

DISEÑO Y ANALISIS DE UN CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL NO LINEAL EN UN BIOREACTOR AEROBIO CONTINUO.

Pablo Antonio López Pérez¹, Frédéric Thalasso Siret¹, Ricardo Aguilar López¹ y Alejandro Ricardo Femat Flores².

¹Departamento de Biotecnología y Bioingeniería CINVESTAV-IPN Av. Instituto Politécnico Nacional, No. 2508, San Pedro Zacatenco, México, D.F., 07360, C.P. 07360 México, D.F. Apartado postal 14-740, 07000 México, D.F. Teléfono: 5747 3800 Ext.4307.

²División de Matemáticas Aplicadas Camino a la Presa San José 2055 Col. Lomas 4a. sección C.P. 78216 San Luis Potosí, San Luis Potosí, México

Resumen-El objetivo de este trabajo está relacionado con el control de una planta de lodos activados no isotérmica, que tiene como variables de estado a las concentraciones de sustrato (DQO), biomasa, biomasa recirculada, oxígeno disuelto (OD) y temperatura, cuyo modelo matemático está validado experimentalmente. Se analizó la estabilidad de la respuesta del sistema a lazo abierto obteniendo las condiciones óptimas de operación minimizando la concentración de sustrato, para posteriormente implementar el esquema de control no lineal propuesto considerando como variable medible y salida de control al oxígeno disuelto en el biorreactor, ya que esta es la única concentración que es factible medir en línea, lo que a su vez lleva a una concentración de DQO con un valor adecuado y dentro de la norma ambiental correspondiente ($DQO_{ref} = 250$ mg/l). El desempeño del controlador propuesto tiene un funcionamiento satisfactorio y mejor que un controlador convencional complementándose con una prueba de estabilidad.

Palabras clave: Aerobio, estabilidad, flujos, control no lineal, ganancia variable.

I. INTRODUCCIÓN

En general los controladores (PID) proporcional integral y derivativos son ampliamente utilizados en procesos químicos y bioquímicos. Actualmente las exigencias en eficiencia hacen que los controladores clásicos no presente una buen desempeño entre modelos no lineales y controladores lineales, por lo que se busca hacer a los controladores convencionales mas robusto como es el caso del sintonizado por el IMC (Control de modelo interno) el cual resiste mas que los semi-empíricos como Ziegler-Nichols y Cohen-Coon. Sin embargo, a pesar del éxito industrial del control lineal, hay una falta sistemática de resultados para respaldar su capacidad de regulación.

La mayoría de plantas industriales son reguladas mediante controladores (PID) lineales adecuados para pequeñas regiones de operación. Sin embargo cuando se tienen perturbaciones y/o se requiere operar en otras regiones, la estabilidad es difícil de alcanzar, debido a esto se propone un controlador proporcional integral no lineal (PI NO LINEAL) de ganancias variables, aplicado a una planta de tratamiento de aguas residuales industriales con el propósito de regular la concentración de la Demanda Química de Oxígeno (DQO) de acuerdo a la norma ambiental correspondiente. El proceso biológico de lodos activados se caracterizan por tener una eficiencia de degradación de materia orgánica en un rango del 75 a 95 %, muy superior a los procesos fisicoquímicos sin embargo para alcanzar esta eficiencia es necesario contar con personal especializado en múltiples disciplinas para solucionar problemas de operación relacionados con: la ausencia de sensores para llevar a cabo el seguimiento y control, así como interpretar características del sistema no lineal con retardo y variantes en el tiempo. La complejidad de la dinámica de los procesos biológicos y ecológicos así como su asociación en interacción de sistemas ofrecen muchos retos para la ingeniería de control. (Ewart y col, 2006)

Se han desarrollado una serie de publicaciones enfocados a: estabilidad de sistemas dinámicos, teoría de control predictivo, control no lineal de ganancia variable entre otros (Ramswamy y col, 2005; Aguilar y Alvarez, 2002; Taskin y col, 2006)

Una de las limitantes de estos controladores para su aplicación industrial es su complejidad por lo cual estudios de sus comportamientos permitirán validar su aplicación física.

Actualmente trabajos reportados por (Maqueda y col, 2006; Aguilar y col, 2005) presenta dinámicas en el tratamiento de efluentes petroquímicos operando a diferente temperaturas. En estos trabajos establecen un modelo validado por la AIWA aplicado a la industria petroquímica.

