

# Modelado y Análisis de Interacción de un Generador Eólico para Control Multivariable

Eduardo González<sup>a</sup>, Francisco Vázquez<sup>b</sup>, Fernando Morilla<sup>c</sup> y Aurelio Beltrán<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Universidad Autónoma de Zacatecas, Av. Ramón López Velarde 801, Zacatecas, México  
migonzal492@yahoo.com.mx, Teléfono: (52)-492-9279981

<sup>b</sup>Universidad de Córdoba, España, fvazquez@uco.es

<sup>c</sup>UNED, Madrid, España, fmorilla@dia.uned.es

**Resumen**—En este trabajo se analizan las características principales de un sistema de generación eléctrica impulsado por el viento, esto con la finalidad de obtener un modelo matemático que sea útil para aplicar un esquema de control multivariable. Para ello se realiza el estudio de la aerodinámica del generador, las fuerzas en el mecanismo de rotación y la potencia producida, resultando un modelo dinámico no lineal que describe el comportamiento del sistema electromecánico. Este modelo se linealiza obteniendo una matriz de funciones de transferencia de  $2 \times 2$ , cuyas salidas son la velocidad angular del rotor y la potencia producida. Como entradas se consideran el ángulo de orientación de las aspas de la hélice y la corriente de campo en el generador eléctrico. A partir de los parámetros de un generador eólico de media potencia, se hace el análisis de interacción del proceso bajo diversas condiciones de operación, dictadas por la velocidad del viento y la eficiencia en la generación de potencia. Finalmente, se plantean las estrategias a seguir en el diseño e implementación de un esquema de control multivariable.

**Palabras clave:** Generador Eólico, Control Multivariable, Modelado e Interacción.

## I. INTRODUCCIÓN

Debido a la crisis mundial de energía que existe en la actualidad, ha crecido el interés por los sistemas de generación eléctrica aprovechando la fuerza del viento (Nagai et. al., 2009) - (Srinivasa and Murthy, 2009). En la Unión Europea desde 1990 se ha mantenido un crecimiento anual del 20%, motivado principalmente por el desarrollo de generadores eléctricos libres de emisiones de carbón (Boukhezzar et. al., 2007). Para que esta fuente alterna de energía sea viable, es necesario que los generadores eólicos continúen mejorando. Esto implica que los sistemas de control empleados en estos procesos, deben mantener una generación eficiente de electricidad bajo condiciones ambientales cambiantes, que consisten en variaciones importantes tanto en la magnitud como en la dirección del viento. Lo anterior no es una tarea fácil, ya que se trata de sistemas multivariable con fuertes no linealidades y considerables restricciones (Nagai, 2009) - (Srinivasa, 2009).

Diversas técnicas de control multivariable se han implementado en los generadores eólicos, entre las cuales

están el control Linear Parameter Varying (Ostergaard et. al., 2008),  $H_\infty$  (Rocha and Martins, 2003), Adaptable (Johnson et. al., 2008), Óptimo LQG (Selvam et. al., 2009), PID descentralizado (Wu et. al., 2002), Predictivo (Yang et. al., 2007), Lógica Difusa (Srinivasa, 2009), Redes Neuronales (Muhando et. al., 2008), entre otros.

Pero sin duda cualquiera que sea la técnica de control utilizada, es fundamental contar con un modelo matemático que describa adecuadamente el comportamiento dinámico del proceso. Es por esto que en este trabajo se ha realizado un análisis de las características principales de los generadores eólicos, revisando aspectos como la aerodinámica, las fuerzas en el mecanismo de rotación y la potencia producida, obteniendo un modelo multivariable no lineal.

Para muchas técnicas de control es necesario contar con un modelo lineal del proceso, por lo tanto también se ha realizado la linealización correspondiente, resultando una matriz de funciones de transferencia de  $2 \times 2$ , es decir un proceso TITO (Two Input Two Output). La velocidad del viento se considera como una entrada adicional tipo perturbación no manipulada.

En estos procesos la interacción es otro aspecto importante a tomar en cuenta, de tal forma que con el análisis correspondiente es posible determinar tanto el emparejamiento adecuado entre entradas y salidas, como el tipo de controlador a utilizar.

## II. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO

En la figura 1 se muestra un diagrama esquemático del generador eólico, así como de la estructura del sistema de control. Éste consiste de una hélice cuyo movimiento rotacional es impulsado por la fuerza del viento, generando el par  $\tau_a$  que hace girar el mecanismo de rotación a una velocidad angular  $\omega_r$ . Aún cuando la hélice puede desarrollar velocidades angulares de varias decenas de revoluciones por minuto, no siempre es suficiente para que un generador produzca electricidad. Es entonces necesario un sistema de transmisión de engranes para incrementarla, obteniendo la velocidad angular  $\omega_g$  que es  $N$  veces mayor que la velocidad  $\omega_r$ .

