{ho}$	Temperaturas de salida del fluido de enfriamiento y calentamiento respectivamente, $^\circ C$
$t_s$	Tiempo de simulación
Sub-indices	
$c$	Frío
$h$	caliente
$i$	entrada
$o$	salida

### IV. RESULTADOS

El método multi-modelo con filtro de Kalman desacoplado ha sido aplicado a un intercambiador de calor como se

describe en la sección 3. Para probar el desempeño del enfoque, se hicieron diferentes simulaciones.

Tabla2. Datos físicos utilizados en simulación

Constantes	Valores	Unidades
$v_{co}^o$	8.3300e-006	$m^3/s$
$v_h$	1.667e-5	$m^3/s$
$V_c$	134.99e-6	$m^3$
$V_h$	15.512e-6	$m^3$
$c_{pc}$	4180.9	$J/Kg^{\circ}C$
$c_{ph}$	4196.5	$J/Kg^{\circ}C$
$\rho_c$	985	$Kg/m^3$
$\rho_h$	971.1535	$Kg/m^3$
$A$	0.01538752	$m^2$
$U$	1400	$W/m^2-^{\circ}C$
$T_{co}^o$	47	$^{\circ}C$
$T_{ho}^o$	72	$^{\circ}C$

El objetivo de la simulación es probar la eficacia del método propuesto. El primer paso es tomar el sistema representado por la ecuación (31), después se usan los puntos de operación dados en la tabla 3 y se linealiza a través de series de Taylor. Para el diseño del filtro, se utilizará el conjunto de matrices (ver Ec. 4) obtenido de la linealización. Las condiciones iniciales del proceso son respetadas tanto en la linealización como en el diseño de los filtros de Kalman.

Tabla 3. Puntos de operación

	$T_{ci}$	$T_{hi}$	$T_{co}$	$T_{ho}$	$v_c$
FK D M1	29	81	47.4	72	$7.5 \times 10^{-6}$
FK D M2	29	81.2	50.88	73	$5.7 \times 10^{-6}$
FKD M3	30	81.4	61.5	76	$2.6 \times 10^{-6}$

El banco de filtros de Kalman permite la generación de un banco de residuos  $r_i(k) \in R^m$  (donde  $M=3$ ). Cada residuo corresponde a cada modelo. Los residuos permiten evaluar la validación de cada modelo.

El Multi-Modelos + filtro de Kalman fue simulado usando los valores dados en la tabla 2 y usando los puntos de operación dados en la tabla 3. Los parámetros fueron calculados basados en los puntos de operación. Las temperaturas de entrada  $T_{ci}$  y  $T_{hi}$  fueron  $29^{\circ}C$  y  $81^{\circ}C$  respectivamente. El flujo del fluido frío fue variado de  $7.5 \times 10^{-6}$  a  $2.6 \times 10^{-6} m^3/s$ . Estas variaciones permitieron los cambios de punto de operación. El tiempo de muestreo fue de  $t_s=0.25$  s.

Se presenta el primer caso en el que utilizamos multi-modelos + filtro de Kalman, el pasaje entre modelos se presenta en la figura 3, el cual depende de la evolución del flujo de entrada del fluido frío ( $v_c$ ) como se muestra en la figura 2.



Fig. 2. Flujo de entrada ( $v_c$ ).

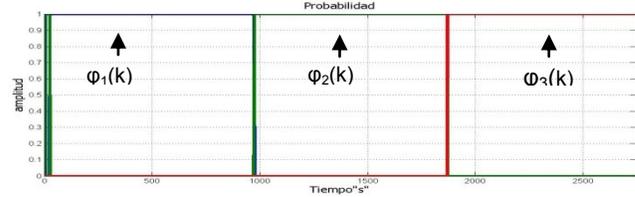


Fig. 3. Probabilidad asociada a cada modelo

El desempeño del método MML+FK tiene limitaciones en presencia de fallas. La figura 4, muestra el comportamiento del modo de probabilidad  $\phi_i(k)$  cuando una falla se produce en el instante  $kd=1625$  con una amplitud de  $3^{\circ}C$  en el sensor  $T_{ho}$ .

