

# Localización de Múltiples Fugas en Ductos Considerando Restricciones Físicas

N. Visairo, C. Verde\* y S. Gentil\*\*

Depto. Electrónica CENIDET, 62490, Cuernavaca, Mor., México  
nvisairoc@iingen.unam.mx

\* Instituto de Ingeniería UNAM, 04510, D.F., México  
verde@servidor.unam.mx

\*\*Laboratoire d'Automatique de Grenoble, INPG, UJF, UMR, France

## Resumen

En este trabajo se presenta un análisis de sensibilidad del transitorio de los gastos en los extremos de un ducto cuando se presentan dos fugas simultáneas de las cuales se desconoce tanto la posición como el gasto de fuga, este estudio se realiza vía simulaciones. El objetivo del análisis es estudiar la identificabilidad de las fugas ya que el comportamiento estático de las variables del fluido imposibilita la localización de dos fugas. Para esto, se considera un modelo no lineal con mediciones de gasto y presión en sus extremos en donde los gastos de fuga y sus posiciones representan parámetros desconocidos. La clave del análisis es la caracterización de todas las parejas de fugas indistinguibles con ayuda del parámetro  $z_{eq}$  equivalente a la posición de una sola fuga en el ducto. Esta caracterización permite reducir a dos el número de parámetros a identificar en el modelo no lineal del fluido cuando se considera conocido el gasto entre las posiciones de las fugas.

El análisis de sensibilidad de los gastos en los extremos del ducto muestra que los comportamientos transitorios son específicos para cada pareja de fugas, sin embargo, hay situaciones en las que se encuentra que existe una poca sensibilidad de las salidas a diversas condiciones de fugas. Por tanto, se puede afirmar que en este problema de detección y aislamiento de fallas los métodos de identificación de parámetros parecen ser más poderosos que los métodos basados en un generador de residuos vía observadores.

Para el ejemplo presentado aquí la identificación de los parámetros se lleva a cabo minimizando el transitorio del error entre los gastos del ducto y los gastos del modelo a identificar con un filtro de Kalman extendido de orden reducido.

## 1 Introducción

El problema de la detección y localización de una fuga en un ducto sin tomas laterales y con mediciones solamente en los extremos del ducto ha sido estudiado ampliamente, y actualmente existen diversas soluciones para ello (Verde, 2003). Sin embargo, hasta ahora no se han propuesto métodos eficientes para localizar dos fugas en un ducto cuando se considera desconocidos tanto los gastos de fuga como las posiciones de éstas. Recientemente en (Verde et al., 2003) se aborda el problema de localización de dos fugas simultáneas con posiciones desconocidas en una tubería sin tomas laterales; en particular se demuestra que existe una condición de imposibilidad de identificación cuando se dispone solamente de información en estado permanente del ducto. Esto justifica el por qué de la ausencia de un método eficiente sin mediciones adicionales para la localización de dos fugas simultáneas, y clarifica la imposibilidad de detectar y localizar dos fugas que se presentan simultáneamente cuando se dispone únicamente de datos en estado permanente de los gastos y presiones en sus extremos.

La imposibilidad de identificar tanto los valores de las fugas como su ubicación, se debe a la existencia de un conjunto infinito de parejas de fugas  $(\lambda_1, \lambda_2)$  con sus respectivas posiciones  $(z_1, z_2)$  que definen una familia de modelos con fugas que generan valores iguales de gastos en los extremos del ducto en estado permanente. Se hace notar que aún la medición estática del gasto en un punto intermedio entre las dos fugas, no permite identificar las posiciones y las dimensiones de las fugas. Como consecuencia, los residuos generados vía observadores no son la mejor solución para el problema de la localización de múltiples fugas, ya que el transitorio de un residuo es difícilmente manejable con un observador

no lineal. Por tanto, es necesario buscar en el transitorio de las variables medibles una caracterización de las parejas de fugas, ya sea vía un reconocimiento de patrones o una identificación de parámetros que permita localizar adecuadamente las fugas.

Por otro lado, la estructura del modelo simplificado del ducto en donde tanto los gastos de fugas como sus posiciones son parámetros desconocidos no ha podido expresarse en forma adecuada para aplicar los métodos tradicionales de identificación de parámetros (Walter and Pronzato, 1997).