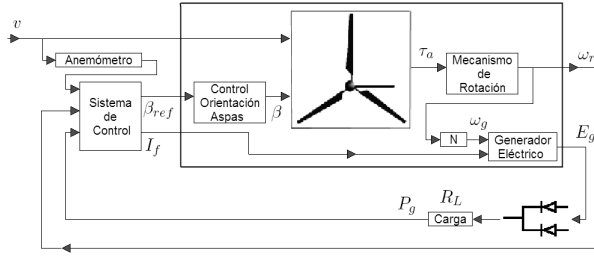


Figura 1: Diagrama de bloques del proceso.

En lo que respecta a la aerodinámica del mecanismo, se utiliza una veleta que orienta la hélice a la dirección donde sopla el viento. Pero además, las características aerodinámicas de la hélice se pueden modificar a través de un sistema de control de posición, que hace girar cada una de sus aspas un ángulo  $\beta$  sobre su propio eje (Boukhezzar, 2007). De esta forma si la velocidad del viento  $v$  es baja, es posible orientar las aspas para aumentar las propiedades aerodinámicas de la hélice e incrementar la velocidad de rotación  $\omega_r$ . En caso contrario si la velocidad del viento es muy fuerte, es conveniente reducir la aerodinámica para tratar que  $\omega_r$  no crezca demasiado, al grado de dañar el mecanismo.

Para que se produzca el voltaje  $E_g$  en la salida del generador eléctrico, no sólo se requiere una velocidad angular considerable en su eje, sino que también es necesario suministrarle un flujo de corriente de campo  $I_f$ . Una vez que se dan estas condiciones, el voltaje generado se aplica a la carga  $R_L$  produciendo la potencia  $P_g$ .

Entonces, se puede considerar que el generador eólico es un proceso multivariable con dos salidas y tres entradas. Las salidas son la velocidad angular  $\omega_r$  y la potencia  $P_g$ , mientras que las entradas son el ángulo de orientación de las aspas ajustado por  $\beta_{ref}$  y la corriente aplicada al generador eléctrico  $I_f$ . Además, las variaciones de la velocidad del viento  $v$  se tratan como una entrada no manipulada, la cual define las condiciones de operación del proceso.

### III. MODELO NO LINEAL

En esta sección se analiza el proceso en varias etapas, mecanismo de rotación, aerodinámica y finalmente el generador eléctrico. Las expresiones encontradas en cada etapa se unifican en un modelo multivariable no lineal.

#### III-A. Mecanismo de Rotación

En la figura 2 se muestra el diagrama esquemático del mecanismo de rotación. El análisis se hace en dos partes, que se denominan de baja y alta velocidad.

**Mecanismo (Baja Velocidad):** El momento de inercia en la parte de baja velocidad es:

$$J_r \dot{\omega}_r = \tau_a - B_r \omega_r - N \tau_{hs} - \tau_{ls} \quad (1)$$

donde  $J_r$  es la inercia,  $\omega_r$  es la velocidad angular de la flecha,  $\tau_a$  es el par generado por la fuerza del viento y

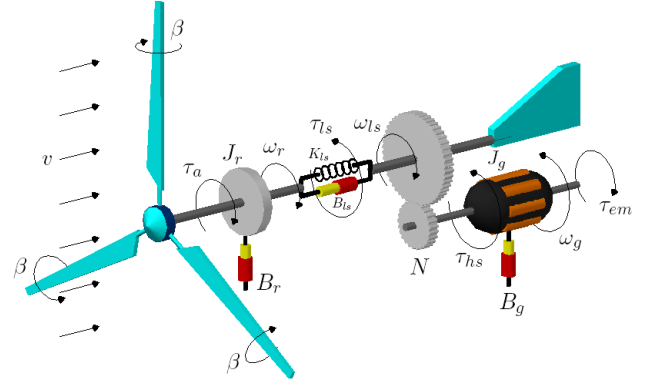


Figura 2: Mecanismo de rotación del generador eólico.

$B_r$  es el coeficiente de fricción debido a la viscosidad del lubricante. Por otro lado,  $\tau_{hs}$  es el par requerido en la parte de alta velocidad para hacer girar el eje del generador eléctrico, y que proyectado en la parte de baja velocidad se comporta como una carga que se opone a  $\tau_a$ .