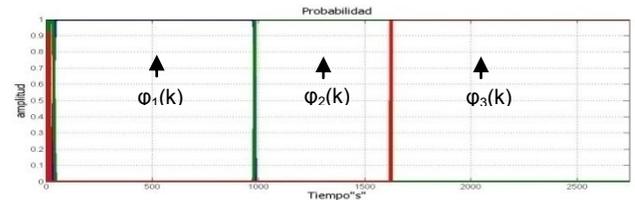


Fig 4. Probabilidad asociada a cada modelo con falla

El resultado que se ilustra en la figura 4, muestra un cambio de modelo en el instante  $kd=1625$  que es en el instante que ocurre la falla, cambia del modelo 2 al 3. En este caso en específico cambia al modelo 3, ya que la magnitud de la falla hace que él modelo 3 sea el modelo más representativo. En la figura 4, se puede apreciar como la función de activación no selecciona el modelo apropiado en forma adecuada a través del enfoque de MML+FK. Esto es debido a la existencia de dos informaciones a la vez, 1) la falla y 2) el cambio del punto de funcionamiento.

Se puede concluir que en presencia de fallas, la función de activación del modelo no es capaz de elegir o dar la contribución del modelo más apropiado, por lo tanto, se necesita un vector de residuos insensible a las fallas para así determinar la contribución de cada modelo sin que se vea afectado por la falla.

En el mismo contexto, un banco de tres filtros de Kalman desacoplados es utilizado para lograr obtener la solución propuesta [11, 12]. Con el fin de diseñar un filtro de Kalman desacoplado (FKD) que detecte fallas de sensor, se utiliza la técnica de estados aumentados, donde las fallas de sensor son consideradas como fallas de actuador [10]. Con esto las fallas de sensor pueden ser detectadas, localizadas y estimadas.

Cada FKD está diseñado con los criterios estudiados en [12], la condición del rango ( $\forall i, rango(C_i F_i) < 2$ ) debe ser satisfecha. Con este filtro se obtienen 2 residuos ( $\Omega$  y  $\gamma$ ), se rediseña la probabilidad de Bayes utilizando el residuo insensible a las fallas ( $\gamma$ ) [11] para efectuar la función de ponderación que permita la selección del modelo..

Se utilizan los mismos puntos de operación de la tabla 3 y la misma señal de entrada de la figura 2 y tenemos la falla que

se produce en el instante  $kd=1625$  con una amplitud de  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$  en el sensor  $T_{ho}$ . En la figura 5 se pueden observar la estimación de las variable de estado  $T_{ho}$  con falla.



Fig. 5. Comparación entre  $T_{ho}$  y  $\hat{T}_{ho}$  estimada, con una falla en  $T_{ho}$  de  $3^{\circ}\text{C}$  al tiempo  $kd=1625$ .

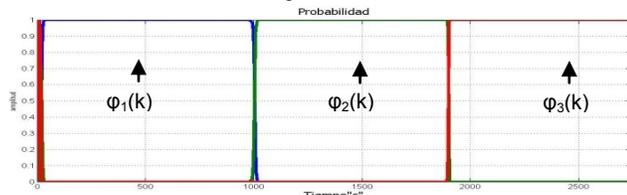


Fig. 6 Probabilidad asociada a cada modelo con falla.

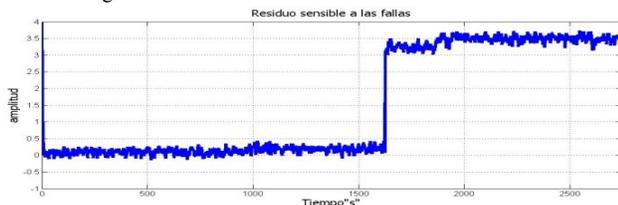


Fig. 7 Residuo sensible a fallas

En la figura 7, se puede observar el residuo sensible a las fallas, donde se puede constatar que en el tiempo  $kd=1625$  se produce una falla de magnitud  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Eso quiere decir que nuestro enfoque detecta, localiza y estima la falla.

