

Control de Entrada a Vías Rápidas

Luis Álvarez-Icaza Longoria y Oscar A. Rosas Jaimes

Instituto de Ingeniería

Universidad Nacional Autónoma de México

04510, Coyoacán DF, México

Gabriel Gomes, Roberto Horowitz

Department of Mechanical Engineering

University of California at Berkeley, Berkeley, CA 94720, USA

Resumen—Se propone una nueva ley de control para regular el flujo vehicular en las rampas de entrada a una vía rápida cuyo objetivo es acortar los tiempos de viaje y disminuir la formación de colas de vehículos en dichas rampas. Los resultados de simulación permiten comparar el desempeño del controlador propuesto con uno ya existente en literatura y observar un mejor funcionamiento de la nueva ley de control.

Palabras clave: Modelo de transmisión por celdas (Cell transmission model), Sistemas de carreteras automatizadas (Automated highway systems), Control de acceso a vías rápidas (Freeway Access Control).

I. Introducción

La incorporación de elementos de automatización en caminos no ferroviarios, como son calles, avenidas, carreteras o autopistas, ha comenzado a ser una necesidad cada vez más común para mejorar la operación en aquellas vías que presentan regularmente tráfico congestionado.

Aunque durante mucho tiempo la solución a la demanda impuesta por el crecimiento de la planta vehicular fue la construcción de nueva infraestructura o la ampliación de la ya existente, este esquema ha llegado a un límite en muchos casos, lo que obliga a buscar soluciones alternativas.

La introducción de elementos de control automático en la regulación de una red de tráfico tiene grandes ventajas en el tratamiento de problemas de congestión vehicular, pues a través de sensores de las condiciones del estado que guarda dicha red en puntos clave, es posible diseñar leyes de control para el acceso de los vehículos que eviten o alivien la condición de congestión en la red [1]. El objetivo final de estos

controladores es un mejoramiento en el tiempo de viaje total para todos los usuarios. Físicamente, estas leyes de control se establecen con un semáforo, en que los ciclos de operación están determinados por el algoritmo de control y no son fijos, como en los semáforos tradicionales.

Este artículo trata de un modelo simulado de una sección de la autopista I-210 West, en Pasadena, California, la cual consta de un tramo considerado principal, dos rampas de acceso y dos de salida. En las rampas de acceso se implantaron distintos controladores que regulan el tráfico que desea entrar al tramo principal en función de las condiciones de tráfico reinantes en la vecindad de cada rampa de acceso, mismas que se miden por medio de sensores de flujo y velocidad.

La sección 2 de este escrito describe el modelo matemático en que se basa la simulación del movimiento de vehículos. En la sección 3 se presenta el diseño de una nueva ley de control de acceso y en la sección 4 se muestran los resultados de simulaciones que comparan la estrategia de control aquí propuesta con una ley de control descrita anteriormente en la literatura y con el caso en que no se aplica ningún control de acceso. Al final se listan algunas conclusiones a las que se han podido llegar a través de este trabajo.

II. Simulación de Tráfico

El flujo vehicular en una carretera tiene muchas similitudes con un fluido circulando en una tubería. El Modelo de Transmisión de Celdas (Cell Transmission Model) hace uso de esta analogía [2], [3] aunque impone restricciones adicionales a la forma en que debe moverse el tráfico para lograr reproducir fenómenos observados en el tráfico real. Para conseguir una mayor flexibilidad sin perder precisión, este trabajo toma en cuenta algunas modificaciones a dicho modelo [4].

Investigador, alvar@pumas.iingen.unam.mx, corresponsal.

Estudiante de posgrado, ORosasJ@iingen.unam.mx.

Estudiante de posgrado; gomes@newton.berkeley.edu .

Profesor; horowitz@me.berkeley.edu.

De esta manera, se define una celda como un volumen de control, que representa un tramo de vía rápida de longitud L . Dentro de la celda se cuenta con vehículos distribuidos uniformemente con una densidad vehicular k . En cada intervalo de tiempo Δt a la celda entra un flujo de vehículos $y_i(t)$ y sale otro $y_{i+1}(t)$. Una carretera puede ser dividida en varias celdas unidas entre sí, de forma tal que el flujo que sale de la celda i entra a la siguiente $i + 1$ (ver Fig. 1).