Un fenómeno con comportamiento de resorte - amortiguador suele presentarse en estos mecanismos debido a la torsión de la flecha, ver figura 2 (Ostergaard, 2008). En este trabajo se analiza un generador de media potencia, en donde la flecha del rotor tiene una rigidez lo suficientemente grande para evitar su torsión, descartando este fenómeno. Esto implica que la expresión (1) puede simplificarse a:

$$J_r \dot{\omega}_r = \tau_a - B_r \omega_r - N \tau_{hs} \quad (2)$$

donde:

$$N = \frac{\omega_g}{\omega_r} \quad (3)$$

**Mecanismo (Alta Velocidad):** El momento de inercia en el eje del generador eléctrico está dado por:

$$J_g \dot{\omega}_g = \tau_{hs} - B_g \omega_g - \tau_{em} \quad (4)$$

donde  $J_g$  es la inercia del mecanismo en la parte de alta velocidad y  $B_g$  es el coeficiente de fricción viscosa del lubricante.  $\tau_{em}$  es un par que actúa como un freno, que es producido por el campo electromagnético en el rotor del generador eléctrico. Éste depende tanto de la demanda de corriente eléctrica en la carga como de la corriente de campo aplicada  $I_f$ .

**Mecanismo Completo:** Uniendo los modelos de baja y alta velocidad, se despeja el par  $\tau_{hs}$  de (4), y se sustituye en (2). Además, para simplificar el modelo se considera únicamente  $\omega_r$ :

$$J_r \dot{\omega}_r = \tau_a - B_r \omega_r - N(J_g N \dot{\omega}_r + B_g N \omega_r + \tau_{em}) \quad (5)$$

Finalmente el modelo completo del mecanismo es:

$$J_t \dot{\omega}_r = \tau_a - B_t \omega_r - \tau_g \quad (6)$$

donde:

$$J_t = J_r + N^2 J_g; \quad B_t = B_r + N^2 B_g; \quad \tau_g = N \tau_{em}$$

### III-B. Aerodinámica

El par  $\tau_a$  generado por la fuerza del viento depende de las características aerodinámicas de la hélice, en donde intervienen diversos elementos como: la forma, tamaño y orientación de sus aspas, y por supuesto, la velocidad, dirección y densidad del viento.

En este estudio se considera que gracias a la veleta incluida en la parte posterior del mecanismo, éste se orienta de forma natural hacia la dirección donde sopla el viento, ver figura 2. Una vez que el mecanismo está orientado, la cantidad de energía que se extrae del viento se regula por medio de la orientación de las aspas de la hélice. Como ya se ha dicho, cada una de ellas puede girar sobre su propio eje un ángulo  $\beta$ , modificando así las propiedades aerodinámicas (Nagai, 2009) y (Boukhezzer, 2007).

La relación entre la velocidad del viento y la velocidad angular producida en la flecha, se describe por la razón conocida como tip-speed-ratio (Muhando, 2008).

$$\lambda = \frac{\omega_r R}{v} \quad (7)$$

donde  $R$  es el radio de la hélice.

El estudio de la aerodinámica de la hélice se realiza usando la teoría Blade Element Momentum (BEM), que está basada en la teoría Glauert Propeller aplicada en generadores eólicos (Nagai, 2009) y (Selvam, 2009). Estas teorías permiten conocer la eficiencia tanto del par generado  $C_q(\lambda, \beta)$ , como de la potencia producida  $C_p(\lambda, \beta)$ , ambas en función de la razón de la velocidad del viento y la velocidad del rotor, así como del ángulo de orientación de las aspas. Las curvas que se muestran en las figuras 3 y 4, describen el comportamiento de la eficiencia aerodinámica de un generador que tiene una hélice con aspas modelo NACA4418, y que ha sido reportado en (Nagai, 2009).

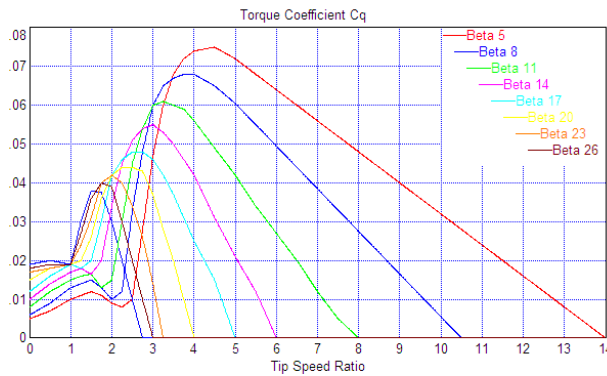


Figura 3: Distribución de la eficiencia de par  $C_q(\lambda, \beta)$ .

El par  $\tau_a$  se puede determinar por medio de la siguiente expresión (Nagai, 2009) y (Muhando, 2008), en la cual está involucrada la función  $C_q(\lambda, \beta)$ .

$$\tau_a = \frac{1}{2} \rho \pi R^3 v^2 C_q(\lambda, \beta) \quad (8)$$

donde  $\rho$  es la densidad del viento.

