Determinación de los requerimientos de par, velocidad angular y potencia para el motor de un vehículo eléctrico

M. Durán[a,b], G. Guerrero-Ramírez[a] y A. Claudio[a]
mduran@cenidet.edu.mx, gerardog@cenidet.edu.mx, peabraha@cenidet.edu.mx
[a]Depto. de Ingeniería Electrónica, CENIDET
Int. Internado Palmira S/N, Col. Palmira,
CP 62490, Cuernavaca, Mor. México.
Tel.: +52 (777) 3627770

[b]FIE - Universidad de Colima
Carretera Manzanillo - Barra de Navidad km. 20
C.P. 28860 Manzanillo, Col., México.
Tel.: +52 (314) 3311207

***Resumen*—En este artículo se desarrolla el modelo matemático de la parte mecánica de un vehículo eléctrico (VE), conformada por la transmisión, las ruedas, y la masa total de sus componentes. Así mismo se estudian diferentes ciclos de conducción empleados para evaluar el desempeño de vehículos. Además, la simulación en MATLAB® del modelo obtenido se presenta con el objetivo de conocer las características de par, potencia y velocidad angular del motor eléctrico que se debe emplear en el VE para obtener un desempeño deseado.**

Palabras clave: Vehículos eléctricos, modelado, simulación, tracción.

I. Introducción

Una de las tendencias actuales de investigación en la industria automotriz es tratar de utilizar fuentes de energía alternas para poder sustituir a la gasolina y reducir las emisiones contaminantes. También se busca que los vehículos resultantes sean capaces de competir con los vehículos convencionales en costo, peso, rango de recarga, confiabilidad, eficiencia, autonomía, velocidad máxima y aceleración, entre otras características.

Los vehículos eléctricos (VE) son una alternativa atractiva, debido a que no usan motores de combustión interna y por lo tanto no tienen todas las desventajas asociadas a estos. Existen diferentes tipos de VE cuya principal diferencia es la fuente primaria de energía. Así, se tienen VE en base a celdas de combustible y VE alimentados por baterías (Larminie y Lowry, 2003).

En los últimos años se han realizado diversos trabajos de investigación sobre VE. En la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) se construyeron tres prototipos de VE: dos pequeños autobuses y una camioneta (Chicurel-Uziel et al, 2006). En (Perez-Pinal *et al*, 2006) se presenta el diseño de un VE impulsado por dos máquinas de inducción. En (Alcalá *et al*, 2005) se realiza un análisis de las características básicas de un VE y sus componentes principales. Un resumen de la evolución de los medios de transporte eléctrico en la ciudad de México se realiza en (Diaz Gonzalez-Palomas, 2000).

Ventajas de los VE (Conae, 2002):

- Son más eficientes que los vehículos con motor de combustión interna.
- No producen emisiones contaminantes en el lugar de operación.
- Tienen costos de mantenimiento menores.
- Son más confiables que los vehículos con motor de combustión interna.
- El sistema de frenado tiene a su vez capacidad regenerativa de potencia.
- Son más fáciles de manejar.

Este trabajo está enmarcado en la línea de investigación de vehículos eléctricos que se desarrolla en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET). Como parte de esta línea de investigación, se pretende convertir un vehículo subcompacto de combustión interna a VE, para esto es necesario retirar el motor de combustión interna y posteriormente colocar el motor eléctrico y los dispositivos necesarios para su funcionamiento (banco de baterías, convertidores electrónicos, etc.).

El modelar la parte mecánica del VE es útil para poder determinar el par y la potencia requeridos del motor eléctrico, a partir de un patrón de velocidad deseado.

El presente artículo está desarrollado de la siguiente manera: en la sección II se desarrolla el modelado de la parte mecánica del VE. En la sección III se muestran algunos ciclos de conducción susceptibles a desarrollarse por VE en zonas urbanas. Los resultados de las simulaciones para el modelo obtenido se presentan en la sección IV. En la sección V se hace un análisis de los resultados de simulación para seleccionar el motor adecuado para el VE. Finalmente, las conclusiones y la descripción de trabajos futuros conforman la sección VI.