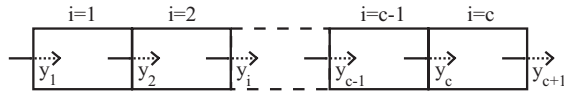


Fig. 1. Celdas en que se divide una sección de carretera

Asimismo, existen otras características que precisan la capacidad que una celda tiene, como son la máxima densidad K_i y el máximo flujo $q_{max,i}$ que aquella puede mantener.

Para modelar la reacción de los conductores a la densidad vehicular, es convencional establecer una relación entre la densidad y el flujo de vehículos en tránsito por una avenida o camino. Aunque existen muchas relaciones de este tipo, en este artículo se adoptará una forma sencilla, que se muestra en el diagrama de la Fig. 2, donde k es la densidad en vehículos por unidad de longitud y q es el flujo, en vehículos por unidad de tiempo. Obsérvese que el

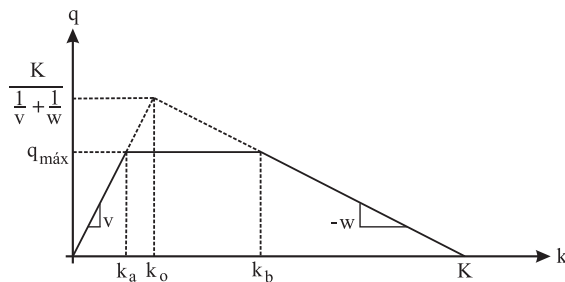


Fig. 2. Diagrama flujo-densidad

diagrama se compone de dos líneas. Una de ellas tiene pendiente v que es la velocidad a la cual viajan los vehículos en forma libre, esto es, cuando existe el suficiente espacio como para que en una vía rápida puedan desplazarse a la máxima rapidez. Por otro lado, cuando la densidad k crece, ya no hay espacio suficiente como para que exista tal movimiento libre y empieza el congestionamiento. Este se caracteriza con una segunda velocidad $-w$, que es la rapidez con que una onda de llenado de espacios viaja hacia atrás.

Para definir el flujo entre celdas $y_i(t)$, Daganzo [2], [3] encuentra en primer término la menor de tres cantidades: (1) la densidad de vehículos k_i provenientes de una celda anterior $i - 1$ y que desean pasar a la celda actual i , (2) la densidad de espacios vacíos $K_{i+1} - k_{i+1}$ en la celda consecutiva o (3) el flujo máximo de vehículos $q_{max,i}$ que pueden entrar a la celda i en el lapso Δt . Para que las dos primeras cantidades proporcionen unidades del flujo [veh/s], se multiplican por v la velocidad de onda de flujo libre y w la velocidad de onda de flujo congestionado, respectivamente, según la Fig. 2.

Así, finalmente Daganzo [2], [3] calcula el flujo de vehículos $y_i(t)$ como

$$y_i(t) = \min\{v k_i(t), q_{max,i}, w(K_{i+1} - k_{i+1}(t))\} \quad (1)$$

Y la densidad existente en cada una de las celdas se ve actualizada cada Δt por

$$k_i(t + \Delta t) = k_i(t) + \frac{\Delta t}{L_i} y_i(t) - \frac{\Delta t}{L_{i+1}} y_{i+1}(t) \quad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) son útiles para modelar celdas secuenciales, es decir, tramos rectos de carretera en las que no existen otros flujos de entrada o de salida diferentes a $y_1(t)$, correspondiente a la entrada a la primera celda $i = 1$, o a $y_{c+1}(t)$ relativo a la última celda $i = c$.

Estas celdas pueden ser llamadas ordinarias (Fig. 3a); existen otras que auxilian en el modelado de flujos que convergen o divergen entre sí (Figs. 3b y 3c). En ellas se denominan Bl las celdas consideradas origen del flujo l sobre el tramo principal, que converge con el flujo cl de la celda complementaria Cl , ambas hacia la celda El que los recibe.