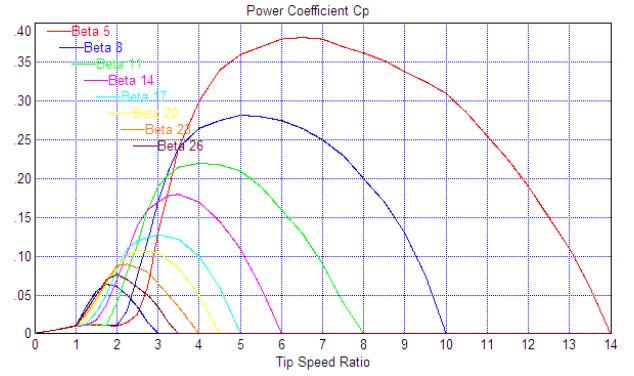


Figura 4: Distribución de la eficiencia de potencia  $C_p(\lambda, \beta)$ .

### III-C. Generador Eléctrico

Para determinar la potencia producida es necesario considerar las características del generador eléctrico. Para ello se ha elegido el generador síncrono de 3 [kW] modelo SCG3000 del fabricante Sawafuji Electric Co., Ltd, reportado en (Nagai, 2009).

Con la siguiente expresión, es posible calcular el voltaje generado en función de la velocidad  $\omega_g$  e  $I_f$ .

$$E_g = K I_f \omega_g \quad (9)$$

donde  $K$  es una constante de proporcionalidad.

Para una carga resistiva  $R_L$  la potencia producida es:

$$P_g = K^2 \left( \frac{R_L}{R_L^2 + X_g^2} \right) I_f^2 \omega_g^2 \quad (10)$$

donde  $X_g$  es la reactancia del generador y es proporcional a la velocidad angular  $\omega_g$  con un factor  $\alpha$ .

Finalmente el par electromagnético  $\tau_g$  producido es:

$$\tau_g = \frac{P_g}{\eta_g \eta_m \omega_g} \quad (11)$$

donde  $\eta_g$  es la eficiencia eléctrica del generador y  $\eta_m$  es la eficiencia del mecanismo.

### III-D. Ecuaciones del Modelo No Lineal

Del análisis anterior se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones, que describe el modelo no lineal del proceso. Se considera sólo  $\omega_r$  para simplificar el modelo.

$$J_t \dot{\omega}_r = \tau_a - B_t \omega_r - \tau_g \quad (12)$$

$$\tau_a = \frac{1}{2} \rho \pi R^3 v^2 C_q(\lambda, \beta) \quad (13)$$

$$P_g = K^2 \left( \frac{R_L}{R_L^2 + X_g^2} \right) I_f^2 N^2 \omega_r^2 \quad (14)$$

$$\tau_g = \frac{P_g}{\eta_g \eta_m N \omega_r} \quad (15)$$

## IV. LINEALIZACIÓN

En esta sección se realiza la linealización del modelo dado en (12 - 15). Los puntos de operación  $eq$  quedan definidos principalmente por la velocidad del viento  $v$  y la eficiencia de potencia  $C_p(\lambda, \beta)$ . Para obtener buena eficiencia se debe cumplir que  $\lambda \approx 6$  y  $C_q(\lambda, \beta) \geq 0.3$ , ver figura 4.

## IV-A. Expansión en Series de Taylor

*Linealización de  $\tau_a$ :* Aplicando las derivadas parciales en (13) sobre el punto de operación  $eq$ :

$$\tilde{\tau}_a = \left[ \frac{\partial \tau_a}{\partial v} \right]_{eq} \cdot \tilde{v} + \left[ \frac{\partial \tau_a}{\partial \beta} \right]_{eq} \cdot \tilde{\beta} \quad (16)$$

Se obtiene el resultado:

$$\tilde{\tau}_a = \rho \pi R^3 v_{eq} C_q(\lambda, \beta)_{eq} \cdot \tilde{v} + \frac{1}{2} \rho \pi R^3 v_{eq}^2 (-0.007) \cdot \tilde{\beta} \quad (17)$$

Para evaluar  $\frac{\partial C_q(\lambda, \beta)}{\partial \beta}$  se ha hecho el siguiente análisis. De la figura 3 considere la variación el valor de  $C_q(\lambda, \beta)$  en función de  $\beta$ , para un valor fijo de  $\lambda$  igual a 6. Como puede apreciarse se tiene una relación aproximadamente lineal, donde  $\beta$  cubre el intervalo de 5 a 14, y  $C_q$  de 0.064 a 0. A partir de la ecuación de la línea recta se encuentra un expresión que describe esta variación:

$$C_q(\lambda, \beta)|_{\lambda=6} = -0.0077(\beta - 5) + 0.063 \quad (18)$$

Regresando a la expresión (17), ésta se puede simplificar:

$$\tilde{\tau}_a = b_1 \tilde{v} + b_2 \tilde{\beta} \quad (19)$$

donde:

$$\begin{aligned} b_1 &= \rho \pi R^3 v_{eq} C_q(\lambda, \beta)_{eq} \\ b_2 &= \rho \pi R^3 v_{eq}^2 (-0.007) \end{aligned}$$

