

Control de estructuras civiles con modulación en frecuencia

Luis Alvarez-Icaza y Rolando Carrera Méndez
 Instituto de Ingeniería
 Universidad Nacional Autónoma de México
 04510 Coyoacán DF, México

Resumen—: Se proponen leyes de control para proteger estructuras civiles que toman en cuenta el contenido en frecuencia de la señal de excitación sísmica. Los controladores se diseñan con base en las técnicas de control lineal cuadrático y se usan en conjunto con esquemas de identificación de las frecuencias fundamentales de la excitación sísmica. Los resultados de simulación indican que los desplazamientos obtenidos con este enfoque son mucho menores que los que se obtienen cuando no se toma en cuenta la información de la excitación sísmica.

Palabras clave: control de estructuras civiles, identificación, control lineal cuadrático.

I. Introducción

Controlar la respuesta sísmica de estructuras civiles es importante para prevenir daños personales y económicos. Esto es particularmente cierto en regiones de alta sismicidad. El daño que pueden sufrir las estructuras depende fuertemente de las características de la excitación sísmica y de las propiedades de vibración de la estructura. En muchos casos, como por ejemplo en la Ciudad de México durante el sismo de septiembre de 1985, la interacción entre el suelo y las ondas sísmicas produjo movimientos del terreno que, además de la extraordinaria larga duración, presentaron concentraciones importantes en la frecuencia de excitación¹.

El enfoque que se adopta en este artículo para proteger las estructuras civiles consiste en asumir que si bien es prácticamente imposible impedir que un sismo mueva una estructura, sí es factible conseguir que los desplazamientos de esta no la lleven a sufrir deformaciones plásticas que la dañen irremisiblemente. Los movimientos cuya intensidad provoca estas deformaciones plásticas ocurren, generalmente, cuando la respuesta en frecuencia de las estructuras es semejante a la de la excitación sísmica.

En este artículo se utiliza una de las técnicas de control desarrolladas recientemente para el control de estructuras civiles, el control semiactivo, que es una técnica particularmente atractiva pues ofrece desempeños similares a los que brindan los sistemas activos, con un costo de instalación

y operación menor, además de ser más confiables [1]. En particular, se asume que la estructura cuenta con amortiguadores magneto-reológicos como dispositivo de protección².

Las leyes de control que se proponen en este artículo para proteger estructuras se diseñan en dos etapas. La primera tiene por objeto identificar las principales frecuencias en que se concentra la energía de la excitación sísmica y se puede realizar por métodos de identificación paramétrica o no-paramétrica [3]. La segunda, que se enfatiza en este artículo, consiste en diseñar las leyes de control por medio de la técnica de control lineal cuadrático pesado en frecuencia [4]. Los pesos en frecuencia empleados se obtienen como resultado de la primera etapa. Se supone que las características de las estructura y del amortiguador son conocidas de antemano, aunque no se descarta el uso de técnicas de identificación para los mismos [5].

Las leyes diseñadas se simulan en una estructura de tres grados de libertad sujeta a una de las componentes horizontales registradas en la Ciudad de México durante el sismo de septiembre de 1985. Los resultados de simulación, que aquí se reproducen, indican que con esta técnica de protección selectiva en frecuencia la estructura presenta desplazamientos de mucho menor magnitud que los que se obtendrían con la misma técnica, pero ignorando las características de frecuencia de la excitación y que fueron reportados en [2].

II. Modelo del sistema

La ecuación diferencial que rige el movimiento de una estructura lineal de n grados de libertad está dada por

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + F + Kx = -Ml\ddot{x}_g \quad (1)$$

donde $x \in \mathcal{R}^n$ es el vector de desplazamientos de los entrepisos y M , C y K son las matrices de inercia, amortiguamiento y rigidez, respectivamente; $F = [f \ 0 \ \dots \ 0]^T$ es la fuerza de control, cuyo cálculo se explicará más

Trabajo con patrocinio de CONACYT-31226U y UNAM-PAPITT IN-104700.

alvar@sevidor.unam.mx. Autor para correspondencia.
 racm@pumas.iingen.unam.mx.