Por conveniencia, redefínase la ecuación (1) en la forma

$$y_l(t) = \min\{S_{Bl}, R_{El}\} \quad (3)$$

donde:

$$S_{Bl} = \min\{v k_{Bl}(t), q_{max,Bl}\} \quad (4a)$$

$$R_{El} = \min\{q_{max,El}, w (K_{El} - k_{El}(t))\} \quad (4b)$$

siendo S_{Bl} el flujo que puede ser enviado por la celda Bl , mientras que R_{El} es el flujo que puede ser recibido por la celda El . Algo análogo puede establecerse para el flujo cl .

Para realizar el modelo de una celda en la cual convergen los flujos de un tramo recto principal l con uno complementario cl se efectúa el cálculo de flujos con ayuda del diagrama de la Fig. 4.

Este diagrama consta de dos ejes que representan a

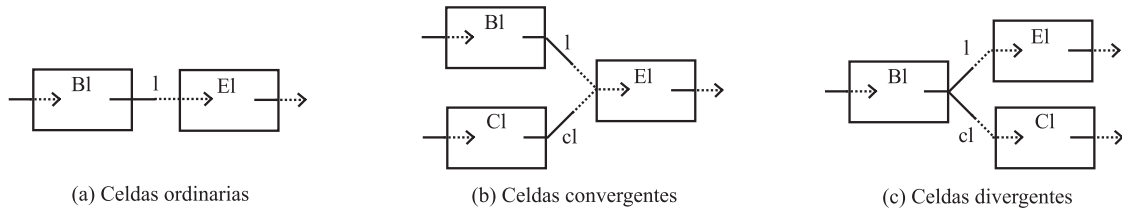


Fig. 3. Tipos de celdas

los flujos y_l y y_{cl} y los valores que pueden llegar a tener. Sobre cada uno de ellos se indican los valores máximos S_{Bl} y S_{Cl} , los cuales trazan un rectángulo cuyos puntos tienen coordenadas no negativas y que representan las condiciones $y_l \leq S_{Bl}$ y $y_{cl} \leq S_{Cl}$; también se muestra la recta

$$\frac{y_{cl}}{y_l} = \frac{p_{cl}}{p_l} \quad (5)$$

que representa las proporciones de los respectivos flujos que pueden pasar hacia la celda El que los recibe. Los valores p son tales que $p_l + p_{cl} = 1$ y son un índice de la forma en que los flujos en convergencia se jerarquizan uno con respecto al otro.

Se puede observar que un régimen en flujo libre, en donde ninguna de las celdas involucradas en la convergencia esté congestionada, se puede cumplir la condición

$$S_{Bl} + S_{Cl} < R_{El} \quad (6)$$

la cual está representada por la línea con pendiente negativa (i) en el diagrama, que no toca al rectángulo; cuando se presenta este caso, los flujos se calculan simplemente como

$$y_l = S_{Bl} \quad (7a)$$

$$y_{cl} = S_{Cl} \quad (7b)$$

Sin embargo, se puede dar el caso en que la suma de los flujos que convergen sea superior a lo que pueda admitir la celda El , es decir,

$$S_{Bl} + S_{Cl} \geq R_{El} \quad (8)$$

Cuando existe congestionamiento en todas las celdas involucradas en la convergencia, solamente una porción de los flujos enviados, S_{Bl} y S_{Cl} , podrá moverse; este caso queda representado por el punto Q en donde las líneas de pendientes ascendente y descendente (ii) se cruzan dentro del rectángulo.

Por otra parte, se puede dar el caso en que sólo exista congestionamiento en una de las aproximaciones a la convergencia mientras que en la otra el tráfico se desplaza libremente. Este caso corresponde con el punto R en donde la línea (iii) se cruza con la de

proporciones por fuera del rectángulo.