En particular, las restricciones físicas de los parámetros a identificar sugieren la necesidad de abordar el problema en el marco de referencia de una optimización con restricciones.

Esta problemática motivó el siguiente trabajo que pretende buscar información complementaria a la suministrada por los residuos, con la cual sea factible especificar tanto la posición como el tamaño de los gastos de las dos fugas del ducto.

Para ello, se considera un modelo no lineal muy simple del fluido en donde las presiones en los extremos del ducto corresponden a las entradas del sistema y los flujos en los extremos a las salidas. El estudio parte de la caracterización de las parejas indistinguibles con ayuda de una fuga equivalente en una posición  $z_{eq}$  del ducto, obtenida a partir del comportamiento estático de las presiones ante fugas (Verde et al., 2003).

Así en particular, este trabajo analiza la sensibilidad del transitorio de los gastos en los extremos del ducto, considerando que además se conoce el gasto en estado permanente en un punto intermedio entre las fugas. Para ello primeramente, con base en relaciones estáticas válidas para todas las parejas indistinguibles, se obtiene una representación de estado de la familia de modelos únicamente con dos parámetros desconocidos, caracterizando así el conjunto de fugas equivalentes a una sola en la posición  $z_{eq}$ . Con base en este modelo se estudia la sensibilidad del transitorio del error para cualesquiera dos salidas  $y_{\bar{n}}$  y  $y_k$  de la familia.

Las curvas de nivel de la integral del error para toda la familia obtenidas en simulación muestran que para ciertas posiciones  $z_{eq}$ , la familia genera salidas con transitorios muy diferentes para cada una de las parejas de fugas, es decir, las salidas del ducto son sensibles a variaciones en posiciones y tamaños de gastos de fuga. Sin embargo, se encontraron algunas familias en donde las salidas son poco sensibles sobre todo al tamaño de la fuga, por lo que la identificación en estas condiciones es irrealizable desde un punto de vista práctico.

La segunda parte del trabajo presenta algunos de

los resultados obtenidos al aplicar un filtro de Kalman extendido de orden reducido (Reif et al., 1998) para identificar los dos parámetros desconocidos de una familia de  $z_{eq}$ . Hasta ahora no se había reportado una alternativa de solución al problema de localización de dos fugas simultáneas basada en identificación de parámetros. Este trabajo claramente muestra la necesidad de integrar los métodos tanto basados en identificación de parámetros como los basados en observadores para resolver problemas de detección y localización de fallas.

Este trabajo está organizado de la siguiente forma: en la Sección 2 se caracterizan las parejas indistinguibles en estado permanente y se construye un modelo del ducto con sólo dos parámetros desconocidos asumiendo conocido el gasto en la posición  $z_{eq}$ . En la Sección 3 se estudia la sensibilidad del comportamiento de las salidas mediante la integral del error definido entre dos salidas cualesquiera. Por medio de curvas de nivel se muestra que existen condiciones en las cuales las salidas son poco sensibles a los parámetros desconocidos. En la Sección 4 se lleva a cabo la identificación de los parámetros desconocidos mediante un filtro de Kalman extendido de orden reducido. Esta minimización se realiza para cinco condiciones iniciales diferentes. Finalmente, en la Sección 5 se dan las conclusiones del trabajo.

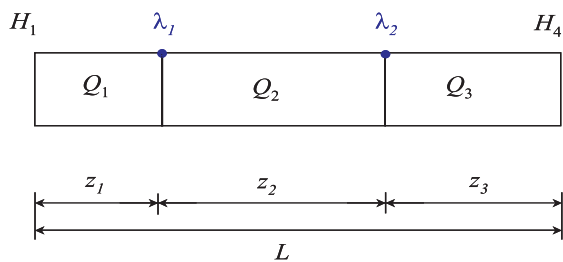
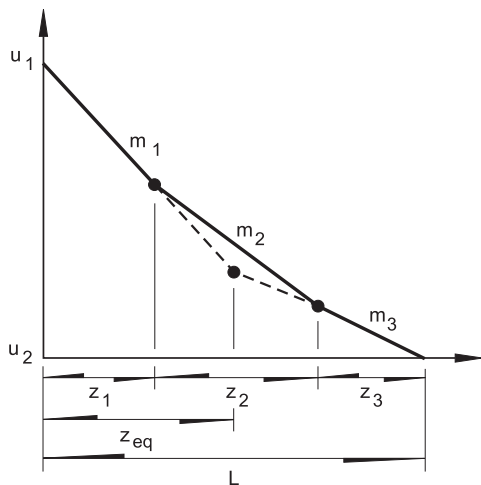
## 2 Caracterización de las parejas indistinguibles