II. Modelado de la parte mecánica del VE

El estudio de sistemas dinámicos es una parte fundamental de la teoría de control, ya que para poder obtener el desempeño deseado de un sistema es necesario primero conocer su respuesta ante las distintas condiciones de operación. Una forma de entender la dinámica de un sistema es la obtención de un modelo matemático abstracto, el cual es obtenido mediante la aplicación de leyes físicas que rigen su comportamiento, como las leyes de Kirchhoff para sistemas eléctricos o las leyes de Newton para sistemas mecánicos (Ogata, 2003). Este modelo matemático es un conjunto de ecuaciones diferenciales (o en diferencias) que representan de forma aproximada la respuesta del sistema.

En esta sección se obtiene el modelo de la parte mecánica del VE, la cual se entenderá como el conjunto formado por: la transmisión, las ruedas, y la masa total de sus componentes (baterías, convertidores electrónicos, motor/generador eléctrico, transmisión, carrocería, chasis, etc.). Como entrada a este sistema se considera el par desarrollado por el motor, y como salida la velocidad del VE.

Por lo tanto el modelo matemático de la parte mecánica puede servir para dos fines:

1. Evaluar la aceleración y velocidad máximas del VE, a partir del par desarrollado por el motor eléctrico.
2. Conocer el par requerido para que el VE desarrolle un determinado patrón de velocidad.

En este trabajo se utiliza dicho modelo con el fin descrito en el inciso 2, determinar las características del motor eléctrico que impulsara al VE. Para modelar la parte mecánica del VE es necesario determinar la ecuación diferencial relacionada con las fuerzas actuantes en el VE y su velocidad, y también es necesario conocer las ecuaciones que modelan la transmisión del VE.

A. *Fuerza de Tracción*

La fuerza de tracción F_{te} es la que impulsa al VE hacia adelante, transmitida al suelo a través de los neumáticos. El primer paso para obtener el modelo de la parte mecánica del VE es encontrar la ecuación diferencial que relaciona esta fuerza de tracción con la velocidad del VE. Esta ecuación diferencial se obtiene aplicando la segunda Ley de Newton, por lo que es necesario identificar las fuerzas que actúan sobre el VE, las cuales se muestran en la figura 1 (Larminie y Lowry, 2003), (Husain, 2003), (Gillespie, 1992) y (Rajamani, 2006).

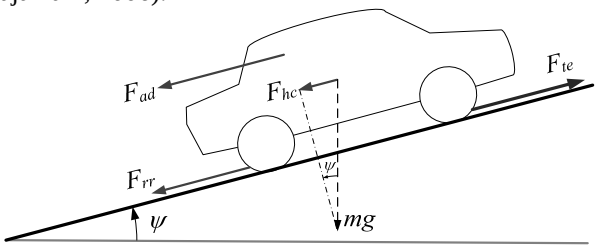

Figura 1. Fuerzas actuantes sobre el VE en una pendiente

La fuerza de fricción F_{rr} entre los neumáticos y la superficie sobre la cual se mueve el vehículo está dada por:

$$F_{rr} = \mu_{rr} mg \cos(\psi)\,\mathrm{sign}(v) \tag{1}$$

donde μ_{rr} es el coeficiente de fricción, m es la masa del vehículo en kg, g = 9.8 m/s^2 es la aceleración debida a la gravedad, ψ es el ángulo de inclinación de la pendiente, v es la velocidad lineal del VE en m/s y la función sign(v) está definida por:

$$\mathrm{sign}(v) = \begin{cases} 1 & v > 0 \\ 0 & v = 0 \\ -1 & v < 0 \end{cases}$$

La fuerza de fricción con el viento es:

$$F_{ad} = \tfrac{1}{2}\rho A C_d v^2 \tag{2}$$

donde ρ = 1.25 kg/m^3 es la densidad del aire, A es el área frontal del VE en m^2 y C_d es el coeficiente aerodinámico.