¹En este caso el sismo duro aproximadamente dos minutos y tuvo una fuerte concentración de energía en $0.5Hz$.

²Estos dispositivos contienen un fluido cuyas propiedades mecánicas se pueden variar a través de un campo magnético, lo que permite regular la fuerza que se opone al movimiento relativo de sus extremos. Su gran capacidad de disipación de energía y bajo requerimiento de potencia los hace atractivos para la protección de estructuras [2].

adelante³, l es un vector de componentes unitarias y \ddot{x}_g es la aceleración del terreno debida al sismo.

Si se define el vector de estados como

$$\zeta = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \cdots \ \dot{x}_n] , \quad (2)$$

y se utiliza la Ec. (1) se puede obtener la siguiente representación en el espacio de estados

$$\dot{\zeta} = A\zeta + B_1\ddot{x}_g + B_2f , \quad (3)$$

donde las matrices del sistema están definidas de la siguiente manera

$$A = \begin{bmatrix} O_n & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} O \\ -l \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} O \\ -M^{-1} \end{bmatrix}, O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, l = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix},$$

O_n es una matriz nula de 3×3 e I es la matriz identidad de orden n .

III. Ley de control

El objetivo de un sistema de control antisísmico es reducir los desplazamientos de los pisos de la estructura para que sean menores que los desplazamientos máximos permitidos para garantizar la seguridad del inmueble y sus ocupantes. El objetivo de control es llevar al sistema al punto de equilibrio $\zeta = 0$, o al menos, mantener las trayectorias del sistema en una vecindad de este punto cuando la estructura está sujeta a excitación sísmica. Este problema se puede plantear como el de minimizar el siguiente funcional

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (x^*(j\omega)Q(j\omega)x(j\omega) + f^*(j\omega)R(j\omega)f(j\omega)) d\omega \quad (4)$$

donde $x(j\omega)$ y $f(j\omega)$ corresponden con la respuesta en frecuencia de x y f , respectivamente, $Q(j\omega)$ es una matriz Hermitiana positiva definida y $R(j\omega)$ es una función escalar⁴, también positiva definida. Este funcional corresponde con el que se plantea para solucionar un problema lineal cuadrático óptimo con peso en frecuencia [4]. La matriz $Q(j\omega)$ y la función $R(j\omega)$ se componen normalmente con funciones racionales del cuadrado de la frecuencia, ω^2 , es decir, que se pueden escribir como

$$Q(j\omega) = Q_1^*(j\omega)Q_1(j\omega) \quad (5)$$

$$R(j\omega) = R_1^*(j\omega)R_1(j\omega) \quad (6)$$

Se puede suponer que $Q_1(j\omega)$ admite una realización mínima (A_Q, B_Q, C_Q, D_Q) con estado z_Q y entrada x , mientras que, similarmente, $R_1(j\omega)$ se realiza mediante (A_R, B_R, C_R, D_R) estado z_R y entrada f . A partir de

³En este caso se supone que hay solamente un actuador entre el terreno y el primer entrepiso.

⁴Pues en este caso solamente hay una señal de control.

estas realizaciones, es posible definir un estado extendido $z = [\zeta, z_Q, z_R]^T$ tal que

$$\begin{bmatrix} \dot{\zeta} \\ \dot{z}_Q \\ \dot{z}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ B_Q & A_Q & 0 \\ 0 & 0 & A_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ z_Q \\ z_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \\ B_R \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{x}_g \quad (7)$$

Con base en la Ec. (7), el funcional en la Ec. (4) se puede reescribir como

$$J = \int_0^{\infty} [z^T f] \begin{bmatrix} Q_z & N_z \\ N_z^T & R_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ f \end{bmatrix} dt \quad (8)$$

donde

$$Q_z = \begin{bmatrix} D_Q^T D_Q & D_Q^T C_Q & 0 \\ C_Q^T D_Q & C_Q^T C_Q & 0 \\ 0 & 0 & C_R^T C_R \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$N_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_R^T D_R \end{bmatrix}, R_z = D_R^T D_R \quad (10)$$