Se considera un modelo no lineal simple del fluido con dos fugas simultáneas, obtenido a partir de las ecuaciones diferenciales parciales que describen el fluido en el ducto (Chaudry, 1979) y el cual está dividido en tres tramos como se ve en la figura 1. La planta está descrita por

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= \frac{a_1}{z_1}(H_1 - H_2) - \mu Q_1^2 \\ \dot{H}_2 &= \frac{a_2}{z_2}(Q_1 - Q_2 - \lambda_1 \sqrt{H_2}) \\ \dot{Q}_2 &= \frac{a_1}{z_2}(H_2 - H_3) - \mu Q_2^2 \\ \dot{H}_3 &= \frac{a_2}{z_2}(Q_2 - Q_3 - \lambda_2 \sqrt{H_3}) \\ \dot{Q}_3 &= \frac{a_1}{z_3}(H_3 - H_4) - \mu Q_3^2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$y_{\bar{n}} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde las variables de estado corresponden a los gastos  $Q_i$  para  $i = 1, \dots, 3$  y las presiones  $H_i$  para  $i = 2, 3$ ,


**Figura 1:** Tubería con dos fugas simultáneas.

**Figura 2:** Caída de presión a lo largo del ducto en estado permanente.

las entradas están dadas por las presiones  $H_1$  y  $H_4$  y las salidas se asocian a los gastos  $Q_1$  y  $Q_3$ . Los parámetros conocidos son  $\mu$ ,  $a_1$  y  $a_2$  y los parámetros desconocidos  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $z_1$  y  $z_2$  son los gastos y posiciones de las fugas, respectivamente,  $z_3 = L - z_1 - z_2$  es la longitud del tramo 3 y  $L$  es la longitud total del ducto.

La figura 2 muestra la caída de presión a lo largo del ducto en estado permanente en donde la pareja  $(u_1, u_2)$ , corresponde a las presiones en los extremos del ducto en estado permanente, las ordenadas  $(z_1, z_2)$ , se asocian a las posiciones desconocidas de las dos fugas y el punto  $z_{eq}$  caracteriza a la familia no identificable.

A partir de la figura se observa que las pendientes  $m_i$  satisfacen

$$(m_1 - m_3)(z_{eq} - z_1) = (m_2 - m_3)z_2 \quad (3)$$

donde

$$m_1 = \frac{\mu}{a_1} Q_{1e}^2, \quad m_2 = \frac{\mu}{a_1} Q_{2e}^2, \quad m_3 = \frac{\mu}{a_1} Q_{3e}^2$$

con  $Q_{1e}$ ,  $Q_{2e}$  y  $Q_{3e}$  los gastos del sistema en estado permanente y por tanto  $m_1 > m_2 > m_3$ . La posición  $z_{eq}$  satisface además

$$z_1 < z_{eq} < (z_1 + z_2) \quad (4)$$

También se cumple

$$z_{eq} = \frac{a_1(H_{1e} - H_{4e})}{\mu(Q_{1e}^2 - Q_{3e}^2)} - \frac{LQ_{3e}^2}{(Q_{1e}^2 - Q_{3e}^2)} \quad (5)$$

con las entradas en estado permanente  $u_1 = H_{1e}$  y  $u_2 = H_{4e}$  constantes. Los gastos de fuga y las señales conocidas de entradas y salidas del sistema satisfacen la siguiente relación

$$Q_{1e} - Q_{3e} = \lambda_1 \sqrt{H_{1e} - \frac{\mu z_1}{a_1} Q_{1e}^2} + \lambda_2 \sqrt{H_{4e} + \frac{\mu z_3}{a_1} Q_{3e}^2} \quad (6)$$