La fuerza F_{hc} es la componente del peso del VE a lo largo de la pendiente,

$$F_{hc} = mg\,\mathrm{sen}(\psi) \tag{3}$$

Aplicando la segunda ley de Newton al VE:

$$F_{te} - F_{rr} - F_{ad} - F_{hc} = ma \tag{4}$$

donde a es la aceleración del VE en m/s^2 y F_{te} es la fuerza de tracción proporcionada por el motor eléctrico a través de la transmisión.

Despejando F_{te} en (4) y sustituyendo (1), (2) y (3), se obtiene la ecuación diferencial que relaciona la F_{te} con la velocidad.

$$F_{te} = ma + \mu_{rr} mg \cos(\psi)\,\mathrm{sign}(v) + \tfrac{1}{2}\rho A C_d v^2 + mg\,\mathrm{sen}(\psi) \tag{5}$$

Esta ecuación es útil para determinar la fuerza necesaria de tracción para obtener un patrón de velocidad y aceleración deseadas para el VE.

B. *Transmisión*

Para la transmisión se considera como entrada el par del motor y como salida la fuerza de tracción en los neumáticos. Si se considera una transmisión simple, representada en la figura 2, es necesario considerar las siguientes ecuaciones que modelan esta transmisión:

$$T = \frac{r}{\eta_g G} F_{te} \tag{6a}$$

$$T = \eta_g \frac{r}{G} F_{te} \tag{6b}$$

donde r es el radio del neumático en m, η_g es la eficiencia de la transmisión, G es el cociente de reducción de velocidad angular de la transmisión, T es el par proporcionado por el motor eléctrico en N·m.

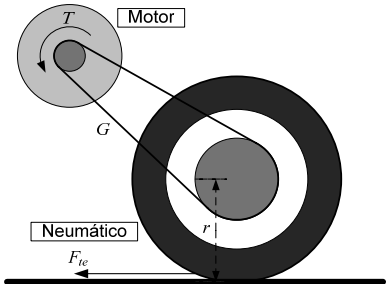

Figura 2. Representación de la transmisión del VE

La ecuación (6a) se utiliza cuando la máquina eléctrica entrega potencia mecánica, es decir, funciona como motor (condiciones normales de operación) y la ecuación (6b) se utiliza cuando la máquina eléctrica recibe potencia mecánica, es decir, funciona como generador (frenado regenerativo).Con las ecuaciones (6a) y (6b) es posible calcular el par necesario para mover el VE a partir de la fuerza de tracción. Así mismo, de la figura 2 se puede obtener la relación entre la velocidad v del VE y la velocidad angular ω del motor en rad/s.

$$\omega = G\frac{v}{r} \tag{7}$$

III. Ciclos de conducción

Existen dos tipos de pruebas que se pueden realizar con respecto al desempeño de un vehículo. La primera, y más simple, es la prueba a velocidad constante, sin embargo, es una prueba poco realista debido a que un vehículo generalmente no trabaja a velocidad constante (Larminie y Lowry, 2003). La segunda prueba, más útil y compleja, es evaluar el desempeño del vehículo usando un perfil de velocidades cambiantes, llamado ciclo de conducción. Existe un gran número de ciclos de conducción que se han desarrollado mediante la observación de los patrones de conducción típicos e intentan representar los perfiles de velocidad reales en diferentes condiciones.

En la literatura (Larminie y Lowry, 2003), (Husain, 2003), (Emadi, 2005), (Ferreira *et al*, 2008), (Gao *et al*, 2007) se reportan varios ciclos de conducción diseñados para diferentes tipos de vehículos y condiciones de operación. A continuación se presentan algunos ciclos de conducción que pueden ser empleados para VE en zonas urbanas, los primeros tres fueron desarrollados para medir las emisiones contaminantes de vehículos de combustión interna, y el último fue desarrollado específicamente para VE:

