

## SINCRONIZACION DE LASERES SEMICONDUCTORES ACOPLADOS EN ANILLO

D. A. Arroyo-Almanza, F. R. Ruíz-Oliveras, and A. N. Pisarchik

Centro de Investigaciones en Optica, Loma del Bosque 115, Lomas del Campestre, 37150 León, Guanajuato, México, [dianaa@cio.mx](mailto:dianaa@cio.mx)

### RESUMEN

En este trabajo se estudia la dinámica de una red de láseres semiconductores acoplados en configuración de anillo. El comportamiento de cada láser depende de los parámetros específicos de la red, como pueden ser las distancias entre láseres, el acoplamiento entre ellos y si el acoplamiento es unidireccional o bidireccional. Cuando un láser se encuentra aislado, su intensidad de salida es continua, mientras que puede tener distintos comportamientos (periódico o caótico) cuando se encuentra acoplado a una cadena cerrada. En este trabajo se realiza un estudio detallado de los diferentes regímenes de sincronización entre los láseres, como sincronización completa, sincronización generalizada, sincronización en fase, sincronización retardada, etc. Este estudio es importante ya que la predicción de sincronización entre láseres por medio del acoplamiento óptico es de gran interés debido a sus aplicaciones tanto en sistemas de comunicación de alta seguridad como para aumentar la potencia de un arreglo de láseres.

### 1. INTRODUCCIÓN

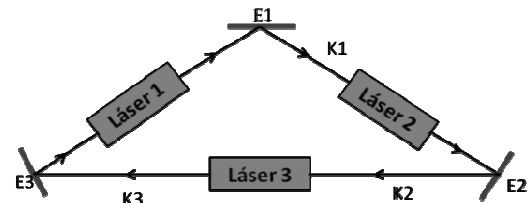
Los sistemas de láseres acoplados exhiben una gran variedad de estados dinámicos, incluyendo sincronización de oscilaciones caóticas y periódicas [1]. Estos comportamientos se encuentran en diferentes sistemas de la naturaleza y la ciencia tales como: reacciones químicas [2], dinámica de población, neuronas acopladas [3], láseres [4], etc. Así, la comprensión de la dinámica de láseres acoplados es esencial tanto para la ciencia fundamental como para varias aplicaciones. La sincronización de caos en sistemas de láseres de semiconductores es un tema de gran interés actual para aprender dinámica no lineal de sistemas acoplados, el cual ha sido investigado ampliamente los últimos años [1-8], debido a su gran potencial para aplicaciones en comunicaciones ópticas de alta seguridad, ya que es posible encriptar información usando caos [9].

Los láseres de semiconductor son los más convenientes para las comunicaciones ópticas gracias a su confiabilidad, a su alta razón de transmisión en los mensajes (del orden de decenas de GHz) y a su compatibilidad directa con la tecnología de fibras ópticas [5]. Cuando dos láseres semiconductores con cavidades externas son acoplados unidireccionalmente demuestran

varios comportamientos dinámicos, como régimen periódico, cuasi-periódica, caótico, fluctuaciones de baja frecuencia [6], etc. La interferencia producida dentro del láser por la señal inyectada introduce un grado adicional de libertad al segundo láser, que incrementa la diversidad de sus regímenes dinámicos.

### 2. MODELO

El sistema bajo investigación consiste de tres láseres semiconductores acoplados unidireccionalmente en configuración de anillo. El haz de salida del láser 1 es introducido al láser 2, el haz del láser 2 se inyecta al láser 3 y por último el haz del láser 3 se inyecta al láser 1 (ver Figura 1).



**Figura 1.** Tres láseres semiconductores acoplados en anillo, donde  $K_1$ ,  $K_2$  y  $K_3$  son los acoplamientos entre cada láser,  $E_1$ ,  $E_2$  y  $E_3$  son espejos.

El estudio teórico para modelar la dinámica de láseres semiconductores con inyección óptica ha utilizado extensamente el modelo de Lang-Kobayashi [7-10], el cual toma en

consideración solo un modo longitudinal del láser. Este modelo describe la dinámica de cada láser mediante dos variables: 1) El número de portadores  $N(t)$  y 2) el campo eléctrico complejo  $E(t)$ , las cuales están dadas por:

$$\dot{E}_m = (1 + j\alpha) \left( \frac{g(N_m(t) - N_0)}{1 + s|E_m(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right) \frac{E_m(t)}{2} + \kappa_n E_n(t - \tau) \exp(-j\omega t)$$