Finalmente se sustituye (19) en (12):

$$J_t \dot{\tilde{\omega}}_r = b_1 \tilde{v} + b_2 \tilde{\beta} - B_t \tilde{\omega}_r - \tilde{\tau}_g \quad (20)$$

*Linealización de  $\tau_g$ :* Siguiendo el mismo procedimiento en (15), en donde las variables involucradas son  $I_f$  y  $\omega_r$ :

$$\tilde{\tau}_g = \left[ \frac{\partial \tau_g}{\partial I_f} \right]_{eq} \cdot \tilde{I}_f + \left[ \frac{\partial \tau_g}{\partial \omega_r} \right]_{eq} \cdot \tilde{\omega}_r \quad (21)$$

Evaluando las derivadas parciales se obtiene que:

$$\tilde{\tau}_g = b_3 \tilde{I}_f + b_4 \tilde{\omega}_r \quad (22)$$

donde:

$$\begin{aligned} b_3 &= \frac{2K^2 N}{\eta_g \eta_m} \left( \frac{R_L}{R_L^2 + X_g^2} \right) I_{feq} \omega_{req} \\ b_4 &= \frac{K^2 N}{\eta_g \eta_m} \left( \frac{R_L}{R_L^2 + X_g^2} \right) I_{feq}^2 \end{aligned}$$

Sustituyendo (22) en (20):

$$J_t \dot{\tilde{\omega}}_r = b_1 \tilde{v} + b_2 \tilde{\beta} - B_t \tilde{\omega}_r - b_3 \tilde{I}_f - b_4 \tilde{\omega}_r \quad (23)$$

*Linealización de  $P_g$ :* La expansión en series de Taylor en (14), involucra las variables  $I_f$  y  $\omega_r$ :

$$\tilde{P}_g = \left[ \frac{\partial P_g}{\partial I_f} \right]_{eq} \cdot \tilde{I}_f + \left[ \frac{\partial P_g}{\partial \omega_r} \right]_{eq} \cdot \tilde{\omega}_r \quad (24)$$

Después de resolver las derivadas parciales resulta:

$$\tilde{P}_g = b_5 \tilde{I}_f + b_6 \tilde{\omega}_r \quad (25)$$

donde:

$$\begin{aligned} b_5 &= 2K^2 N^2 \left( \frac{R_L}{R_L^2 + X_g^2} \right) I_{feq} \omega_{req}^2 \\ b_6 &= 2K^2 N^2 \left( \frac{R_L}{R_L^2 + X_g^2} \right) I_{feq}^2 \omega_{req} \end{aligned}$$

## IV-B. Matriz de Funciones de Transferencia

Para completar el modelo matemático, es necesario también considerar el sistema de control de posición, dedicado únicamente a orientar las aspas de la hélice al ángulo de referencia deseado  $\beta_{ref}(s)$  (Nagai, 2009) y (Ostergaard, 2008), como se muestra en la figura 1. Éste se describe por la función de transferencia:

$$\beta(s) = \frac{K_\beta}{T_\beta s^2 + s + K_\beta} \beta_{ref}(s) \quad (26)$$

donde  $T_\beta$  es el parámetro que define el tiempo de respuesta, mientras que  $K_\beta$  es la ganancia del controlador.

El modelo linealizado quedó descrito por las ecuaciones (23) y (25). Incluyendo (26) y reasignando como entrada  $\beta_{ref}(s)$  en lugar de  $\beta(s)$ , entonces se puede despejar la salida  $\omega_r$  de (23) y aplicar la transformada de Laplace:

$$W_r(s) = G_{11} \beta_{ref}(s) + G_{12} I_f(s) + G_{13} V(s) \quad (27)$$

donde:

$$\begin{aligned} G_{11} &= \left[ \frac{b_2}{J_t s + (B_t + b_4)} \right] \left[ \frac{K_\beta}{T_\beta s^2 + s + K_\beta} \right] \\ G_{12} &= \left[ \frac{-b_3}{J_t s + (B_t + b_4)} \right] \\ G_{13} &= \left[ \frac{b_1}{J_t s + (B_t + b_4)} \right] \end{aligned}$$

Ahora aplicando Laplace en (25) y evaluando (27):

$$P_g(s) = G_{21} \beta(s) + G_{22} I_f(s) + G_{23} V(s) \quad (28)$$

donde:

$$\begin{aligned} G_{21} &= \left[ \frac{b_2 b_6}{J_t s + (B_t + b_4)} \right] \left[ \frac{K_\beta}{T_\beta s^2 + s + K_\beta} \right] \\ G_{22} &= \left[ \frac{b_5 J_t s + b_5 (B_t + b_4) - b_3 b_6}{J_t s + (B_t + b_4)} \right] \\ G_{23} &= \left[ \frac{b_1 b_6}{J_t s + (B_t + b_4)} \right] \end{aligned}$$

Como puede observarse en (27) y en (28), se trata de un proceso con dos salidas  $W_r(s)$  y  $P_g(s)$ , y dos entradas  $\beta_{ref}(s)$  e  $I_f(s)$ , más la entrada no manipulada  $V(s)$ .