La minimización del valor esperado del funcional de la Ec.(8) se puede obtener a solucionar un problema convencional LQG [4] que está dada por

$$f = -R_z^{-1} (\bar{P}B_z^T + N_z) z \quad (11)$$

donde \bar{P} es la solución de la ecuación de Riccati asociada al problema

$$\bar{P}A_z + A_z^T \bar{P} - \quad (12)$$

$$(\bar{P}B_z + N_z)R_z^{-1}(\bar{P}B_z + N_z)^T + Q_z = 0$$

y A_z y B_z son las matrices asociadas con el sistema extendido en la Ec. (7). Por simplicidad se ha asumido que el estado es conocido, es claro que cuando este no es el caso se debe diseñar en paralelo el filtro de Kalman correspondiente.

IV. Peso en frecuencia de la excitación sísmica

Para analizar el contenido en frecuencia de la excitación sísmica se pueden usar métodos paramétricos y no-paramétricos [3]. Como el principal objetivo de este artículo es explorar las bondades del control con peso en frecuencia, se optó por realizar un análisis espectral tradicional fuera de línea.

La Fig. 1 muestra el acelerograma de una de las componentes horizontales del sismo de septiembre de 1985 registrado en la Ciudad de México en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT). La Fig. 2 muestra el espectro de la misma señal. Puede notarse una clara concentración de energía alrededor de $0.5Hz$.

V. Resultados de simulación, Caso Ideal

En esta sección se presentan resultados de simulación obtenidos al aplicar la metodología de control aquí propuesta. Las simulaciones consisten en excitar una estructura de tres grados de libertad, como la que se muestra en la Fig. 3, con el sismo que se ilustra en la Fig.1.

Para la simulaciones de esta sección se asume que existe un actuador que puede proporcionar la fuerza que demanda la ley de control. Se muestran tres simulaciones. En

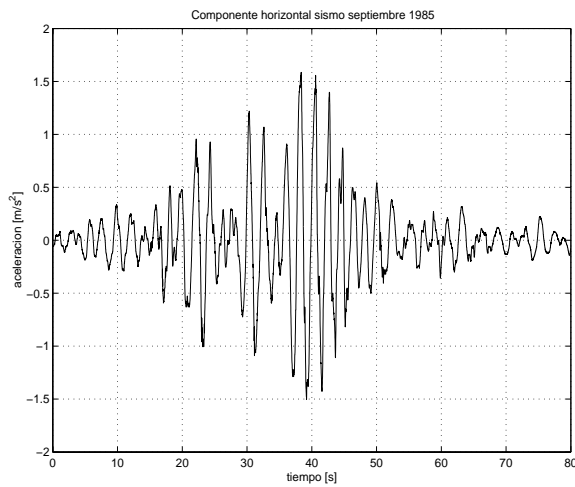


Fig. 1. Componente horizontal de aceleración. Sismo septiembre de 1985. Cd. de México SCT.

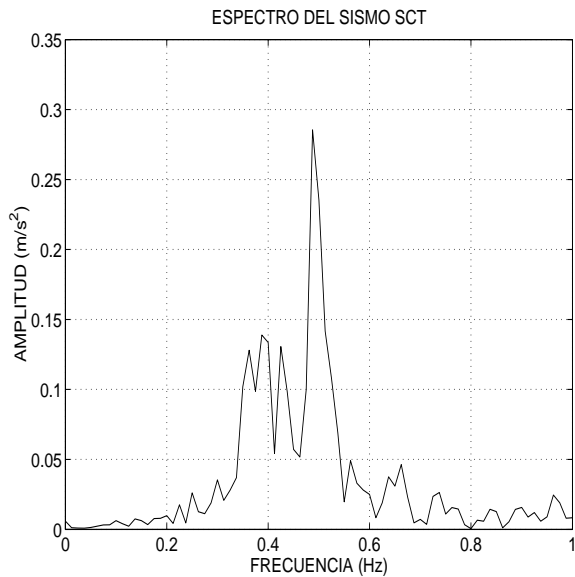


Fig. 2. Espectro de frecuencia de la componente horizontal de aceleración. Sismo septiembre de 1985. Cd. de México SCT.

la primera se obtuvo la respuesta de la estructura cuando esta no cuenta con un sistema control. En la segunda simulación se utilizó un controlador lineal cuadrático convencional, mientras que en la tercera se introdujo en el controlador lineal cuadrático el peso en frecuencia.