$$\dot{N}_m = \frac{I_m}{e} - \frac{N_m(t)}{\tau_n} - \left( \frac{g(N_m(t) - N_0)}{1 + s|E_m(t)|^2} \right) |E_m(t)|^2$$

donde el subíndice  $m$  indica el número de láser ( $m=1,2,3$ ), y el subíndice  $n$  corresponde al láser inyectado ( $n = 1,2,3$ ). Entonces, cada láser simultáneamente actúa como un láser maestro y un láser esclavo.  $E_m$  es la amplitud compleja del campo eléctrico generado por el láser  $m$ ,  $E_n$  es la amplitud compleja del campo eléctrico generado por el láser inyectado  $n$ ,  $N_m$  representa el promedio de la densidad de portadores de la capa activa,  $N_0$  es la densidad de portadores de transparencia,  $g$  es el coeficiente de la ganancia modal,  $\alpha$  es el factor de acrecentamiento,  $s$  el coeficiente de saturación,  $\kappa_n$  es el coeficiente de acoplamiento,  $I_m$  es la corriente de umbral de los tres láseres,  $\tau_p$  es el tiempo de vida de los portadores,  $\tau_n$  es el tiempo de vida de los fotones,  $\tau$  es el tiempo de retraso o también llamado tiempo de acoplamiento,  $\omega$  es la frecuencia angular central de cada uno de los láseres,  $e$  es la carga del electrón. Para nuestro sistema todos los coeficientes de acoplamiento son iguales  $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3$ . Para la integración numérica, se ha utilizado el método de Runge-Kutta de cuarto orden.

### 3. RESULTADOS NUMÉRICOS

La dinámica de sincronización de tres láseres acoplados en anillo se estudia analizando las series temporales de cada láser, los espectros de potencia y mediante la correlación cruzada que existe entre los tres láseres para diferentes valores de acoplamiento  $\kappa$ , el cual es nuestro parámetro de control. El valor del parámetro de acoplamiento se tomó de acuerdo a los resultados obtenidos una vez que se realizó un barrido de valores en un rango determinado, escogiendo algunos valores de acoplamiento para mostrar sus resultados en este trabajo. Para construir estos diagramas usamos un tiempo de retraso de  $\tau=3$ ns, que

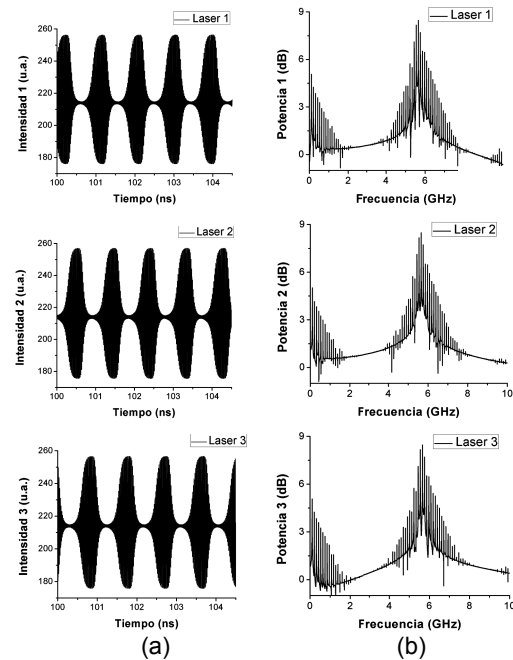
equivale a una distancia de 90 cm entre cada láser. El valor de retraso es igual para cada uno de los láseres ya que se encuentran a la misma distancia uno del otro. En la tabla 1 mostramos el error de sincronización para diferentes valores de acoplamiento  $\kappa$ . El error de sincronización se define como:

$$error = \left\langle \sqrt{(I_m)^2 - (I_n)^2} \right\rangle$$

**Tabla 1.** Error de sincronización dependiente del valor de acoplamiento  $\kappa$ .

Acoplamiento ( $\kappa$ )	Error de sincronización		
	L1-L2	L2-L3	L3-L1
$\kappa = 1.5 \text{ ns}^{-1}$	0.1694	0.1696	0.1674
$\kappa = 3.5 \text{ ns}^{-1}$	0.1155	0.1145	0.1142
$\kappa = 80.5 \text{ ns}^{-1}$	2.2488	2.2506	2.2439