#### IV-C. Cálculo de Parámetros

Para calcular los parámetros del proceso linealizado, se ha considerado el generador eólico de 3 [kW] reportado en (Nagai, 2009). Éste se compone del generador eléctrico (SG3000, Sawafuji Electric Co., Ltd.), la transmisión de engranes (CNH-4115-11, Sumitomo Heavy Industries, Ltd.) y la hélice con aspas de fibra de vidrio modelo (NACA4418). Sus parámetros y restricciones se muestran en la Tabla I.

TABLA I: Parámetros y restricciones del proceso.

$J_t$	15 [kg · m <sup>2</sup> ]	$B_t$	0.2	$\frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{seg}}{\text{rad}}$
$\eta_g$	0.6	$\eta_m$	0.4	
$\rho$	1.225 [kg/m <sup>3</sup> ]	$R$	2	[m]
$N$	11	$K$	0.223	$\frac{\Omega \cdot \text{seg}}{\text{rad}}$
$\alpha$	0.0178	$R_L$	4	[ $\Omega$ ]
$T_\beta$	2	$K_\beta$	0.15	
$P_{gmax}$	3 [kW]	$I_{fmax}$	3	[Amp]
$v_{min}$ a $v_{max}$	4 a 12 [m/seg]	$\omega_{rmax}$	350	[rpm]
$\beta_{min}$ a $\beta_{max}$	5 a 90 [grados]	$\omega_{gmax}$	3850	[rpm]

En la Tabla II (Referencia), se muestra un conjunto de puntos de operación reportados en (Nagai, 2009), que cumplen con las condiciones de buena eficiencia en la generación de potencia.

TABLA II: Puntos de operación,  $C_p(\lambda, \beta) \approx 0.3$  y  $\lambda \approx 6$ .

	Referencia			Simulación					$\Lambda$
$v$	$\omega_r$	$P_g$		$\omega_r$	$P_g$	$I_f$	$\beta_{ref}$		$\lambda_{11}$
4	120	160		119.6	157.9	0.9	5.0		0.11
5	145	310		145.6	307.4	1.1	5.4		0.12
6	175	530		174.8	532.5	1.3	5.7		0.18
7	205	800		205.2	802.6	1.5	6.4		0.28
8	233	1150		233.8	1159.4	1.7	6.9		0.35
9	262	1625		261.9	1631.6	2.0	7.1		0.44
10	292	2200		292.4	2199.3	2.2	7.4		0.45
11	320	3000		320.1	3047.0	2.5	7.1		0.36
12	340	4000		341.0	4005.7	2.9	7.1		0.30

Para calcular los parámetros  $b_1$  a  $b_6$  del modelo linealizado, además de los datos de las Tablas I y II (Referencia), es necesario conocer los valores de las entradas  $I_f$  y  $\beta_{ref}$  para cada punto de operación. Para determinarlos se ha simulado el modelo no lineal dado en (12 - 15), y se han ajustado  $I_f$  y  $\beta_{ref}$  hasta alcanzar la potencia y velocidad angular de cada punto de operación reportados en (Nagai, 2009). Se ha utilizado el programa VisSim 6.0© para simular el proceso en tiempo real y los resultados se muestran en la Tabla II (Simulación). Para una velocidad del viento de 10 [m/seg], se obtiene la siguiente matriz de funciones de transferencia:

$$\begin{bmatrix} \left[ \frac{-10.886}{15s+0.375} \right] \left[ \frac{0.15}{2s^2+s+0.15} \right] - \left[ \frac{86.415}{15s+0.375} \right] \\ \left[ \frac{-51.068}{15s+0.375} \right] \left[ \frac{0.15}{2s^2+s+0.15} \right] \left[ \frac{29324.85s+327.747}{15s+0.375} \right] \end{bmatrix} \quad (29)$$

Ahora se comparan los resultados de las simulaciones del modelo lineal dado en (27) y (28), con las del modelo no lineal (12 - 15), bajo las mismas condiciones de operación.

Variando las entradas del proceso  $\pm 20\%$  sobre el punto de operación, se generan los resultados que se muestran en la figura 5, donde se compara la potencia de salida  $P_g$ . Como puede observarse mientras las variaciones de las entradas se mantienen cerca del punto de operación, el comportamiento de las salidas de ambos modelos es muy similar. Como es de esperarse, una vez que las variaciones de las entradas se alejan demasiado del punto de operación, la diferencia entre las salidas de los modelos empieza a hacerse notoria.