II. METODOLOGÍA

El proceso de lodos activados esta descrito por un sistema de cinco ecuaciones diferenciales no lineales basado en balances de materia y energía con términos adicionales en función de la temperatura como son (k_{la} , μ_{max} , k_{ev} y k_d) que corresponden al coeficiente de transferencia de calor, velocidad especifica de crecimiento, constante de mortalidad y constante de evaporación (Eckenfelder, 2000)

El biorreactor trabaja en proceso continuo. El sistema se resolvió con rutinas de MATLAB®. La optimización de las variables de respuesta se realizo con un barrido de todos los flujos con un incremento del 3 % del valor del flujo máximo operacional a lazo abierto para obtener los puntos estacionarios clave, la estabilidad de estos puntos se analizó mediante valores propios utilizando el método indirecto de Lyapunov, con las siguientes condiciones iniciales; Sustrato = 2200 [mg/l], Biomasa = 800 [mg/l], Recirculado = 1500 [mg/l], Oxígeno = 4 [mg/l] y Temperatura = 35 [°C] y tomando los siguientes criterios:

$$\begin{aligned} DQO &< 250 \text{ mg/l} \\ 2 &< \gamma_{O_2} \leq 4.5 \\ 27 &< T < 40 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Caben señalar a nuestras variables de salida: Sustrato (DQO) γ_s (mg/l), Biomasa γ_x (mg/l), Biomasa recirculada $\gamma_{x,r}$ (mg/l), Oxígeno γ_{O_2} (mg/l) y Temperatura T (°C) y nuestra variables manipulables son los flujos de operación: flujo de recirculado (Q_r), flujo de alimentación (Q_f), flujo de aire (Q_a) y flujo de sedimentado (Q_w).

A continuación se presenta los balances de materia y energía en el biorreactor.

Balance de masa para la concentración de sustrato (γ_s):

$$\frac{d\gamma_s}{dt} = \frac{Q_f}{V} \gamma_{s,f} - \frac{Q_0}{V} \gamma_s - \frac{\mu_{max}}{Y} \left(\frac{\gamma_s}{K_s + \gamma_s} \right) \left(\frac{\gamma_{O_2}}{K_{OH} + \gamma_{O_2}} \right) \gamma_x + k_d(1 - f_n) \gamma_x - k_{ev} \gamma_s \quad (1)$$

Balance de masa para la concentración de biomasa (γ_x):

$$\frac{d\gamma_x}{dt} = \frac{Q_r}{V} \gamma_r - \frac{Q_0}{V} \gamma_x + \frac{\mu_{max}}{Y} \left(\frac{\gamma_s}{K_s + \gamma_s} \right) \left(\frac{\gamma_{O_2}}{K_{OH} + \gamma_{O_2}} \right) \gamma_x - k_d \gamma_x \quad (2)$$

En el sedimentador ($\gamma_{x,r}$):

$$\frac{d\gamma_{x,r}}{dt} = \frac{Q_w}{V_s} \gamma_r - \frac{Q_0}{V_s} \gamma_{x,r} \quad (3)$$

$$Q_0 = Q_f + Q_r \quad (4)$$

$$Q_0 = Q_w + Q_r \quad (5)$$

Balance de masa para la concentración de oxígeno disuelto (γ_{O_2}):

$$\frac{d\gamma_{O_2}}{dt} = \frac{Q_f}{V} \gamma_{O_2,f} - \frac{Q_0}{V} \gamma_{O_2} - \frac{\mu_{max}}{Y_{O_2}} \left(\frac{\gamma_s}{K_s + \gamma_s} \right) \left(\frac{\gamma_{O_2}}{K_{OH} + \gamma_{O_2}} \right) \gamma_x - k_L a (\gamma_{O_{2,max}} - \gamma_{O_2}) \quad (6)$$

Balance de Energía (T):

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= \frac{Q_0}{V} (T_{in} - T) + \frac{Q_{air} \rho_{air} C_{p,air}}{V \rho C_p} (T_{air} - T) + \\ &\frac{h_c A}{V \rho C_p} (T - T_\infty) \end{aligned} \quad (7)$$

III. RESULTADOS

El análisis de estabilidad indica que se tienen 3 puntos de equilibrios estables y uno estable oscilatorio como lo muestran las tablas I, II y III, con valores aceptables en cuanto a normativa ambiental, así mismo su análisis se complemento con un diagrama fase en el cual se relaciono a la concertación de: (DQO), Biomasa recirculada y (OD) encontrando que el sistema es sensible a diferentes cambios en condiciones iniciales llevando al sistema a otro punto de equilibrio no deseable como lo muestra la figura 1 luego entonces es necesario la implementación de una ley de control para este punto de equilibrio.