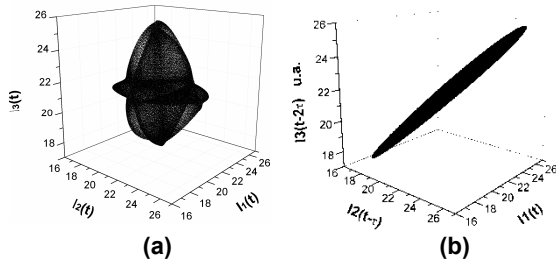
La figura 2(a) muestra las series temporales de la intensidad ( $E_m^2$ ) en la salida de cada láser para un valor de acoplamiento de  $\kappa = 1.5 \text{ ns}^{-1}$ . En estas tres series temporales se observan paquetes periódicos de baja frecuencia espaciados cada  $3 \text{ ns}$ , y dentro de cada uno de estos paquetes existen pulsos de alta frecuencia, sin embargo la diferencia que existe entre cada una de estas tres series temporales es que se encuentran desfasadas en fase una con respecto a la otra.



**Figura 2.** (a) Series temporales de la intensidad de cada láser, (b) Espectro de potencia.

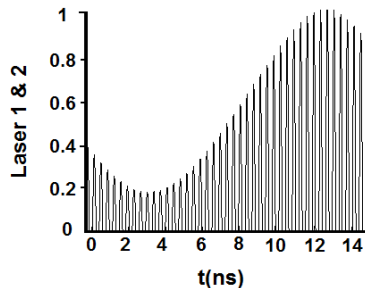
En la figura 2(b), se muestra el espectro de potencia correspondiente a la salida de cada uno de los tres láseres. Donde se puede observar que a una frecuencia de 5.8 GHz se encuentra su frecuencia dominante. Este espectro de potencia es igual para los otros dos láseres, los cuales tienen su frecuencia dominante también en 5.8 GHz.

Para analizar la sincronización que existe entre los tres láseres se grafica el espacio de fase de las tres intensidades de los tres láseres. En la figura 3(a) se observa que no existe sincronización entre los tres láseres. Para que nosotros podamos obtener sincronización entre los tres láseres tenemos que quitar el retraso de fase que existe entre cada uno de los láseres, una vez que se quita el retraso de fase nosotros obtenemos finalmente sincronización llamada sincronización en fase con retardo (Ver figura 3(b)).



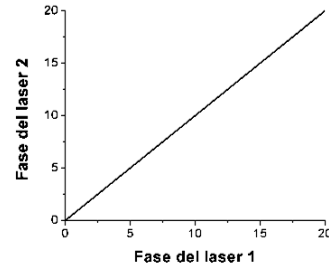
**Figura 3.** (a) Espacio de fase donde nos muestra que no existe sincronización entre los láseres. (b) Una vez que se quita el retraso de fase entre los tres láseres nosotros obtenemos sincronización en fase con retardo.

La figura 4 muestra la correlación cruzada que existe entre la intensidad del láser 1 y el láser 2. Esta gráfica de correlación cruzada es exactamente igual para los otros dos pares de láseres: 2 y 3 así como para el 3 y 1.



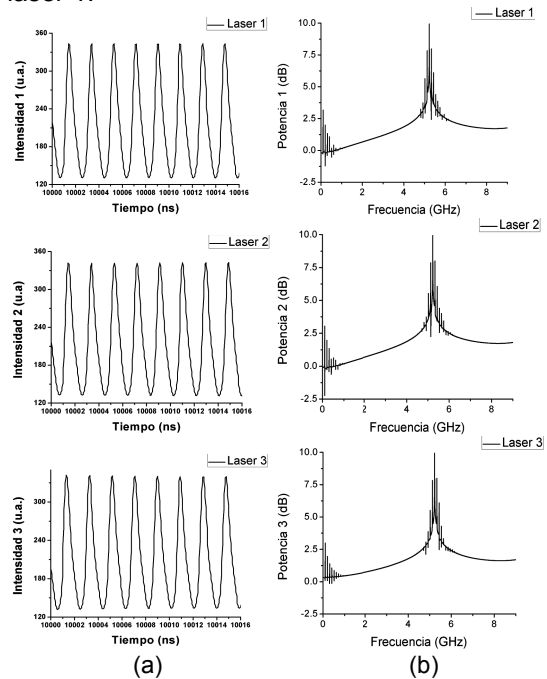
**Figura 4.** Correlación entre las intensidades del láser 1 y del láser 2.

En la figura 5 mostramos la gráfica de diferencia de fase entre el láser 1 y el láser 2. En esta figura comprobamos que existe sincronización entre los dos láseres una vez que se le ha quitado el retraso de fase entre los dos láseres. Los pares de láseres 2 y 3 así como 3 y 1 son iguales a la figura mostrada.