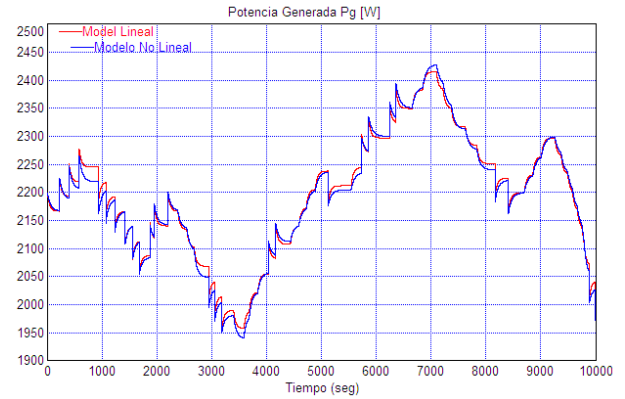


Figura 5: Potencia generada  $P_g$  con  $v = 10$  [m/seg].

## V. ANÁLISIS DE INTERACCIÓN

En esta sección se mide la interacción del proceso mediante dos métodos, la Matriz de Ganancias Relativas (RGA) y el Arreglo Directo de Nyquist (DNA) con las Bandas de Gershgorin.

### V-A. Medición de Interacción Mediante RGA

Ya que los puntos de operación del proceso están sujetos a la velocidad del viento, y ésta varía constantemente, entonces es necesario evaluar la interacción al menos para cada uno de los puntos de la Tabla II. En la misma Tabla se presentan el elemento  $\lambda_{11}$  de cada una de las matrices de ganancias relativas RGA ( $\Lambda$ ).

Los resultados muestran que conforme la velocidad del viento aumenta, también lo hace la interacción hasta llegar a un punto máximo entre 9 y 10 [m/seg], y se vuelve a reducir para valores mayores. Otro aspecto importante que se presenta en estos resultados es el emparejamiento, el cual indica que la velocidad del rotor  $\omega_r$  debe ser controlada con la corriente de campo  $I_f$ , y la potencia producida  $P_g$  con el ángulo de orientación de las aspas  $\beta$ .

### V-B. Análisis Mediante DNA y Bandas de Gershgorin

Cabe mencionar que primero se hizo el emparejamiento adecuado según los resultados de la matriz RGA, y se calcularon las ganancias de un controlador PI sintonizado con lazos individuales, utilizando la herramienta computacional TITO (Vazquez et. al., 1998).

A diferencia del análisis obtenido con las matrices RGA, con el DNA y las Bandas de Gershgorin se muestra que

aún para baja velocidad existe fuerte interacción. De la sintonía individual de un control PI para un margen de fase de  $60^\circ$ , se obtienen las ganancias:  $K_{p1} = -0.0352$ ,  $K_{i1} = 0.0063$ ,  $K_{p2} = -0.0221$  y  $K_{i2} = 0.00063$ , para  $v = 10$  [m/seg]. La interacción con DNA y Bandas de Gershgorin se muestra en la figura 6. Por otra parte, el comportamiento de las salidas se muestra en la figura 7, en donde se tratar de regular la potencia en 2200 [W] y la velocidad en 292 [rpm], con ligera turbulencia en la velocidad del viento, para lo cual se utilizó el modelo reportado en (Muhando, 2008), y variaciones aleatorias en la carga  $R_L$ . Como puede observarse la potencia está lejos de regularse adecuadamente, presentando considerables oscilaciones, lo cual justifica emplear un control más elaborado.

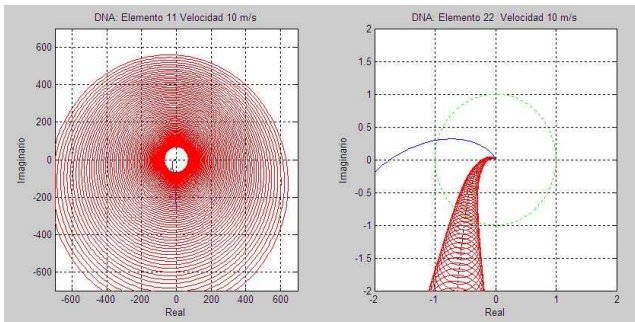


Figura 6: DNA y bandas de Gershgorin.