TABLA I. Resultados de la optimización de los flujos para los puntos de equilibrio deseables.

P.E	Valores de operación [m³ día⁻¹]			
	Q _f	Q _r	Q _w	Q _a
1	8500	1790	1000	980
2	8000	1900	1000	940
3	7000	3150	1700	800
4	7250	2500	1700	790

TABLA II. Valores de puntos de equilibrio.

P.E	Variables de respuesta [mg l⁻¹, °C]				
	γ_s	γ_x	$\gamma_{x,r}$	γ_{O_2}	T
1	168.8	2988	11020	4.2	35.05
2	150.2	3033	10356	4.28	35.05
3	156.8	2456	5156	4.5	34.8
4	185.3	2283	5301	4.2	34.8

TABLA III. Análisis de valores propios de los puntos de equilibrio.

	γ_s	γ_x	$\gamma_{x,r}$	γ_{O_2}	T
1) Estable	-23.47	-0.29	-3.5	-4.2	-0.54
2) Estable	-22.67	-0.20	-3.68	-4.3	-0.52
3) Estable	-6.24	-4.24	-1.44	-0.21	-0.73
4) Estable oscilatorio	-5.11	-5.89	-0.19 + 0.17i	-0.19 - 0.17i	-0.61

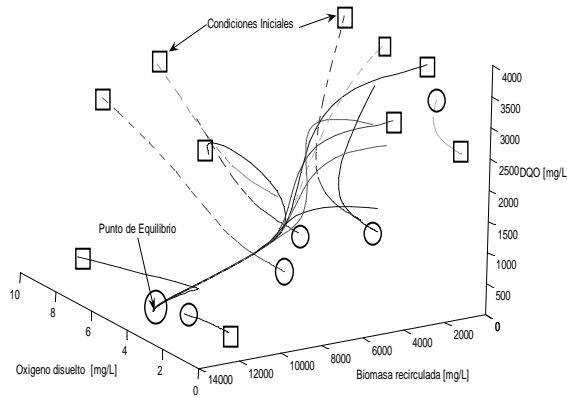


Figura 1 Diagrama fase del sistema a lazo abierto del oxígeno disuelto, DQO y biomasa recirculada.

Ley de control

Se utilizó la técnica de ganancia última en estado estacionario, con la finalidad de observar la sensibilidad del sistema por medio del valor de ganancia y decidir cual de las variables manipulables (flujos operacionales) tiene mayor efecto en las variables de salida (principalmente: DQO y OD) realizando una prueba en escalón entrada-salida al sistema a lazo abierto, se encontró al flujo de recirculado como el de mayor efecto. Para el diseño del controlador se eligió al oxígeno disuelto (OD) como entrada de control debido a su fácil medición en línea que indirectamente controla la concentración de DQO, el sintonizado de las constantes del controlador (PI) lineal se realizó mediante Internal Model Control (IMC) obteniendo:

$$Kc = 0.0018$$

$$\tau_I = 5 \text{ [días]}$$

Se utilizó un controlador proporcional no lineal desarrollado por (Neria y Aguilar, 2007) con fines de comparación con el controlador propuesto.

A continuación se presenta la prueba de estabilidad para el controlador proporcional Integral no Lineal. El controlador está relacionado con la contribución del error entre la trayectoria del oxígeno disuelto en el biorreactor y su correspondiente punto de referencia (set-point):

$$\varepsilon = (x - x_{sp}) \tag{8}$$

Donde:

sp: Set Point (Valor deseado)

$$x = \gamma_{O_2}$$

Ahora considerando nuestro SNL en función de estados para un sistema de control a lazo cerrado y su forma canónica tenemos:

- **Estado Entrada control**

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{9}$$

- **Salida**

$$y = Cx \tag{10}$$

Donde:

$$f(x) = -\frac{\mu_{max}}{Y_{O_2}} \left(\frac{\gamma_s}{K_s + \gamma_s} \right) \left(\frac{\gamma_{O_2}}{K_{OH} + \gamma_{O_2}} \right) \gamma_x - k_L a (\gamma_{O_{2sat}} - \gamma_{O_2})$$

$$g(x) = (\gamma_{O_{2f}} - \gamma_{O_2})$$

Ahora la ley de control propuesta es:

$$u = k \left[(x - x_{sp}) + \frac{1}{\tau_1} \int_0^t (x - x_{sp}) d\sigma \right] \tag{11}$$