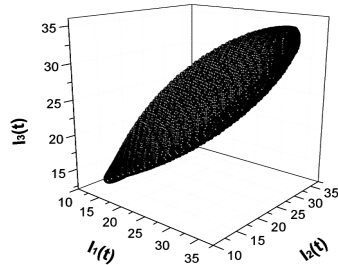
**Figura 5.** Diferencia de fase del láser 1 con respecto al láser 2.

Para un acoplamiento más fuerte ( $\kappa=3.5\text{ns}^{-1}$ ), la figura 6(a) muestra las series temporales, donde se observa un comportamiento periódico. La figura 6(b) muestra su espectro de potencia correspondiente, donde podemos observar que su frecuencia dominante se encuentra en 1 GHz, en este caso la salida de los otros dos láseres tienen el mismo espectro de potencia que para el láser 1.



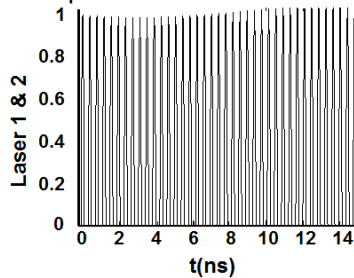
**Figura 6.** (a) Series temporales de la intensidad de cada láser, (b) Espectro de potencia.

Para analizar la sincronización de los tres láseres graficamos en la figura 7 el espacio de fase de las intensidades de los tres láseres, donde podemos observar que hay sincronización en fase entre los tres láseres.



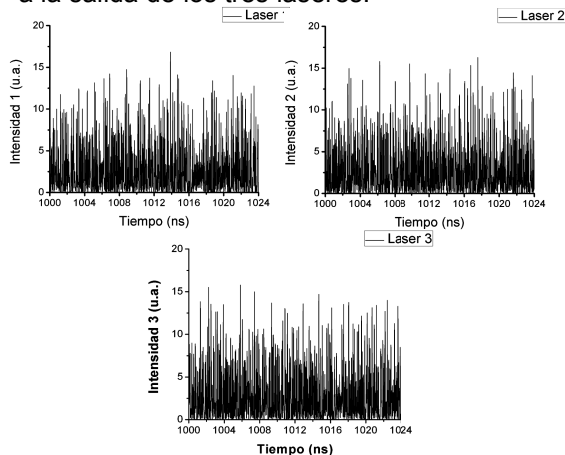
**Figura 7.** Espacio de fase de los tres láseres, donde podemos observar que hay sincronización en fase.

Por último, la figura 8 muestra la correlación cruzada entre las intensidades del láser 1 y el láser 2. La correlación cruzada es igual para los otros dos pares de láseres.



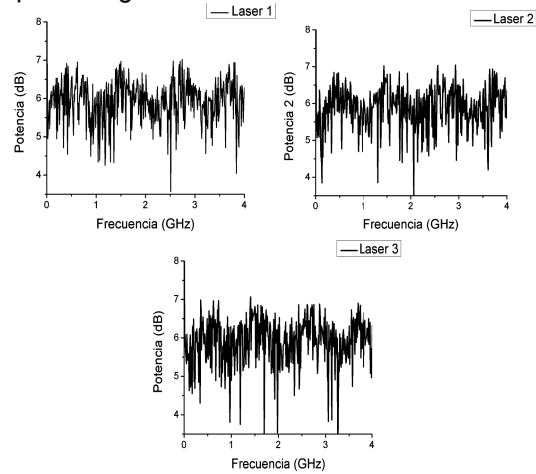
**Figura 8.** Correlación cruzada entre las intensidades de láser 1 y 2.

Por último tenemos un acoplamiento de  $k=80.5 \text{ ns}^{-1}$ . La Figura 9 muestra las series temporales de cada uno de los tres láseres, donde se observa un comportamiento caótico a la salida de los tres láseres.



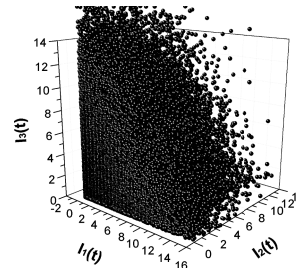
**Figura 9.** Se muestra la serie temporal de la intensidad de cada uno de los tres láseres.

La figura 10 muestra su correspondiente espectro de potencia, donde se observa que el espectro de potencia es ancho, es decir, no tiene una frecuencia fija, lo cual nos indica que su régimen es caótico.