Con base en el espectro mostrado en la Fig. 2 se decidió utilizar el siguiente filtro pasa-bandas para la señal $Q_1(s)$

$$Q_1(s) = \frac{(H_o \omega_n / 10 C_f) s}{s^2 + \omega_n / C_f s + \omega_n^2} \quad (13)$$

donde ω_n es la frecuencia crítica, C_f es un factor de calidad del filtro y H_o determina la ganancia en la frecuencia crítica. El factor de calidad se puede determinar a partir del cociente del ancho de la frecuencia crítica y el ancho de banda deseado, BW , es decir, $C_f = \omega_n / BW$. Es factible, por supuesto, utilizar otros filtros pasabandas. El filtro $R_1(s)$ no se ocupó en este caso y solamente se utilizó un

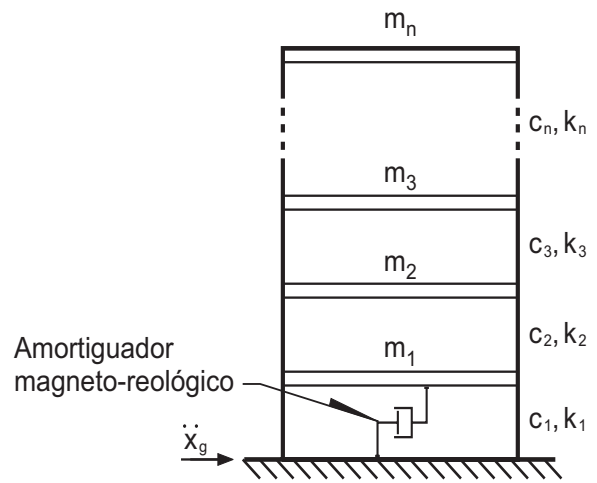


Fig. 3. Estructura de n GDL con un amortiguador magneto-reológico.

escalar. Los parámetros usados para el filtro se muestran en muestran en la tabla I

H_o	ω_n [rad/s]	BW [rad/s]
10^4	3.1416	0.2

TABLA I
Parámetros para el filtro $Q_1(s)$

Los parámetros usados para la estructura se muestran a continuación

$$M = \begin{bmatrix} 98.3 & 0 & 0 \\ 0 & 98.3 & 0 \\ 0 & 0 & 98.3 \end{bmatrix} kg ,$$

$$C = \begin{bmatrix} 175 & -50 & 0 \\ -50 & 100 & -50 \\ 0 & -50 & 50 \end{bmatrix} \frac{N \cdot s}{m} ,$$

$$K = 10^5 \begin{bmatrix} 12 & -6.84 & 0 \\ -6.84 & 13.7 & -6.84 \\ 0 & -6.84 & 6.84 \end{bmatrix} \frac{N \cdot s^2}{m}$$

La Fig. 4 muestra un ejemplo de los resultados obtenidos. En este caso se muestran los desplazamientos para el primer entrespiso. Puede notarse claramente que si bien el uso del control lineal cuadrático reduce sensiblemente el desplazamiento de este entrespiso, el control lineal cuadrático pesado en frecuencia hace un trabajo mucho mejor, pues el desplazamiento es un orden de magnitud menor que si no se pesa el contenido en frecuencia de la excitación. Es importante señalar que esta reducción no se obtiene a costa de un mayor esfuerzo de control. La Fig. 5 muestra la fuerza aplicada en el caso del control lineal cuadrático y el control lineal cuadrático pesado en frecuencia. Puede notarse fácilmente que la magnitud máxima en ambos casos es similar. Para clarificar la diferencia, la Fig. 5 también incluye la diferencia entre ambas fuerzas. Es importante señalar que en ambos casos se utilizaron factores de peso para la señal de control

que garantizaran que esta no saturaría la capacidad del actuador.