- *Federal Urban Driving Schedule* (FUDS). Es un ciclo de conducción desarrollado en USA con una duración de 1500 s y se muestra en la figura 3.
- *Simplified Federal Urban Driving Schedule* (SFUDS). Es una versión simplificada del FUDS, el cual tiene una duración de únicamente 360 s, ver figura 4. Comparte algunas características con el FUDS como son: velocidad promedio, porción de tiempo inactivo (a velocidad cero), aceleración máxima y desaceleración máxima (frenado).
- ECE-15. Es un ciclo de conducción de la comunidad europea para zonas urbanas (figura 5), el cual es útil para probar el desempeño de vehículos pequeños, por ejemplo, un VE alimentado por baterías (Larminie y Lowry, 2003)
- SAE J227a. Es un estándar de la Asociación de Ingenieros Automotrices (SAE, por sus siglas en inglés *Society of Automotive Engineers*) el cual fue desarrollado específicamente para VE, figura 6. Consta de 4 versiones, cuyos parámetros se presentan en la tabla I. Cada ciclo consta de varias fases: aceleración, velocidad constante, sin aplicar potencia (*coast*), frenado e inactividad (velocidad cero). La fase donde no se aplica potencia, la velocidad no está especificada, pero la fuerza de tracción es cero, y el cambio de velocidad depende de la dinámica del VE (ecuación (5)). La versión más utilizada es la C, la cual es adecuada para VE pequeños para uso en zonas urbanas. Las versiones A y B se usan algunas veces para VE de propósito especial, por ejemplo, de reparto (Larminie y Lowry, 2003).

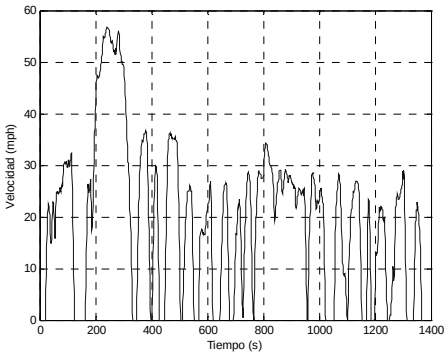

Figura 3. FUDS

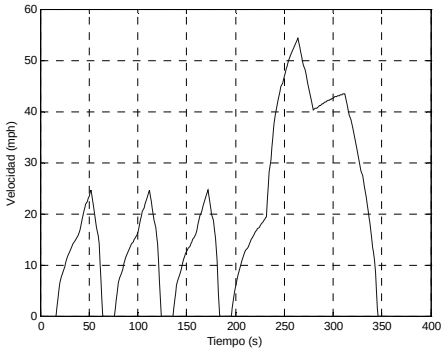

Figura 4. SFUDS

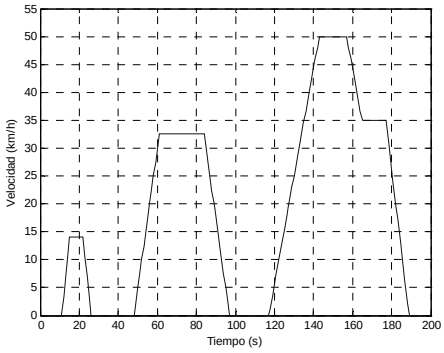

Figura 5. ECE-15

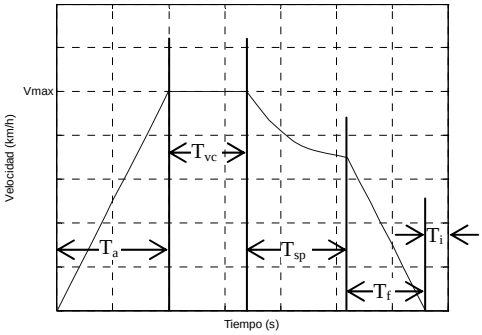

Figura 6. SAE J227a

TABLA I
Parámetros para las cuatro variaciones del SAE J227a

Parámetro	Ciclo A	Ciclo B	Ciclo C	Ciclo D
Velocidad máxima, Vmax (km/h)	16	32	48	72
Tiempo de aceleración, T_a (s)	4	19	18	28
Tiempo de velocidad constante, T_{vc} (s)	0	19	20	50
Tiempo sin potencia, T_{sp} (s)	2	4	8	10
Tiempo de frenado, T_f (s)	3	5	9	9
Tiempo de inactividad, T_i (s)	30	25	25	25
Tiempo total, T_t (s)	39	72	80	122

IV. Simulación

Con los avances en computación actuales es posible usar el modelo matemático para realizar una simulación digital del comportamiento del sistema ante determinadas condiciones de operación.