De las ecuaciones anteriores y la figura 2 se puede ver que existe un conjunto infinito de parejas de fugas para una  $z_{eq}$  dada que generan valores de gastos iguales en estado permanente en los extremos del ducto o equivalentemente producen la misma caída de presión en los extremos del ducto  $m_1$  y  $m_3$ . Por tanto, se puede definir la familia de modelos para cualesquiera dos fugas,  $(\lambda_1, z_1)$  y  $(\lambda_2, z_2)$ , que satisfacen las relaciones estáticas (3, 5, 6), junto con

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_k - y_{\bar{n}}) = 0 \quad (7)$$

donde el vector  $y_i$  está asociado a los gastos en los extremos del ducto para dos pares de fuga. Estas condiciones, como se muestra en (Verde et al., 2003), llevan a la imposibilidad de identificar, tanto los valores de los gastos de fuga como su ubicación, únicamente con datos en los extremos y en estado permanente.

Con el fin de caracterizar la familia de modelos dinámicos para cada posición  $z_{eq}$ , se propone sustituir (3), (5) y (6), en (1) considerando conocido el valor del gasto después del transitorio,  $Q_{2e}$ , en un punto intermedio entre las fugas.

Así, con los gastos  $Q_{2e}$  y  $Q_{3e}$  conocidos se pueden encontrar  $z_1$  y  $\lambda_1$

$$z_1 = z_{eq} - \frac{Q_{2e}^2 - Q_{3e}^2}{Q_{1e}^2 - Q_{3e}^2} z_2 \quad (8)$$

$$\lambda_1 = \frac{Q_{1e} - Q_{2e}}{\sqrt{H_{1e} - \frac{\mu z_1}{a_1} Q_{1e}^2}} \quad (9)$$

Sustituyendo (8) y (9) en (1) se obtiene

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{Q}}_1 &= -\mu\tilde{Q}_1^2 + \frac{a_1}{z_{eq}-c_1z_2}(H_1 - \tilde{H}_2) \\
 \dot{\tilde{H}}_2 &= \frac{a_2}{z_2} \left( \tilde{Q}_1 - \tilde{Q}_2 - \frac{c_2}{\sqrt{H_{1e}-\frac{\mu}{a_1}(z_{eq}-c_1z_2)c_3}}\sqrt{\tilde{H}_2} \right) \\
 \dot{\tilde{Q}}_2 &= -\mu\tilde{Q}_2^2 + \frac{a_1}{z_2}(\tilde{H}_2 - \tilde{H}_3) \\
 \dot{\tilde{H}}_3 &= \frac{a_2}{z_2} \left( \tilde{Q}_2 - \tilde{Q}_3 - \lambda_2\sqrt{\tilde{H}_3} \right) \\
 \dot{\tilde{Q}}_3 &= -\mu\tilde{Q}_3^2 + \frac{a_1}{L-z_{eq}+c_1z_2-z_2}(\tilde{H}_3 - H_4)
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$y_k = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_1 \\ \tilde{Q}_3 \end{bmatrix} \tag{11}$$

donde

$$c_1 = \frac{Q_{2e}^2 - Q_{3e}^2}{Q_{1e}^2 - Q_{3e}^2}, \quad c_2 = Q_{1e} - Q_{2e}, \quad c_3 = Q_{1e}^2$$

Resumiendo, el modelo dinámico dado por (10) y (11) caracteriza la familia  $z_{eq}$  la cual sólo depende de dos parámetros desconocidos  $\lambda_2$  y  $z_2$ . Es decir, este modelo genera toda la familia de condiciones con pares indistinguibles de fugas para una  $z_{eq}$  dada suponiendo conocido el valor constante del gasto  $Q_{2e}$  en presencia de las fugas.

### 3 Sensibilidad de la salida a los parámetros desconocidos

Con objeto de considerar la posibilidad de aplicar técnicas de reconocimiento de patrones o identificación de parámetros en la solución del problema de localización de dos fugas, se propone estudiar la sensibilidad del comportamiento transitorio de los gastos en los extremos definiendo el criterio

$$J_{k,\tilde{n}} = \int_0^N (y_k - y_{\tilde{n}})^T W (y_k - y_{\tilde{n}}) dt \tag{12}$$

para la familia de fugas indistinguibles  $z_{eq}$ , donde  $N > \max(ts_k, ts_{\tilde{n}})$  con  $ts_k$  y  $ts_{\tilde{n}}$  los tiempos de asentamiento de las salidas  $k$  y  $\tilde{n}$ , respectivamente y  $W$  una matriz de pesos simétrica.