En cualquiera de estos dos últimos casos se puede notar que las soluciones al cálculo de flujos es el punto medio de las intersecciones hechas sobre las líneas (ii) y (iii), es decir

$$y_l(t) = \text{med}\{S_{Bl}, R_{El} - S_{Cl}, p_l R_{El}\} \quad (9a)$$

$$y_{cl}(t) = \text{med}\{S_{Cl}, R_{El} - S_{Bl}, p_{cl} R_{El}\} \quad (9b)$$

donde el operador “med” proporciona como respuesta el argumento de valor intermedio de sus tres argumentos, es decir, aquel que no es máximo ni mínimo. Una vez obtenidos los respectivos flujos, la densidad de la celda en donde éstos convergen se actualiza mediante

$$k_{El}(t + \Delta t) = k_{El}(t) + \frac{\Delta t}{L_l} y_l(t) + \frac{\Delta t}{L_{cl}} y_{cl}(t) - \frac{\Delta t}{L_{El+1}} y_{El+1}(t) \quad (10)$$

donde y_{El+1} es el flujo de salida de la celda de convergencia El .

El caso de celdas en divergencia es algo más sencillo si se toma en cuenta que existe una proporción de vehículos que decide virar hacia un sentido en relación con aquéllos que prefieren girar hacia el opuesto, de tal forma que dichas proporciones obedecen la relación $\beta_{El} + \beta_{Cl} = 1$; así, los flujos para una divergencia se calculan mediante

$$y_l(t) = \beta_{El} y_{Bl}(t) \quad (11a)$$

$$y_{cl}(t) = \beta_{Cl} y_{Bl}(t) \quad (11b)$$

y la densidad en la celda de divergencia se obtiene por

$$k_{Bl}(t + \Delta t) = k_{Bl}(t) + \frac{\Delta t}{L_{l-1}} y_{l-1}(t) - \frac{\Delta t}{L_l} y_l(t) - \frac{\Delta t}{L_{cl}} y_{cl}(t) \quad (12)$$

donde y_{l-1} es el flujo que es recibido por la celda de divergencia Bl .

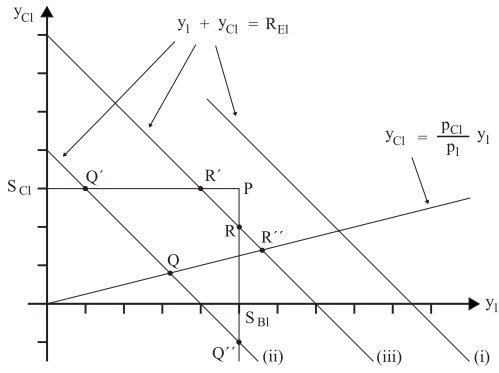


Fig. 4. Diagrama de flujos en convergencia

III. Controlador de Acceso

Para diseñar un controlador que permita o impida el paso de los vehículos que desean incorporarse al tráfico principal de la sección esquematizada en la Fig. 5, a través de los flujos en las rampas de acceso que se conectan en las celdas de convergencia $i = 2$ e $i = 6$, conviene seguir pensando en estos flujos vehiculares como si se tratase de fluidos, con lo que los respectivos controladores pueden ser vistos como válvulas automáticas.

Considérense las celdas y los flujos involucrados en una convergencia (Fig. 3b). Papageorgiou [5] ha propuesto un controlador en lazo cerrado para rampas de acceso, como las que se han descrito a lo largo de este documento, conocido como ALINEA (asservissement linéaire d'entrée autoroutière), el cual regula el flujo de la correspondiente rampa y_{cl} a través de la ocupación existente en la celda de convergencia, definida esta como $O_{Ei}(t) = k_{Ei}(t)/K_{Ei}$; puede verse que esta variable es un porcentaje de la máxima densidad que una determinada celda puede contener, la cual puede ser obtenida por la medición (o estimación) del número de vehículos presentes en la celda de convergencia respectiva.

Este controlador tiene la forma

$$y_{cl}(t) = y_{cl}(t - \Delta t) + K_{R1} \left[\hat{O}_{Ei} - O_{Ei}(t) \right] \quad (13)$$

donde \hat{O}_{Ei} es la ocupación deseada en la celda Ei ($\hat{O}_{Ei} = 1$ es la máxima ocupación posible en una celda), y K_{R1} una constante positiva que afecta la variación de las cantidades entre paréntesis. De esta forma, por ejemplo, si $O_{Ei}(t) < \hat{O}_{Ei}$, el segundo término del lado derecho de la expresión (13) es positivo lo que hará aumentar al flujo y_{cl} de la rampa de acceso. La situación contraria ocurre cuando $O_{Ei}(t) > \hat{O}_{Ei}$. El control se implanta al variar el tiempo promedio de encendido de luz verde de un

semáforo.