Con las ecuaciones obtenidas en la sección II y utilizando el diagrama de flujo de la figura 7, se realizaron las simulaciones en MATLAB® del modelo de la parte mecánica del VE para conocer, el par T, la velocidad angular ω y la potencia P requeridas al motor eléctrico a partir de un ciclo de conducción, considerando un VE cuyos parámetros se muestran en la tabla II. Todas las simulaciones se realizaron empleando el sistema internacional de unidades.

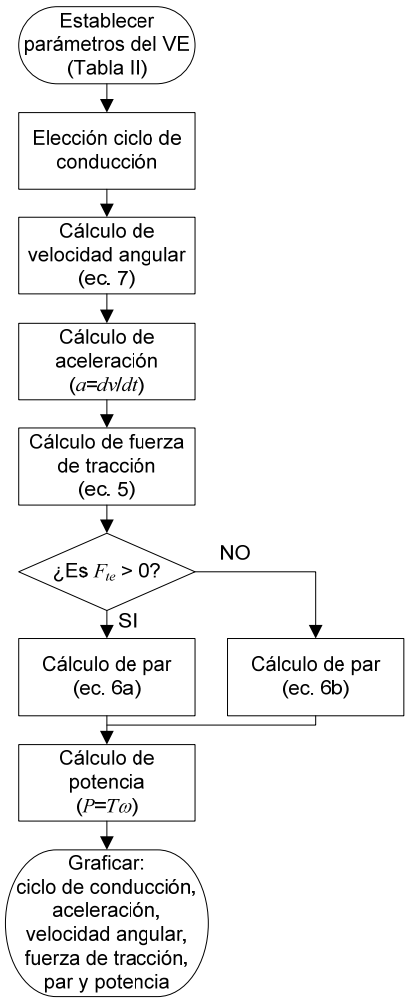

Figura 7. Diagrama de flujo

TABLA II
Parámetros del VE

Parámetro	Valor
Masa, m	1366 kg
Coeficiente aerodinámico, C_d	0.23
Área frontal, A	2.66 m^2
Coeficiente de fricción, μ_{rr}	0.015
Cociente de la transmisión, G	5.5
Eficiencia de la transmisión, η_g	0.95
Radio del los neumáticos, r	0.2876 m

En las figuras 8 a 13 se presentan los resultados de la simulación utilizando el SAE J227a-C (ver tabla I, sección III), este ciclo fue elegido entre los mencionados en la sección anterior por tratarse de un ciclo de conducción diseñado específicamente para VE.

En la figura 8 se muestra el SAE J227a-C con la velocidad dada en m/s. La aceleración correspondiente a este ciclo de conducción se presenta en la figura 9, se pueden apreciar cinco etapas: la primera con aceleración positiva (0 a 18s), la segunda a velocidad constante (18 a 38s), la tercera sin aplicar potencia con una pequeña aceleración negativa (38 a 46s), la cuarta con aceleración negativa en este caso frenado (46 a 55s) y la quinta con velocidad cero (55 a 80s).