Así, para cualesquiera dos elementos de la familia se puede evaluar el criterio (12) como función de las salidas de dos miembros de la familia y evaluar qué tanto varía la respuesta dinámica entre miembros de la familia  $z_{eq}$ .

Esto se puede realizar vía el diagrama de bloques de la figura 3 en donde la PLANTA corresponde al

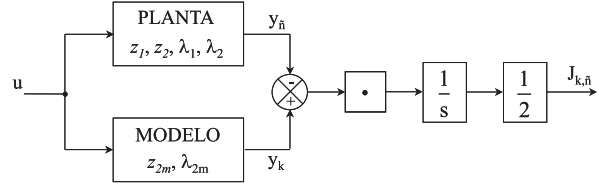


Figura 3: Generación del error  $J_{k,\tilde{n}}$ .

sistema (1) y el MODELO a la familia (10) para

$$\begin{aligned}
 z_{2m} &\neq z_2 \\
 \lambda_{2m} &\neq \lambda_2
 \end{aligned} \tag{13}$$

Considerando los parámetros de la planta piloto del II-UNAM (Verde, 2001),  $L = 132.56m$ ,  $a_1 = 8.4945 \times 10^{-2}$ ,  $a_2 = 1.9409 \times 10^7$ ,  $\mu = 21.997$  y las entradas constantes  $H_1 = 11$  y  $H_4 = 5$  se evalúa el criterio (12) para diferentes familias. La tabla 1 muestra los tres casos considerados.

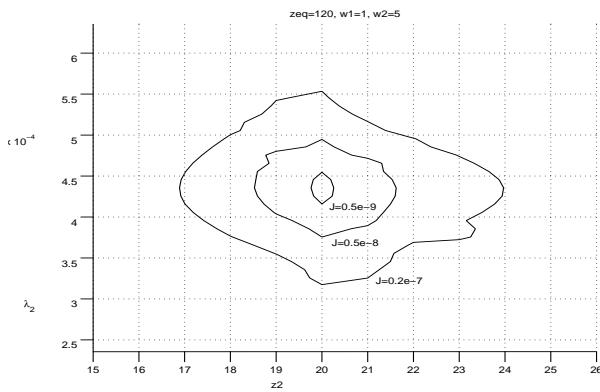
Las curvas de nivel del criterio  $J_{k,\tilde{n}}$  para varias parejas de fugas se muestran en las figuras 4, 5 y 6. De estas figuras se observa lo siguiente:

- Para el Caso *a* con  $z_{eq} = 120$  mostrado en la figura 4, las curvas de nivel indican que los errores de las salidas son sensibles tanto al gasto de fuga  $\lambda_2$  como a su posición  $z_2$ .
- Para el Caso *b* con  $z_{eq} = 100$ , las curvas de nivel presentadas en la figura 5 permiten observar que el error de las salidas es poco sensible a  $\lambda_2$ . Es decir, existen respuestas dinámicas muy similares del ducto para diferentes tamaños de fuga del mismo orden de magnitud.
- Para el Caso *c* con  $z_{eq} = 61$ , las curvas de nivel de la figura 6 presentan un comportamiento multimodos; y por lo tanto la identificación de los parámetros requerirá de algoritmos sofisticados.