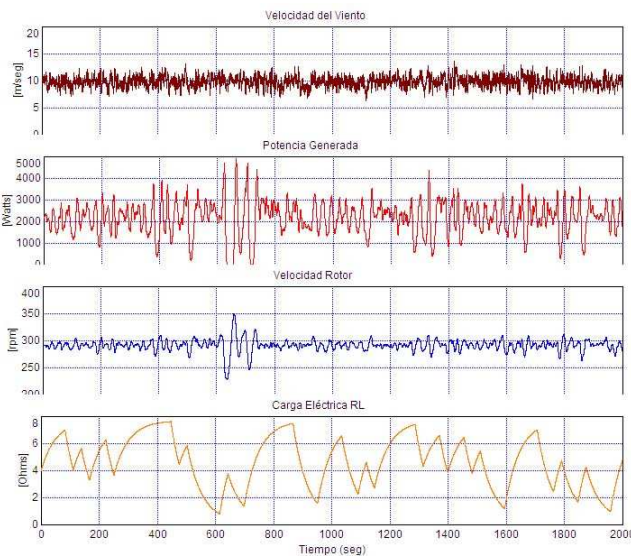


Figura 7: Respuesta Control PI con sintonía individual.

## VI. CONCLUSIONES

Del estudio realizado en este trabajo, se han obtenido dos modelos matemáticos que intentan describir el comportamiento de un generador eólico. El primero dado por un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales y el

segundo como una matriz de funciones de transferencia. Ambos modelos resultan útiles para diseñar y evaluar diversos esquemas control multivariable.

El análisis de interacción realizado por medio de RGA, muestra que para bajas velocidades se tiene poca interacción, y la cual aumenta conforme se incrementa la velocidad del viento, hasta llegar aun nivel considerable entre  $v = 9$  y  $10$  [m/seg]. Sin embargo, los resultados obtenidos con DNA y las Bandas de Gershgorin, muestran que el comportamiento del proceso presenta fuerte interacción en prácticamente todos los valores de velocidad.

También se concluye que el emparejamiento adecuado es, regular la velocidad del rotor  $\omega_r$  por medio de la corriente de campo  $I_f$ , y la potencia producida  $P_g$  con el ángulo de orientación de las aspas  $\beta$ .

Dados los resultados obtenidos con un controlador PI sintonizado individualmente, se propone como trabajo a futuro diseñar una estrategia de control adecuada para este proceso. Una alternativa puede ser aplicar un control centralizado con red de desacoplo, que le permita a un controlador PI hacerle frente a la fuerte interacción que se presenta. Posteriormente se puede agregar una segunda capa, con un control adaptable del tipo ganancias programadas (Gain Scheduling), que vaya ajustando los parámetros del controlador PI conforme cambia la velocidad del viento.

## REFERENCIAS

- Nagai, B. Ameku, K. and Nath, J. (2009). Performance of a 3 kW wind turbine generator with variable pitch control system. *Applied Energy*, Elsevier.
- Ostergaard, K. Stoustrup, J. and Brath, P. (2008). Linear parameter varying control of wind turbines covering both partial load and full load conditions. *International Journal of Robust and Nonlinear Control* **19**, 92–116.
- Boukhezzer, B. Lupu, L. Siguerdidjane, H. and Hand, M. (2007). Multivariable control strategy for variable speed, variable pitch wind turbines. *Renewable Energy, Science Direct Elsevier* **32**, 1273–1287.
- Rocha, R. and Martins, L. (2003). A Multivariable  $H_\infty$  Control for Wind Energy Conversion System. *Journal of Automatic Control IEEE*, 206–211.
- Johnson, K. Pao, L. Balas, M. and Fingersh, L. (2008). Control of Variable Speed Wind Turbines. *IEEE Control Systems Magazine*, 70–81.
- Selvam, K. Kanev, S. vanWingerden, J. Engelen, J. and Verhaegen, M. (2009). Feedback - feedforward individual pitch control for wind turbine load reduction. *International Journal of Robust and Nonlinear Control* **19**, 72–91.
- Wu, F. Zhang, X. Ju, P. and Sterling, M. (2002). Decentralized Nonlinear Control of Wind Turbine With Doubly Fed Induction Generator. *IEEE Transactions on Power Systems* **8**, 613–621.
- Yang, X. Xu, L. Liu, Y. and Xu, D. (2007). Multivariable Predictive Functional Control for Doubly Fed Induction Generator. *IEEE International Conference on Control and Automation, Guangzhou, CHINA*.
- Muhando, E. Senjyu, T. Omine, E. Kinjo, H. and Funabashi, T. (2008). Model Development for Nonlinear Dynamic Energy Conversion System: An Advanced Intelligent Control Paradigm for Optimality and Reliability. *IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering* **3**, 482–491.
- Srinivasa, S. and Murthy, B. (2009). A new control strategy for tracking peak power in a wind or wave energy system. *Renewable Energy, Science Direct Elsevier* **34**, 1560–1566.
- Vázquez, F. Morilla, F. y Dormido, S. (1998). Entorno para simulación, análisis y sintonía de sistemas con control descentralizado 2x2. *XIX Jornadas de Automática, Madrid*.