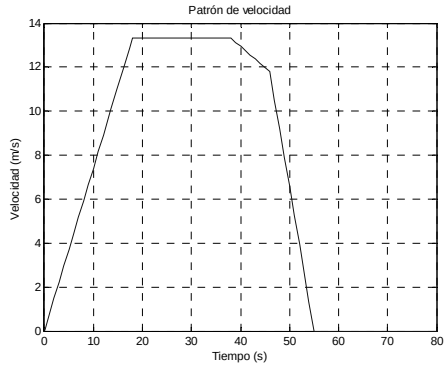

Figura 8. Ciclo de conducción SAE J227a-C

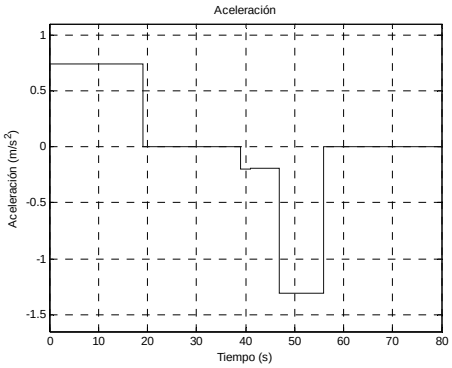

Figura 9. Aceleración

La velocidad angular del motor, figura 10, se calcula a partir del patrón de velocidad propuesto, usando la ec. (7). Es necesario tomar en cuenta esta velocidad angular al momento de seleccionar el motor eléctrico del VE, debido a que los motores eléctricos tienen una cierta velocidad de

operación máxima dada en las hojas de especificaciones del fabricante. En este caso para desarrollar el ciclo de conducción SAE J227a-C la velocidad angular máxima es 254.98 rad/s.

En la figura 11 se muestra la fuerza de tracción necesaria para obtener el patrón de velocidad propuesto, esta se calcula con la ec. (5), y a partir de esta fuerza de tracción es posible conocer el par necesario del motor eléctrico, figura 12, aplicando la ecuación (6a) o (6b) según sea el caso. En la selección del motor eléctrico para el VE es necesario considerar este par requerido, en este caso el par máximo es de 78.98 N·m. Finalmente en la figura 13 se muestra la potencia que debe entregar el motor eléctrico, la cual se calcula mediante $P=T\omega$, es decir, multiplicando el par del motor por su velocidad angular. La potencia es un parámetro muy importante en la elección del motor eléctrico, por lo que esta simulación es de gran ayuda en su elección. La potencia máxima en este caso es 17.97 kW.