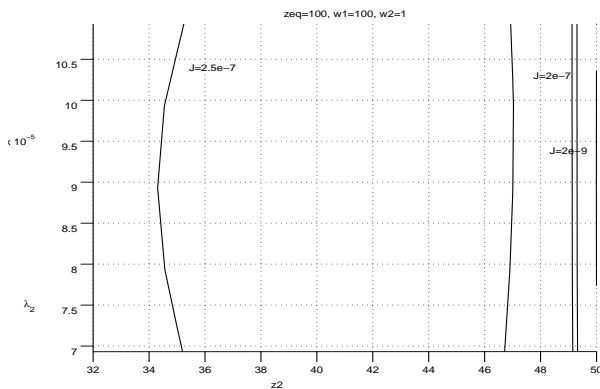
En conclusión, con base en las curvas de las funciones a minimizar se puede interpretar la existencia de dos tipos de familias  $z_{eq}$ : aquellas en las cuales las curvas de nivel corresponden a la geometría de una función del error convexa y por tanto la identificación de los parámetros podría lograrse con técnicas simples de optimización (Luenberger, 1989); y aquellas en que la geometría de las curvas de nivel hacen ver la existencia de funciones de error multimodales por lo que la identificación de parámetros requerirá métodos de búsqueda sofisticados si se requiere una buena precisión en la estimación de los parámetros (Walter and Pronzato, 1997).

**Tabla 1:** Datos de la planta y del modelo.

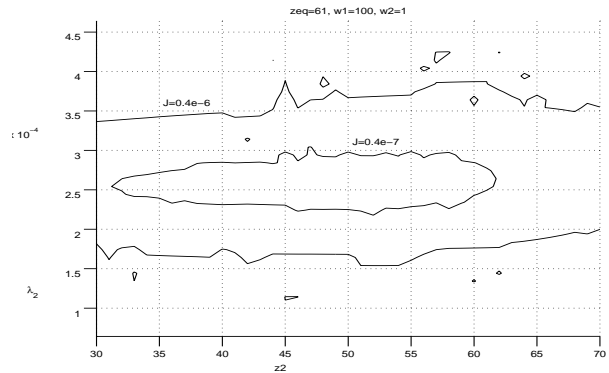
Datos	Caso a	Caso b	Caso c
$z_{eq}$	120	100	61
$w_1$	1	100	100
$w_2$	5	1	1
$\lambda_1(10^4)$	1.3792	1.3217	1.2827
$\lambda_2(10^4)$	4.3557	0.89313	2.6422
$z_1$	105.30	82.21	30
$z_2$	20	50	50
$\lambda_{2m}(10^4)$	[2.3557, 6.3557]	[0.69313, 1.09313]	[0.6422, 4.6422]
$z_{2m}$	[15,26]	[18,50]	[32,70]



**Figura 4:** Curvas de nivel de  $z_2$  y  $\lambda_2$  para  $z_{eq} = 120$ .



**Figura 5:** Curvas de nivel de  $z_2$  y  $\lambda_2$  para  $z_{eq} = 100$ .



**Figura 6:** Curvas de nivel de  $z_2$  y  $\lambda_2$  para  $z_{eq} = 61$ .

Adicionalmente, a partir de los ejes de las curvas cerradas del error, se puede decir que los gastos son menos sensibles al tamaño de la fuga que a su posición.

Por lo que respecta a la ponderación de las salidas indicadas en el criterio con los valores  $w_1$  y  $w_2$  de la tabla 1 se concluye que el gasto de entrada del ducto es más sensible a los efectos de las fugas. Este hecho se justifica debido a que la presión del ducto aguas arriba es mayor que aguas abajo.

## 4 Identificación de parámetros

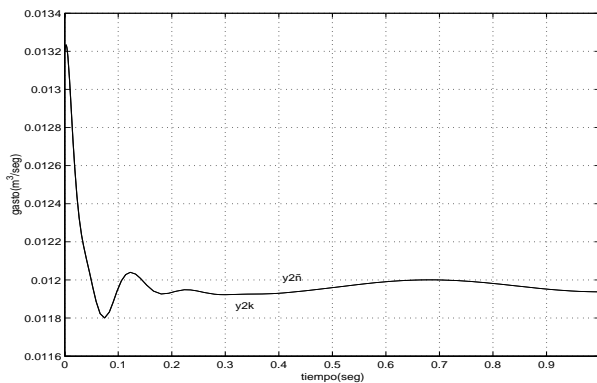
En esta sección se muestran los resultados en simulación de la identificación de los parámetros  $\tilde{\lambda}_2$  y  $\tilde{z}_2$  de la familia (10) definiendo como señal de error la diferencia entre los gastos aguas abajo del proceso y del modelo a identificar, es decir,  $e(t) = y_{2\tilde{n}} - y_{2k}$ . La minimización del error se lleva a cabo mediante un filtro de Kalman extendido de orden reducido (Reif et al., 1998) considerando  $\tilde{z}_2$  y  $\tilde{\lambda}_2$  como estados adicionales del modelo. Debido a que la identificación sólo puede realizarse durante el transitorio del sistema se añade una señal senoidal de 1.5Hz a la entrada  $H_1$ .