El mismo autor sugiere una mejora a este controlador de la forma

$$y_{cl}(t) = y_{cl}(t - \Delta t) + K_{R1} \left[\hat{O}_{Ei} - O_{Ei}(t) \right] + K_{P1} \left[O_{Ei}(t) - O_{Ei}(t - \Delta t) \right] \quad (14)$$

con K_{P1} otra constante positiva. El término agregado, al comparar los valores actual y anterior de la ocupación, tiene un efecto derivativo que ayuda a la regulación. Las expresiones (13) y (14) son utilizadas por Papageorgiou et al. tanto para regímenes en flujo libre como en flujo congestionado. En este trabajo se propone una modificación a esta ley de control que toma en cuenta la situación local de flujo libre o congestionado.

Si se observan las expresiones para el cálculo de flujo (4a) y (4b), es posible notar que cuando se tiene flujo libre, las condiciones tráfico arriba son las que imperan, mientras que en el caso congestionado las condiciones tráfico abajo son las dominantes. Dichas condiciones están relacionadas con el espacio vacío $K_{Ei+1} - k_{Ei+1}$ que puede ocuparse en una celda subsecuente a la actual.

Defínase ahora la vacuidad como

$$V_{Ei}(t) = \frac{K_{Ei+1} - k_{Ei+1}(t)}{K_{Ei+1}} \quad (15)$$

Se propone entonces el siguiente controlador para flujos en congestionamiento

$$y_{cl}(t) = y_{cl}(t - \Delta t) + K_{R2} \left[\hat{V}_{Ei} - V_{Ei}(t) \right] + K_{P2} \left[V_{Ei}(t) - V_{Ei}(t - \Delta t) \right] \quad (16)$$

donde \hat{V}_{Ei} es la vacuidad deseada en la celda Ei ($\hat{V} = 1$ es el valor para una carretera completamente vacía) y K_{R2} y K_{P2} constantes positivas.

En esta forma es posible implantar un control que conmuta entre (14) y (16) según se cumplan las condiciones (6) u (8) respectivamente.

Como ya se mencionó, usar controladores realimentados en las rampas de acceso a una vía rápida tiene por objetivo fundamental reducir los tiempos de viaje de los vehículos que allí circulan y evitar formaciones de colas.

En el caso de congestionamientos, aparecen acumulaciones de vehículos que tienden a llenar hacia atrás las celdas. Cuando dichas acumulaciones se dan en las entradas, es decir, fuera de las celdas de simulación, se hace necesario un modo de contabilizarlas. Esto puede llevarse a cabo modificando la función de flujos

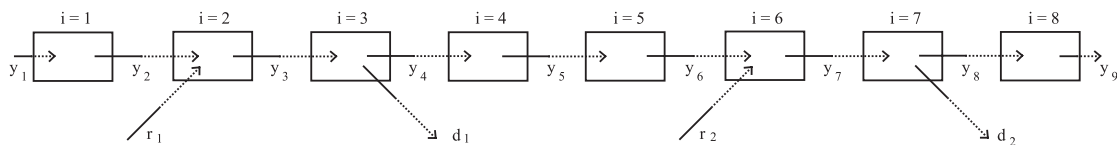


Fig. 5. Sección simulada de la carretera I-210 West

CELDA	K_{R1}	K_{R2}	K_{P1}	K_{P2}
$i = 2$	0.282	0.282	1×10^{16}	0
$i = 6$	0.141	28.2	1×10^{16}	0

TABLA I

Constantes de control usadas en simulación

Sin control	y_1	r_1	r_2
t_v [s]	209	154.6	75.6
\bar{v} [m/s]	17.49	17.35	14.12
ALINEA	y_1	r_1	r_2
t_v [s]	166.5	136.1	62.5
\bar{v} [m/s]	22.0	19.71	17.08
Sugerido	y_1	r_1	r_2
t_v [s]	133.1	103.5	50.1
\bar{v} [m/s]	27.5	25.9	21.3