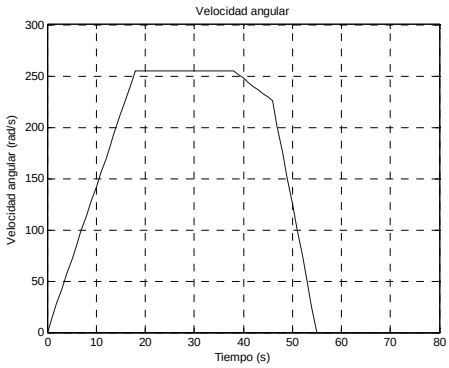

Figura 10. Velocidad angular del motor

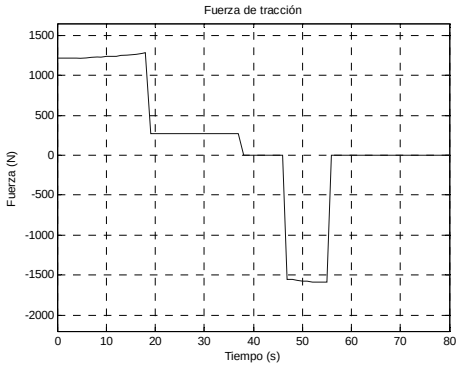

Figura 11. Fuerza de tracción requerida

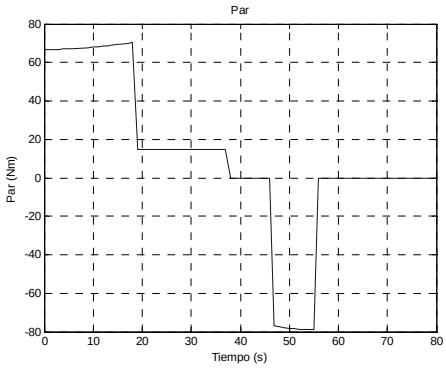

Figura 12. Par requerido del motor

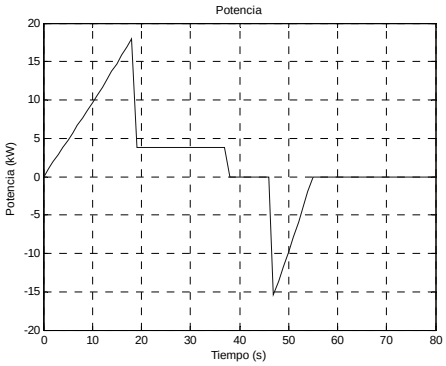

Figura 13. Potencia demandada al motor eléctrico

Adicionalmente se realizaron las simulaciones utilizando los ciclos SAE J227a-D, FUDS, SFUDS y ECE-15. En la tabla III se presentan de manera resumida los resultados de las simulaciones realizadas, haciendo énfasis en los valores máximos de la velocidad angular, el par y la potencia. También se presentan los valores para el par y la potencia a velocidad constante (crucero), etiquetados como nominales. Para los ciclos FUDS y SFUDS la velocidad varia constantemente y no fue posible determinar estos valores.

TABLA III.
Resultados de la simulación

Ciclo de conducción	Variable	Valor
SAE J227a-C	$\omega_{máxima}$	254.98 rad/s
	$T_{nominal}$	14.79 N·m
	$T_{máximo}$	78.98 N·m
	$P_{nominal}$	3.77 kW
	$P_{máxima}$	17.97 kW
SAE J227a-D	$\omega_{máxima}$	382.48 rad/s
	$\boldsymbol{T_{nominal}}$	***19.47 N·m***
	$T_{máximo}$	132.19 N·m
	$\boldsymbol{P_{nominal}}$	***7.45 kW***
	$\boldsymbol{P_{máxima}}$	***35.05 kW***
FUDS	$\boldsymbol{\omega_{máxima}}$	***484.73 rad/s***
	$T_{nominal}$	NA
	$\boldsymbol{T_{máximo}}$	***132.37 N·m***
	$P_{nominal}$	NA
	$P_{máxima}$	33.39 kW
SFUDS	$\omega_{máxima}$	464.81 rad/s
	$T_{nominal}$	NA
	$T_{máximo}$	123.91 N·m
	$P_{nominal}$	NA
	$P_{máxima}$	26.28 kW
ECE-15	$\omega_{máxima}$	265.61 rad/s
	$T_{nominal}$	15.11 N·m
	$T_{máximo}$	84.47 N·m
	$P_{nominal}$	4.01 kW
	$P_{máxima}$	14.68 kW

NA – No aplica

V. Elección del motor eléctrico

En base a los resultados de simulación obtenidos en la sección anterior, es posible realizar la selección del motor eléctrico que impulsara al VE.

En la tabla III se marcaron en negrita y cursiva los valores máximos para cada una de las variables con el fin de identificarlos fácilmente.

Si se pretende que el VE, cuyos parámetros se encuentran en la tabla II, sea capaz de desarrollar los ciclos de conducción SAE J227a-C, SAE J227a-D, FUDS, SFUDS y ECE-15 es necesario contar con un motor eléctrico que reúna las siguientes características:

- Una velocidad máxima superior a 484.73 rad/s (ciclo FUDS)
- El par para desarrollar una velocidad crucero de 20m/s (ciclo SAE J227a-D) es de 19.47 N·m, por tanto el par nominal del motor debe superar este valor
- Un par máximo superior a 132.37 N·m (ciclo FUDS)
- La potencia a velocidad crucero de 20 m/s (ciclo SAE J227a-D) es de 7.45 kW, que es el valor mínimo de la potencia nominal del motor
- Una potencia máxima de al menos 35.05 kW (ciclo SAE J227a-D)

Existen diferentes tipos de motores eléctricos, por ejemplo, de corriente directa con escobillas, de corriente directa sin escobillas, de inducción, síncrono y de reluctancia variable por mencionar algunos. Sin embargo, la comparación de los diferentes tipos de motores y la elección del tipo de motor para el VE está fuera del alcance de este trabajo.