Los resultados de la identificación para 5 condiciones iniciales diferentes de  $\tilde{z}_2$  y  $\tilde{\lambda}_2$  se presentan en la tabla 2. La identificación se obtuvo reprocesando recursivamente la salida  $y_{2\tilde{n}} - y_{2k}$  con los valores estimados  $\tilde{z}_2(i)$  y  $\tilde{\lambda}_2(i)$  obtenidos cuando se cumple (7) hasta que  $\tilde{z}_2(i+1) = \tilde{z}_2(i)$  y  $\tilde{\lambda}_2(i+1) = \tilde{\lambda}_2(i)$ .

En la figura 7 se muestra la salida transitoria  $y_{2\tilde{n}}$  y la del filtro de Kalman extendido de orden reducido  $y_{2k}$  para Caso c de la tabla 2. Claramente se puede concluir que la salida transitoria del filtro de Kalman es igual a la salida transitoria de la planta.

**Tabla 2:** Resultados del algoritmo de identificación.

Datos	Caso a	Caso b	Caso c	Caso d	Caso e
$z_{eq}$	120	120	120	120	120
$\lambda_2$	$4.3557 \times 10^{-4}$	$4.3557 \times 10^{-4}$	$4.3557 \times 10^{-4}$	$4.3557 \times 10^{-4}$	$4.3557 \times 10^{-4}$
$z_2$	20	20	20	20	20
$\tilde{\lambda}_2$ valor inicial	$6.3557 \times 10^{-4}$	$2.3557 \times 10^{-4}$	$0.3557 \times 10^{-4}$	$8.3557 \times 10^{-4}$	$8.3557 \times 10^{-4}$
$\tilde{z}_2$ valor inicial	21	19	19.6	20.5	21
$\tilde{\lambda}_2$ valor final	$4.3558 \times 10^{-4}$	$4.3544 \times 10^{-4}$	$4.3565 \times 10^{-4}$	$4.3563 \times 10^{-4}$	$4.3583 \times 10^{-4}$
$\tilde{z}_2$ valor final	20.59	19.36	20.01	19.87	20.38


**Figura 7:** Salida de la planta y del modelo con el filtro de Kalman extendido.

## 5 Conclusiones

En este trabajo se demuestra que el estado transitorio de los gastos medidos en los extremos del ducto permite obtener información útil para la localización de dos fugas simultáneas. En particular, se propone reducir el número de parámetros desconocidos en el modelo dinámico del fluido, usando relaciones estáticas que caracterizan las fugas indistinguibles en el ducto con ayuda del parámetro  $z_{eq}$ . La identificación de los parámetros desconocidos se lleva a cabo mediante un filtro de Kalman extendido de orden reducido.

## Referencias

- Chaudry, M. C. (1979). *Applied Hydraulic Transients*. Van Nostrand Reinhold Co., New York, USA.
- Luenberger, D. (1989). *Linear and Nonlinear Programming*. Adison-Wesley, USA.
- Reif, K., Sonnemann, F., and Unbehauen, R. (1998). An efk-based nonlinear observer with a prescribed degree of stability. *Automatica*, 34:1119–1123.

- Verde, C. (2001). Multi-leak detection and isolation in fluid pipelines. *Control Engineering Practice*, 9:673–682.
- Verde, C. (2003). Accomodation of multi-leak position in a pipeline. *5th Safeprocess, IFAC, June 9-11*.
- Verde, C., Bornard, G., and Gentil, S. (2003). Isolability of multi-leaks in a pipeline. *4th MATHMOD Proceedings, February 5-7, ARGESIM report 24*, ISBN-3-901608-24-9.
- Walter, E. and Pronzato, L. (1997). *Identification of parametric models*. Springer, Great Britain.