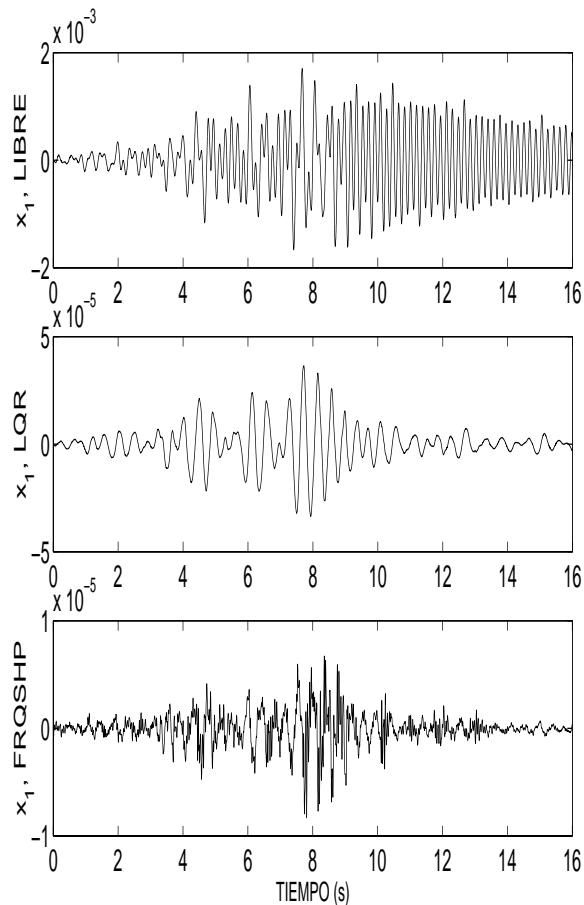


Fig. 4. Desplazamiento del primer entrepiso frente al sismo de la Fig. 1; respuesta libre, con control LQR y con control LQR pesado en frecuencia.

La tabla II muestra los desplazamientos máximos obtenidos para los tres entrepisos. Se puede notar que los datos son consistentes con lo mostrado en la Fig. 4.

	x_1 [cm]	x_2 [cm]	x_3 [cm]
Sin control	0.17	0.26	0.31
LQR	0.0036	0.0055	0.0065
FrqShp	0.00067	0.00086	0.0011

TABLA II

Tabla comparativa de desplazamientos según el método de control

VI. Amortiguador magnetoreológico

Los amortiguadores magneto-reológicos son dispositivos provistos de un fluido cuya viscosidad varía dramáticamente cuando son expuestos a un campo magnético. En los dispositivos comerciales, este campo magnético se produce a través de un electroimán, por lo que la señal de control que determina la viscosidad del fluido magnetoreológico es un voltaje.

En [6] se obtuvo un modelo para un amortiguador magnetoreológico, cuyas principales ventajas son su simplicidad y el que sus parámetros se pueden identificar por