- $k = \beta abs(x - x_{sp})^{1/n}$

$$\tag{12}$$

Considerando que es un caso estrictamente de regulación:

- $\varepsilon = (x - x_{sp})$

$$\tag{13}$$

Donde:

- $x_{sp} = cte$

- $\varepsilon = \text{Dinámica del error.}$

Sustituyendo (9) en (13) tenemos:

- $\varepsilon = (x - x_{sp}) = (f(x) + g(x)u)$

$$\tag{14}$$

Sustituyendo (11) en (14)

- $\varepsilon = f(x) +$

$$g(x)k \left[(x - x_{sp}) + \frac{1}{\tau_1} \int_0^t (x - x_{sp}) d\sigma \right] \tag{15}$$

o

- $\varepsilon = f(x) + g(x) \left(k(\varepsilon) + \frac{k}{\tau_1} e \right)$

- $e = \varepsilon$

Ahora suponiendo que la función $abs(\varepsilon)^{1/n}$ es positiva y continua en el intervalo de integración $[a, b]$; Donde M es el valor máximo de la función en el dominio $[a, b]$, luego entonces $abs(\varepsilon)$ es limitada $abs(\varepsilon) \leq M \quad \forall t \in [a, b]$, tal que:

$$abs(\varepsilon)^{1/n} \leq M^{1/n} \quad n > 0 \Rightarrow$$

$$\beta \int_a^b abs(\varepsilon)^{1/n} \leq \beta M^{1/n} (b-a)$$

Considerando a $n \in \mathbb{Z}^+$ para valores de $p \gggg$ tenemos:

$$k = \limsup \beta \int_a^b abs(\varepsilon)^{1/(2p+1)} \leq \limsup \beta M^{1/(2p+1)} (b-a) \leq \beta (b-a) \quad (16)$$

Así tomamos las siguientes cotas para nuestra ley de control:

$$A1 \quad f(x) \leq L \forall \Delta > 0 \rightarrow \mu_{\max}$$

$$A2 \quad g(x) \leq \Gamma \forall \Gamma > 0 \rightarrow \gamma O_2 f$$

Sustituyendo estos últimos resultados en la ecuación (15) tenemos:

$$\left| \begin{matrix} \bullet \\ \varepsilon \end{matrix} \right| \leq L + A |\xi| \quad (17)$$

Donde

$$\xi = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ e \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \beta(b-a)\Gamma & \beta(b-a)\Gamma/\tau_I \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Con la matriz de A Hurwitz estable tenemos:

$$\frac{d\xi}{dt} \leq L + A \xi \quad (18)$$

Solución por factor integrante:

$$\xi \leq \xi_0 \exp(At) + \int_0^t \exp(A(t-\sigma)) L d\sigma \quad (19)$$

Aquí ξ_0 es la condición inicial del regulador.

Así resolviendo (19) tenemos:

$$\|\xi\| \leq \exp(At) \left[\|\xi_0\| - LA^{-1} \right] - LA^{-1}$$

Como se considero A estable tenemos que el primer término cuando $t \rightarrow \infty$ el término tiende a 0.

Por lo que la desigualdad toma la siguiente solución:

$$\|\xi\| \leq -LA^{-1}$$

Resolviendo el producto vectorial y con la matriz inversa tenemos:

$$\xi \leq \begin{bmatrix} L \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \tau_I / \Gamma \beta (b-a) & -\tau_I \Gamma \end{bmatrix}$$

$$\xi \leq \begin{bmatrix} L \tau_I \\ \Gamma \beta (b-a) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tomando el límite cuando $\beta \gg 0$ el término referido a la parte integral también tiende a 0 disminuyendo así el ancho de banda entre el valor deseado y el medido.