En la figura 6, se presenta la probabilidad de cada modelo. Como se puede observar la función de activación de los modelos, es válida aun en presencia de fallas. Esto quiere decir que el pasaje de modelos es influenciado únicamente por el cambio de modelo y no por la aparición de fallas.

Se pone en evidencia que en presencia de fallas, el enfoque multi-modelos + filtro de Kalman desacoplado, logra detectar, localizar y estimar la falla, además de que la función de activación no se ve afectada por la presencia de las fallas y nos da la contribución del mejor modelo. Ahora se propone validar el método experimentalmente.

## V. CONCLUSIONES

Se puede concluir según se ha observado a lo largo de este trabajo, se tiene un enfoque que permite detectar, localizar y estimar las fallas y a la vez determinar la contribución de cada modelo por medio de la estimación de la función de activación.

Los resultados obtenidos permiten concluir, que efectivamente cuando el residuo se ve afectado por dos informaciones que son: el cambio de modelo y la presencia

de fallas, la estructura multi-modelos con filtro de Kalman presenta un mal funcionamiento en la función de activación. Debido a lo anterior se presentó una solución en la que se tiene una estructura multi-modelo con filtro de Kalman desacoplado, este filtro nos permite tener dos residuos: un residuo insensible a las fallas y el otro sensible a estas.

Con el residuo insensible a las fallas, se calcula la función de ponderación de cada modelo, por medio de la probabilidad bayesiana, por lo tanto, el pasaje de modelos no se ve afectado por la presencia de fallas. Con el residuo sensible a fallas, se detecta, se localiza y se estima la falla.

Con el caso de estudio presentado en este trabajo (Intercambiador de calor) se corroboró el mal funcionamiento de la estructura multi-modelo con filtro de Kalman estándar, y también se corroboró que la solución propuesta si satisface la teoría estudiada.

## VI. REFERENCIAS

1. Anshuman Bhagwat, R.S., P. R. Krishnaswamy, *Multi-linear model based fault detection during process transitions*. Chemical Engineering Science, 2002. **58**: p. 1649-1670.
2. Patton, R.J., *Robust model-based fault diagnosis, the state of the art*. Ifac-Symposium SAFEPROCESS, 1994.
3. Gertler, J.J., *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*. Dekker, New York., 1998.
4. Theilliol, D., Ponsart, J. C., and Noura, H., *Sensor fault diagnosis and accommodation based on analytical redundancy: Application to a three-tank system*. SAFEPROCESS, 2000: p. 542-547.
5. Frank, P., *Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge based redundancy*. Automatica, 1990. **26**: p. 459-474.
6. A.Banerjee, Y.A., R. Pearson and B. Orgunnaik, *H Control of Nonlinear Process Using Multiple Linear Models*. Proceedings 3rd European Control Conference, Rome, Italy, 1995: p. 2671-2676.
7. Yu-Gent Xi, F.W., and Guo-Hua Wu Romagnoli, *Nonlinear Multi-Model Predictive Control*. Proceedings 13th Triennial World Congress, San Francisco-California, USA, 1996: p. 485-490.
8. May-Win, L.T., and Eduardo A. Misawa, *A Parellel Observer System for Multirate State Estimation*. Proceedings of the American Control Conferences, San Diego-California, USA, 1999: p. 3885-3889.
9. A. Banerjee, a.Y.A., *Model Predictive Control of Plant Transitions Using a new Identification Technique for Interpolating Nonlinear Models*. Journal of Process Control, UK, 1998. **8**: p. 457-457.
10. J. Park, G.R., W. Ribbens, *On the representation of sensors faults in fault detection filters*. Automatica 1994. **30**: p. 1793-1795.
11. Adam, M.M., *Diagnóstico de fallas de un sistemas con representación multimodelo lineal e invariante en el tiempo*, in *Automatica*. 2004, Henri Poincaré: Nancy, Francia.
12. Keller, J.Y., *Fault isolation filter design for linear stochastic systems*. Automatica, 1999. **35**: p. 1701-1706.
13. Kakac, S.y.H.L., *Heat exchangers selection, rating, and thermal design*. Crc Press., 2002.
14. E. Weyer, G.S.y.K.H., *box fault detection of heat exchangers*. Control engineering practice, 2002. **8**: p. 121-131.