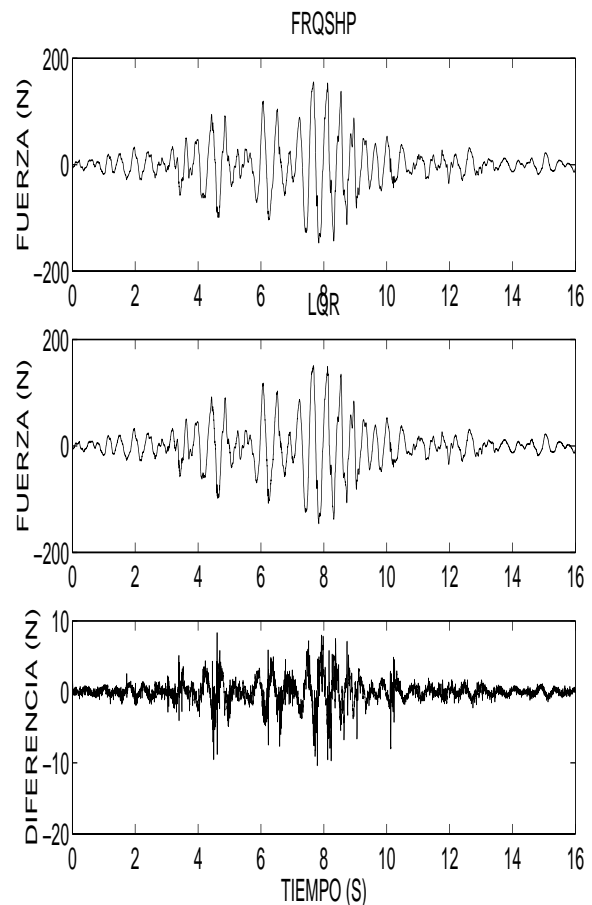


Fig. 5. Fuerzas aplicada a la estructura con control LQR y control LQR pesado en frecuencia.

métodos paramétricos convencionales. El modelo es de la forma

$$f_{MR} = \sigma_0 z v + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{x}_1, \quad (14a)$$

$$\dot{z} = \dot{x}_1 - \sigma_0 a_0 |\dot{x}_1| z (1 + a_1 v), \quad (14b)$$

donde f_{MR} es la fuerza del amortiguador, z es una variable interna que modela la deformación del fluido magneto-reológico, v es el voltaje aplicado y $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, a_0, a_1$ son constantes que en este artículo se suponen conocidas.

Idealmente, se desea que la fuerza que solicita la ley de control sea igual a la que proporcione el amortiguador, es decir, $f = f_{MR}$. Lamentablemente esto no siempre es posible pues al amortiguador magneto-reológico solamente puede disipar fuerza y no proporcionarla. Una posible aproximación consiste en ocupar la técnica propuesta en [7] que sugiere utilizar el amortiguador cuando la dirección de la fuerza de disipación en el amortiguador coincide con la de la fuerza que demanda la ley de control y no utilizarlo cuando estas direcciones no coinciden⁵. Cuando las direcciones de ambas fuerzas coinciden se debe encontrar el voltaje que debe aplicarse al amortiguador que proporciona la fuerza que coincide con la fuerza que

⁵No utilizarlo equivale a aplicar voltaje nulo.

demanda la ley de control. Para ello se debe invertir de alguna manera el modelo del amortiguador en las Ecs. 14. El enfoque que se sigue en este artículo se basa en el hecho de que el estado interno del amortiguador cambia mucho más rápidamente que el estado de la estructura, como se demuestra en [8]. Esto permite usar un argumento de perturbaciones singulares [9] y suponer que la Ec. 14b alcanza rápidamente su estado estacionario. Con base en ello el voltaje que se debe aplicar como señal de control se obtiene de solucionar

$$f = \sigma_0 \bar{z}v + \sigma_2 \dot{x}_1, \quad (15a)$$

$$\bar{z} = \frac{\text{sign}x_1}{\sigma_0 a_0 (1 + a_1 v)}, \quad (15b)$$

donde además el voltaje se trunca para que $v \in [v_{min}, v_{max}]$.

VII. Resultados de simulación con amortiguador magnetoreológico

Las simulaciones que se muestran en esta sección se realizaron bajo condiciones similares a las mostradas cuando se usa la fuerza ideal. En este caso se utiliza como actuador un amortiguador magneto-reológico donde el voltaje que se aplica como señal de control se ha calculado según lo indicado en la sección anterior. Los parámetros del amortiguador se muestran en la tabla III y el voltaje se restringe para que $v \in [0, 2.25][V]$.