En el VE del CENIDET se empleará un motor de inducción trifásico tipo jaula de ardilla, debido a su bajo costo, buen desempeño, gran disponibilidad en el mercado y necesidad de poco mantenimiento.

VI. Conclusiones

El modelo obtenido para la parte mecánica del VE en conjunto con su simulación es de gran utilidad en la selección del motor eléctrico del VE. Sin embargo es necesario aclarar que como todo proceso de modelado y simulación es propenso a errores y los resultados deben de tomarse sólo como una guía para la selección del motor, ya que los resultados experimentales pueden variar debido principalmente a dinámicas no modeladas y a inexactitud en los parámetros.

La fuerza de tracción, par y potencia negativa de las figuras 11, 12 y 13 respectivamente están asociados al frenado regenerativo, en el caso en que el VE cuente con este.

Todos los ciclos de conducción encontrados en la literatura consideran que el movimiento del vehículo es sobre un plano horizontal sin inclinación, lo cual es una condición poco realista, sobre todo en una ciudad como Cuernavaca, Morelos la cual se caracteriza por sus múltiples pendientes. Actualmente se está trabajando en la realización de un ciclo de conducción que se aproxime mejor a las condiciones de operación a las cuales será sometido el VE del CENIDET, para realizar este ciclo de trabajo se realizarán una serie de mediciones de la velocidad de un vehículo de combustión interna circulando en las inmediaciones del CENIDET.

Una vez que se cuente con el prototipo del VE se trabajará en la implementación de un controlador que haga un uso eficiente de la energía aplicando un sistema de frenado regenerativo.

VII. Agradecimientos

Al CENIDET por las facilidades prestadas para la realización de este trabajo. A los proyectos DGEST, clave 610.07-P y clave UR-CEN2-07 por el financiamiento para la realización de este trabajo. Al PROMEP y la Universidad de Colima, por el apoyo otorgado para realizar los estudios de doctorado del primer autor.

Referencias

Alcalá, I.; Claudio, A.; Guerrero, G.V. (2005). Analysis of propulsion systems in electric vehicles. 2nd International Conference on Electrical and Electronics Engineering, 2005, pp. 309-313

Chicurel-Uziel, R.; Carmona-Paredes, G.; Chicurel-Uziel, E.; Gutierrez-Martinez, F. (2006). Contribution of the National University of Mexico to Electric Vehicle Technology. Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference, 2006, Vol. 1, pp. 123-130

Conae (2002). Ficha Técnica: Vehículo Eléctrico, Comisión Nacional para el Ahorro de Energía México, www.conae.gob.mx

Diaz Gonzalez-Palomas, O.L. (2000). Environmental friendly electric transport for large cities. The case of Mexico City. International Symposium on Industrial Electronics, ISIE 2000, Vol. 1, pp. KL1 - KL4

Emadi, A. (2005). Handbook of Automotive Power Electronics and Motor Drives. CRC Press.

Ferreira, A.; Pomilio, J.; Spiazzi, G.; Silva, L. (2008). Energy Management Fuzzy Logic Supervisory for Electric Vehicle Power Supplies System. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 23, No. 1, pp. 107-115

Gao, D. W.; Mi, C.; Emadi, A. (2007). Modeling and Simulation of Electric and Hybrid Vehicles. Proceedings of the IEEE, Vol. 95, No. 4, pp. 729-745

Gillespie, T. (1992). Fundamentals of vehicle dynamics, SAE International.

Husain, I. (2003). Electric and Hybrid Vehicles, Design Fundamentals. CRC Press.

Larminie, J. y Lowry, J. (2003). Electric Vehicle Technology Explained. John Wiley & Sons Ltd.

Ogata, K. (2003). Ingeniería de Control Moderna. Cuarta edición, Prentice Hall.

Perez-Pinal, F.J.; Nuñez, G.; Alvarez, R.; Gallegos, M. (2006). Step by step design procedure of an Independent-Wheeled Small EV applying EVLS. IEEE Annual Conference on Industrial Electronics, IECON 2006, pp. 1176 - 1181

Rajamani, R. (2006). Vehicle Dynamics and Control, Springer.