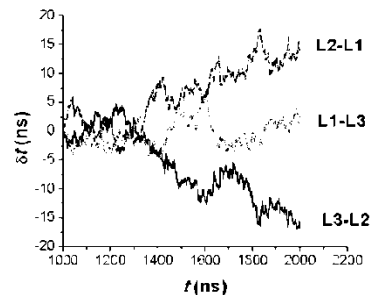
**Figura 10.** Espectro de potencia para cada uno de los tres láseres.

La figura 11 muestra el espacio de fase de las intensidades de los tres láseres, donde se observa que no existe sincronización entre ellos.



**Figura 11.** Espacio de fase de los tres láseres.

En la figura 12 se muestra la diferencia de tiempo entre picos, donde se observa que las tres diferencias de pares fluctúan mucho, por lo que la fase no es fija y con ello comprobamos que no existe sincronización de fase entre los tres láseres.



**Figura 11.** Diferencia de tiempo entre picos de los pares de láseres.

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se estudió el fenómeno de sincronización de caos en láseres semiconductores acoplados en configuración de anillo, usando las ecuaciones de Lang-Kobayashi. El acoplamiento unidireccional como se mostró mediante los resultados induce diferentes regímenes dinámicos, como fueron periódicos, caóticos, etc.

La dinámica de sincronización de los láseres se estudió analizando las series temporales de cada láser, los espectros de potencia y su correlación cruzada entre cada uno de los láseres, para diferentes valores de acoplamiento  $\kappa$ , el cual fue nuestro parámetro de control. Mediante los resultados observamos que para acoplamientos entre  $1.5 \text{ ns}^{-1}$  y  $3.5 \text{ ns}^{-1}$  los láseres funcionan en regímenes periódicos, además pudimos observar que obtuvimos sincronización en fase entre los tres láseres. Cuando se aumento el parámetro de acoplamiento a un valor mayor a  $4 \text{ ns}^{-1}$  obtuvimos regímenes caóticos, mientras que con estos valores de acoplamiento no se obtuvo sincronización entre los tres láseres. Con estos resultados se demostró que la dinámica de un solo láser es muy diferente a la dinámica generada cuando se acoplan varios láseres, obteniendo así un incremento en la diversidad de sus regímenes dinámicos (periódicos, cuasi-periódicos, caóticos, etc.). También comprobamos que para valores de acoplamiento menores a  $4 \text{ ns}^{-1}$  se obtienen regímenes periódicos, mientras que para valores mayores a  $4 \text{ ns}^{-1}$  se obtienen regímenes caóticos. Estos resultados pueden ser de gran interés para aplicaciones en comunicaciones ópticas de alta seguridad, ya que es posible encriptar información usando caos y mediante la sincronización de láseres.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

1. K. A. Shore, P. S. Spencer, and I. Pierce, in *Recent Advances in Laser Dynamics: Control and Synchronization*, A. N. Pisarchik, ed. (Research Singpost, Kerala, 2008), pp. 79-104.

2. F. R. Ruiz-Oliveras and A. N. Pisarchik, "Synchronization of semi-conductor lasers

with coexisting attractors", *Phys. Rev. E* **78** (6) (2008).

3. J. M. Buldú, M. C. Torrent, and J. García-Ojalvo, "Synchronization in Semiconductor Laser Rings", *Journal of Lightwave Technology*, **25**(6), pp.1549-1554 (2007).

4. A. Argyris, *et al.*, "Chaos-based communications at high bit rates using commercial fibre-optic links", *Nature* **438**, 343 (2005).

5. A. N. Pisarchik, *et al.* Synchronization of chaotic systems with coexisting attractors". *Phys. Rev. Lett.* **96**, 244102 (2006).

6. A. N. Pisarchik, R. Jaimes-Reátegui, and J. H. García-Lopez, "Synchronization of coupled bistable chaotic systems: Experimental study". *Phil. Trans. Roy. Soc., Ser. A* **366**, 459 (2008).

7. A. N. Pisarchik and B. K. Goswami." Annihilation of one of the coexisting attractors in a bistable system". *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1423 (2000).

8. R. Vicente, I. Fischer, C. R. Mirasso, "Synchronization properties of three delay-coupled semiconductor laser" *Phys. Rev. Lett.* **78**, 6202 (2008).

9. C. R. Mirasso, "Applications of Semiconductor Laser to Secure Communications", *Fundamental Issue of Nonlinear Laser Dynamics*, Ed. By B. Krauskopf and D. Lenstra, American Institute of Physics, 112-127 (2000).

10. A. N. Pisarchik. "Controlling the multistability of nonlinear systems with coexisting attractors". *Phys. Rev. E* **64**, 046203 (2001).