σ_0	σ_2	a_0	a_1
1059300	2300	0.003	-0.1444

TABLA III

Parámetros para el amortiguador Tabla comparativa de desplazamientos según el método de control

La Fig. 6 muestra los desplazamientos de la estructura cuando el actuador es un amortiguador magneto-reológico. Puede notarse que el desempeño es muy similar al reportado en la sección V. También en este caso, los desplazamientos obtenidos al utilizar la modulación en frecuencia son significativamente menores. La Fig. 7 muestra las fuerzas aplicadas por el amortiguador a la estructura, mientras que la Fig. 8 muestra los voltajes correspondientes. Los resultados confirman la bondad de la técnica para aproximar f_{MR} a f .

La tabla IV muestra los desplazamientos máximos obtenidos para los tres entrespisos.

	x_1 [cm]	x_2 [cm]	x_3 [cm]
Sin control	0.17	0.26	0.31
LQR	0.0036	0.0055	0.0065
FrqShp	0.00012	0.00013	0.0015

TABLA IV

Tabla comparativa de desplazamientos según el método de control cuando se usa el amortiguador magneto-reológico

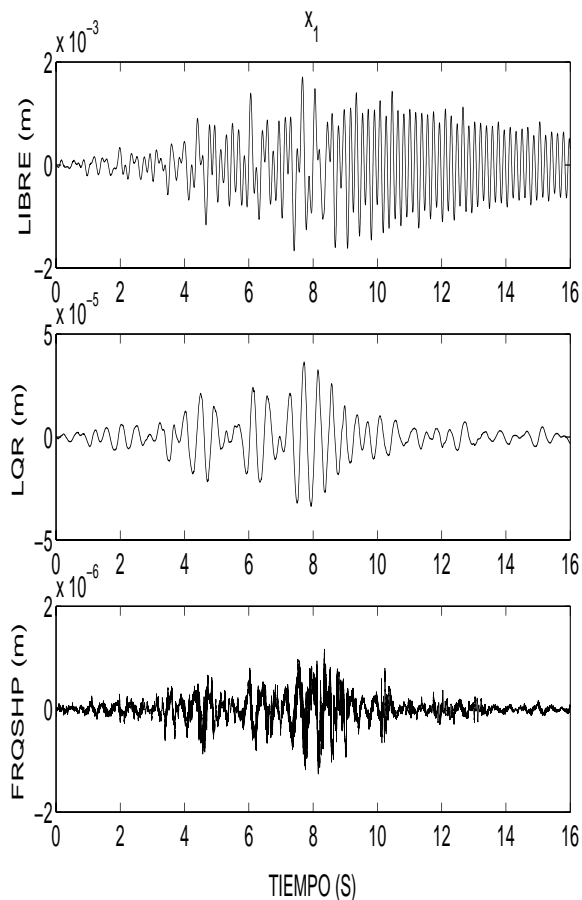


Fig. 6. Desplazamiento del primer entrespiso frente al sismo de la Fig. 1 y usando amortiguador magneto-reológico como actuador; respuesta libre, con control LQR y con control LQR pesado en frecuencia.

VIII. Conclusiones

En este artículo se han mostrado las ventajas de controlar una estructura con amortiguadores magneto-reológicos y tomar en cuenta el contenido en frecuencia de la excitación sísmica. Esta información se puede obtener por métodos de identificación paramétricos o no paramétricos y se puede incluir en el índice de desempeño para un regulador lineal cuadrático. Se presentan resultados de simulación obtenidos al excitar una estructura de tres grados de libertad con una de las componentes horizontales de aceleración del sismo de septiembre de 1985, registrada en la Cd. de México. Los resultados indican que si en el índice de desempeño se proporciona mayor peso a los desplazamientos de la estructura que ocurren en las frecuencias donde el sismo concentra su energía, se obtienen reducciones de un orden de magnitud en los desplazamientos, en comparación con los que se obtendría al utilizar el controlador lineal cuadrático sin dicha información.