A continuación se muestra el comportamiento a lazo cerrado del sistema con el controlador propuesto:

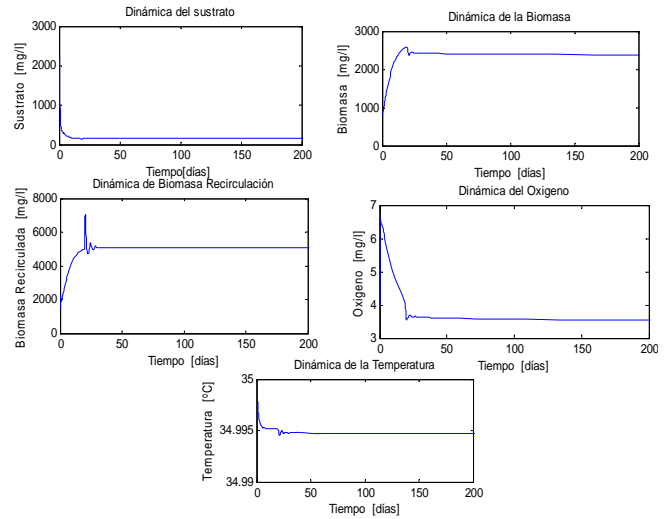


Figura 2 Dinámica del sistema a lazo cerrado con el controlador propuesto.

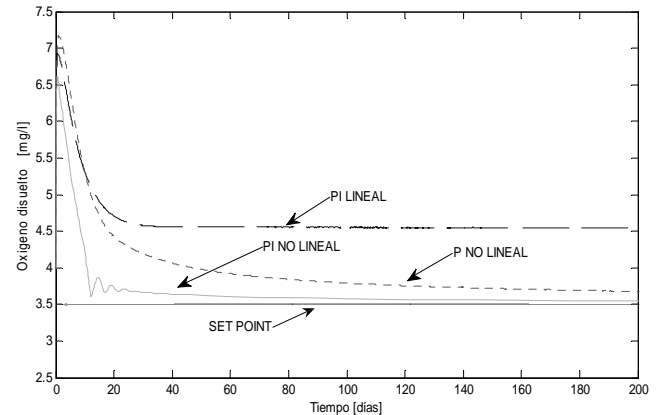


Figura 3 Desempeño de controladores convencionales y el propuesto para nuestra variable de control la concertación de (OD).

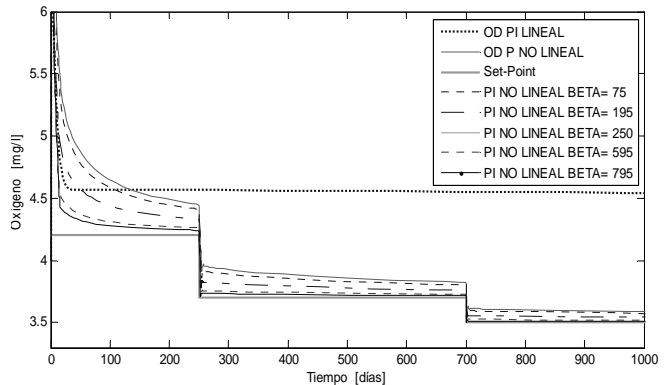


Figura 4 Salida de control PI NO LINEAL para el (OD) controlando y comparando con diferentes valores de β para un set-point de [4.2, 3.7y 3.5].

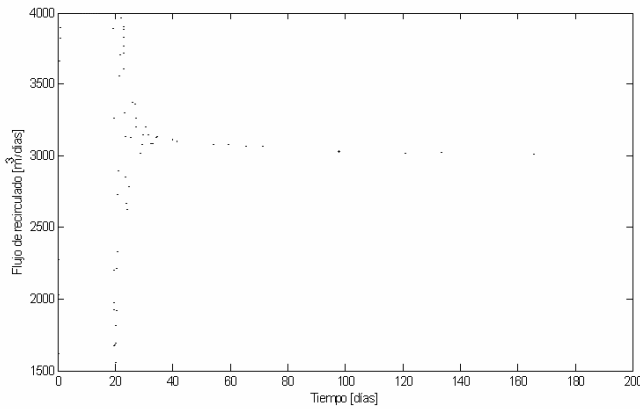


Figura 5 Desempeño de la variable de entrada de control, esfuerzo de control para alcanzar el set point.