TABLA II

Tiempos de viaje promedio desde cada entrada y para cada tipo de control

enviados (4a) para una rampa de acceso como

$$S_{ent} = a(t) \left(\frac{v}{L_{ent}} \right) + y_{ent}(t) \quad (17)$$

donde $y_{ent}(t)$ es el flujo que demanda entrada a la vía rápida y $a(t)$ los vehículos acumulados en la cola de dicha entrada. $a(t)$ se actualiza a través de

$$a(t + \Delta t) = a(t) + y_{ent}(t)\Delta t - y_{rent}(t)\Delta t \quad (18)$$

donde $y_{rent}(t)$ es el flujo que puede ser recibido por la celda a la cual entra el tráfico y_{ent} . Las expresiones (17) y (18) se usan en celdas donde hay flujos que no son de salida de ninguna otra celda, como son y_1 , r_1 y r_2 en el diagrama de la Fig. 5.

IV. Resultados

Se realizaron simulaciones del comportamiento de la sección de prueba ilustrada en la Fig. 5 bajo tres condiciones: sin algoritmo de control de acceso, con ALINEA (Ec. (14)) y con el algoritmo propuesto en este artículo (Ec. (16)). Los datos para la simulación se obtuvieron a partir del programa PeMS [6].

Estas simulaciones se llevaron a cabo haciendo las velocidades libre $v = 63 \frac{mi}{hr}$ y de onda de retroceso $w = 14.47 \frac{mi}{hr}$, la densidad máxima para cada celda $K_i = 680 \frac{veh}{mi}$, teniendo cada celda longitudes $L = [3200 \ 1800 \ 1800 \ 900 \ 800 \ 1250 \ 1250 \ 1000]$ en pies, empleando datos obtenidos de mediciones de flujos vehiculares en cada entrada y salida de la sección I-210 West correspondientes con el intervalo de 5 a 12 a.m. El tiempo de muestreo de dichos datos fue de $\Delta t = 5s$ y los valores de las constantes de control utilizados están dados en la Tabla I. Para poder comparar los efectos de los diferentes tipos de control, es útil calcular los tiempos de viaje promedio que un vehículo tarda en atravesar desde

alguna de las posibles entradas (y_1 , r_1 o r_2) hasta salir del tramo simulado. Esto se lleva a cabo a través de

$$t_v = \frac{\sum_{j=0}^t \sum_{i=u}^c k_i(j) L_i}{\sum_{h=1}^f \int_0^t y_{rent_h}(t) dt} \Delta t + \frac{\sum_{j=0}^t \sum_{h=1}^f a_h(j)}{\sum_{h=1}^f \int_0^t y_{ent_h}(t) dt} \Delta t \quad (19)$$

donde $c = 8$ es el número de celdas existentes en el tramo principal, $f = 3$ el número total de flujos de entrada a la carretera simulada y $u = 1, 2, 6$ la celda en la que entra el flujo de interés y a partir de la cual se efectúa el cálculo de vehículos en las celdas involucradas. El primer término en la Ec. (19) representa el tiempo promedio de viaje sobre la autopista, mientras que el segundo el tiempo promedio de espera en las colas.

La Tabla II muestra los resultados obtenidos para los distintos trayectos desde cada entrada hacia la salida por la celda $i = 8$. Puede notarse como los tiempos de viaje análogos se hacen más cortos, y las velocidades promedio más rápidas, cuando una ley de control se implementa en el sistema, siendo los mejores valores aquellos correspondientes con la ley de control sugerida en este artículo. Es importante hacer notar que las ganancias en los algoritmos de control usados (Ecs. (14) y (16)) y que se muestran en la Tabla I fueron ajustadas para obtener el mejor desempeño posible.

La otra medida de comparación se refiere a la formación de colas en las entradas a esta sección, la Fig. 6 muestra la variación de la acumulación de

vehículos antes de entrar a la celda $i = 1$ a lo largo del lapso simulado.