Referencias

[1] S.J. Dyke, B.F. Spencer, M.K. Sain, and J.D. Carlson. Seismic response reduction using magnetorheological dampers. In

- Proceedings of the 1996 IFAC World Congress, San Francisco, volume L, pages 145–150, 1996.
- [2] S.J. Dyke, B.F. Spencer, M.K. Sain, and J.D. Carlson. Modelling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction. *Smart Materials and Structures*, 5(5):565–575, 1996.
 - [3] L. Ljung. *System Identification: Theory for the user*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987.
 - [4] D.O. Anderson and J.B. Moore. *Optimal control: Linear quadratic methods*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.
 - [5] R. Jiménez and L. Álvarez. Real-time identification of structures with magneto-rheological dampers. In *Proceedings of the 2002 Conference on Decision and Control*, pages 1017–1022, 2002.
 - [6] L. Álvarez and R. Jiménez. Real-time identification of magneto-rheological dampers. In *Proceedings of the 2002 IFAC World Congress*, volume L, 2002.
 - [7] H.E. Tseng and K.J. Hedrick. Semi-active control laws: optimal and sub-optimal. *Vehicle System Dynamics*, 23:545–569, 1994.
 - [8] René Jiménez. *Control semiactivo de estructuras civiles utilizando amortiguadores magnetoreológicos*, 2002. Tesis de Maestría, Posgrado de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
 - [9] H. K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2nd edition, 1996.

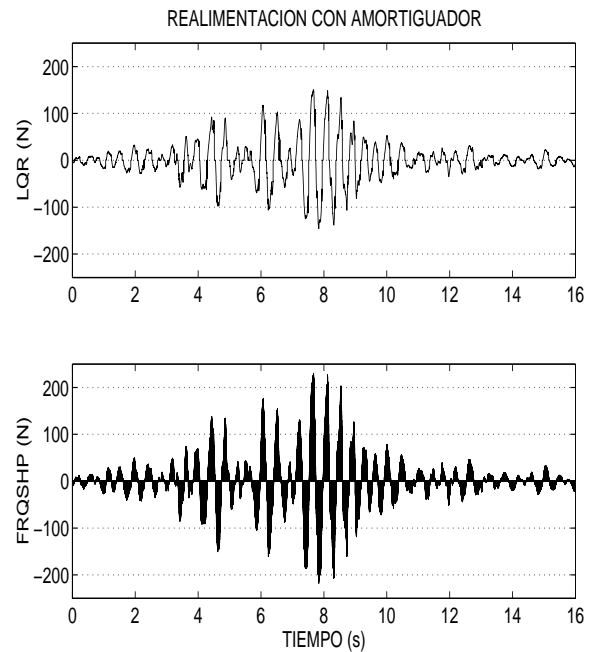


Fig. 7. Fuerzas aplicadas a la estructura por el amortiguador magneto-reológico con control LQR y control LQR pesado en frecuencia.

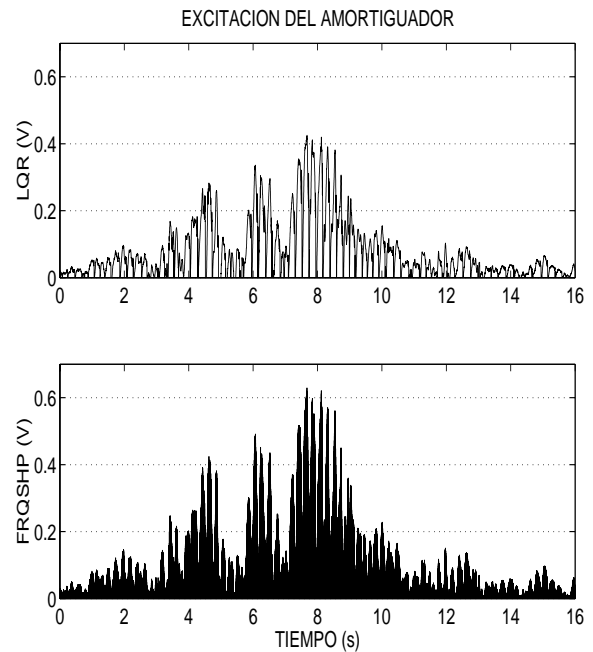


Fig. 8. Voltaje aplicado a la estructura con control LQR y control LQR pesado en frecuencia.