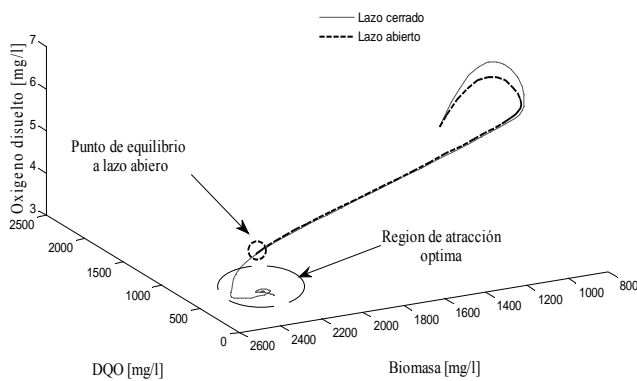


Figura 6 Diagrama fase del sistema a lazo abierto y lazo cerrado de nuestras variables de salida.

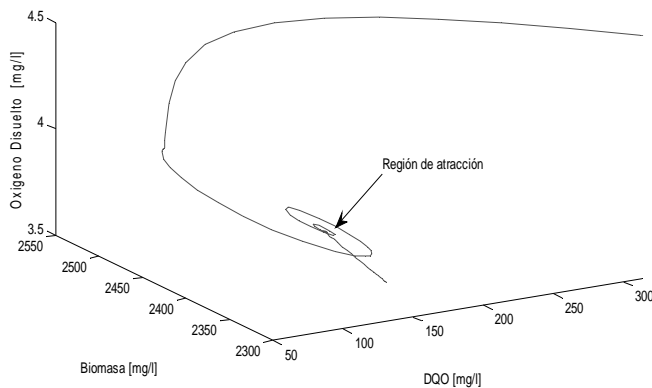


Figura 7 Diagrama fase del sistema a lazo abierto acercamiento de la zona de atracción.

IV. CONCLUSIONES

Los resultados permiten confirmar que el controlador propuesto mostró mejor desempeño que un controlador convencional y que un proporcional no lineal, con una respuesta lenta y un tiempo de estabilización de 80 días,

pero una vez regulando y realizando una perturbación en escalón el sistema se observó una respuesta rápida, controlando el Oxígeno disuelto a 3.5 mg/l y 3.7 mg/l e indirectamente la concentración de DQO = 161 mg/l, a lazo cerrado para un sistema SISO, cumpliendo con la normativa ambiental, es necesario mencionar que la entrada de control está dentro de límites físicamente alcanzables, la parte integral del controlador permitió reducir el ancho de banda, cumpliendo así el objetivo de control, dejando para trabajos posteriores una implantación MIMO que permita reducir el tiempo de respuesta del controlador.

V. AGRADECIMIENTOS

Al departamento de Biotecnología y Bioingeniería del CINVESTAV y a CONACYT por la beca otorgada a P. A. L. durante este proyecto.

VI. REFERENCIAS

Aguilar-López, R., Alvarez-Ramírez J., (2002) "Sliding-mode control scheme for a class of continuous chemical reactors", IEE Proceedings Control Theory and Application, Vol. 149, No. 4, 263-268.

Aguilar, R., Martínez, S.A., Rodríguez, M.G., Soto, G., (2005) "Process analysis for treatment of industrial plating wastewater: simulation and control approach", Chemical Engineering Journal, Vol. 105, No. 139-145

Ewart Carson, David Dagan Feng, Marie-Noëlle Pons, Rodolfo Soncini-Sessa and Gerrit van Straten (2006) Dealing with bio- and ecological complexity: Challenges and opportunities Annual Reviews in Control, Volume 30, Issue 1, Pages 91-101

Eckenfelder, W. (2000). Industrial water pollution control. Environmental Engineering Series. McGraw Hill

M.A.M Maqueda, Ricardo Aguilar L., (2006) Sergio A Martínez D. Dynamical modelling of an activated sludge system of a petrochemical plant operating at high temperatures. Water Science & technology, Vol 53 No 11 pp 135-142, IWA Publishing.

M.I. Neria-González y R. Aguilar-López. (2007) Tracking Trajectories in a Continuous Anaerobic Bioreactor employing a Nonlinear Proportional Controller. Int. Journal of Chemical Reactor Engineering. Vol. 5, A73, 2007.

Ramaswamy, S., Cutright, T.J., Qammar, H.K., "Control of continuous bioreactor using model predictive control", Process Biochemistry, Vol. 40, No. 8, 2763-2770 (2005).

Taskin, H., Kubat, C., Uygun Ö., Arslankaya S., (2006) "FUZZY-FCC: Fuzzy logic control of a fluid catalytic cracking unit to improve dynamic performance" Computers & Chemical Engineering, Vol. 30, No. 5, 850-863.