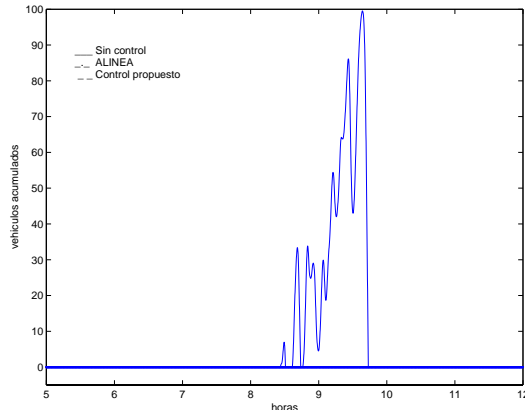


Fig. 6. Filas formadas a la entrada de la celda $i = 1$ con diferentes controles

La línea continua en la Fig. 6 corresponde con el caso en que no existe control alguno y los conductores entran a la autopista siempre que hay espacio disponible. Puede notarse que la cola puede crecer hasta tener cien vehículos. En la misma figura se muestran, superpuestas con línea axial y línea discontinua, los efectos producidos al incorporar el controlador ALINEA y el controlador propuesto en este documento, con los cuales no se forma cola alguna.

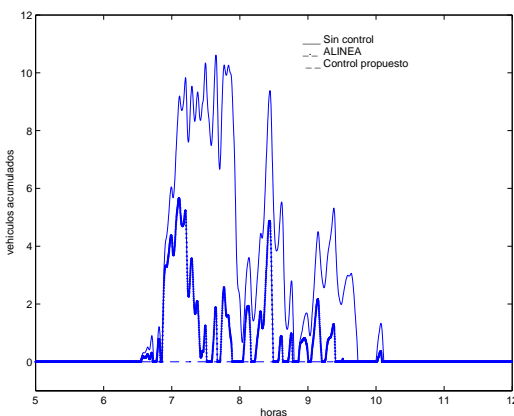


Fig. 7. Filas formadas en la rampa de entrada de la celda de convergencia $i = 6$ con diferentes controles

La Fig. 7 muestra las colas para la celda de convergencia $i = 6$; se aprecia la diferencia entre los controladores ALINEA y el modificado, la que se hace patente el mejor desempeño del controlador propuesto en este artículo que logra evitar la formación de colas.

En la celda $i = 2$ nunca se forman filas, con o sin control, por lo que no se muestra la gráfica respectiva.

V. Conclusiones

Se presentó una ley de control para rampas de acceso a vías rápidas que mejora sustancialmente los tiempos de recorrido en un tramo de prueba de una autopista situada en Pasadena, California. La ley de control se desarrolla a partir del modelo de tráfico de transmisión por celdas [2], con las modificaciones sugeridas en [4] para manejar densidades y secciones de diferente longitud. Esta ley de control tiene una estructura semejante al algoritmo ALINEA sugerido en [5], pero introduce una importante modificación al tomar en cuenta la situación de flujo libre o congestionado en el punto de entrada. La implantación de esta modificación tiene claramente un costo, pues requiere información sobre la densidad en la celda tráfico abajo de la rampa de acceso. De no ser deseable instalar nuevos sensores, esta información puede obtenerse a través de estimadores de densidad como los propuestos en [4].

Referencias

- [1] M. Papageorgiou and A. Kotsialos. Freeway ramp metering: an overview. *IEEE Transactions on Intelligent transportation systems*, 3(4):271–281, Dec. 2002.
- [2] C. F. Daganzo. The cell transmission model: a dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory. *Transpn. Res. -B.*, 28B(4):269–287, 1994. Elsevier Science Ltd.
- [3] C. F. Daganzo. The cell transmission model: part ii, network traffic. *Transpn. Res. -B.*, 29B(2):79–93, 1995. Elsevier Science Ltd.
- [4] L. Munoz, X. Sun, R. Horowitz, and L. Álvarez Icaza. Traffic density estimation with the cell transmission model. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 3750–3755, 2003.
- [5] M. Papageorgiou, H. Hadj-Salem, and J.-M. Blosseville. Alinea: a local feedback control law for on-ramp metering. *Transportation research record*, 1320:58–64, 1991.
- [6] Freeway performance measurement project. <http://pems.eecs.berkeley.edu>.